

安全度評価をベースにした最適な水利用システムの構成に関する研究

Optimal modeling in Water Resources Management Systems

Based on Reliability Analysis

京都大学防災研究所 正 員 小尻 利治
 京都大学防災研究所 正 員 池淵 周一
 京都大学大学院 学生員 飯島 健

1. はじめに

近年の流域開発や人口の増加につれて河川の利用率が上昇していくとともに、渇水の発生が慢性化しつつある。その対策の一環として、他水系からの導水や貯水池の建設が考えられるが、まず、対象とする利水システムの持つ安全度を客観的、かつ、普遍的に評価しなければならない。しかる後に、システムの最適配置・規模・運用計画へ移行すべきであろう。本研究は、利水システムをその取・排水構造からいくつかの基本ユニットの組合わせとして構成し、入力である河川流量がある確率密度関数に従うとした場合の、水量・水質両面からみたシステムの安全度を明らかにするものである。さらに、多数の代替案より最適解を抽出するため、実験計画法〔田口、1976〕と非線形最適化手法の概念を結合させた2段階の計画手順を提案するものである。

2. 利水システムの構成

空間的に複雑な利水システムをその利用形態から分類すると(i)量や質の変化をもたらす水利用施設、(ii)水質の浄化を行なう水処理施設、(iii)取水・放流を行なう分岐・合流施設、(iv)河川表流水の流れを変えるダム貯水池・導水路、の4つの基本ユニットから構成されている。まず、各ユニットでの水量・水質の入出力関係を明らかにしよう。

(1) 水利用施設

図-1に示すように、水利用施設での還元率を α 、原単位当たりの汚濁負荷量を $\bar{C}$ とする。ただし、 $\bar{C}$ は利用された水量の原単位当たりに加えられる汚濁物質(たとえばBOD)の負荷量をあらわす。これらのパラメータを用いると、水量 Q_0 、汚濁濃度 C_0 が流入したとき水利用後の水量、水質は

$$Q_1 = \alpha \cdot Q_0 \quad (1)$$

$$C_1 \cdot Q_1 = \alpha \cdot (C_0 + \bar{C}) \cdot Q_0 \quad (2)$$

となる。ここで、水質は完全混合モデルによって解析される。

(2) 水処理施設

処理施設が持つ能力を処理率 ε で表現しよう。その結果、 Q_0 、 C_0 の流入に対し、処理後の流出量および負荷量は次のようになる。

$$Q_1 = Q_0 \quad (3)$$

$$C_1 \cdot Q_1 = \varepsilon \cdot C_0 \cdot Q_0 \quad (4)$$

(3) 分岐・合流施設

分岐の割合を a とすると、分岐後の流出量、汚濁負荷量は次のようになる(図-2参照)。

$$Q_1 = a \cdot Q_0 \quad (5)$$

$$Q_2 = (1-a) \cdot Q_0 \quad (6)$$

$$C_1 \cdot Q_1 = a \cdot C_0 \cdot Q_0 \quad (7)$$

$$C_2 \cdot Q_2 = (1-a) \cdot C_0 \cdot Q_0 \quad (8)$$

また、合流についても、合流後の流量がそれぞれ最上流流量 Q_0 の線形1次関数で与えられることから、連続式を用いて同様の定式化が行なえる。

(4) ダム貯水池

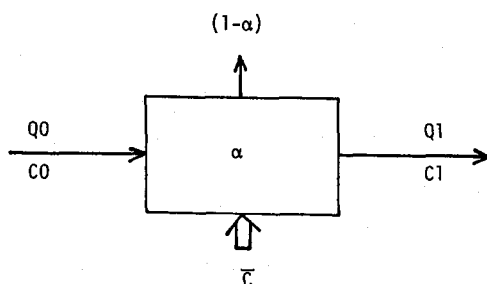


図-1 水利用モデル

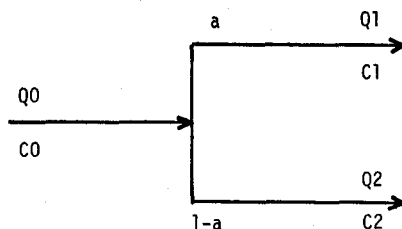


図-2 分岐モデル

ダム貯水池操作において、基準量 Q_{min} 以下の流量に対しては全て放流し、それ以上の流量に対しては一定量 Q_{min} を放流し、流入量が Q_{max} を越えると $Q_{max} - Q_{min}$ を貯留し、 $Q_0 - (Q_{max} - Q_{min})$ を放流する簡易ルールを設定する。放流される汚濁負荷量は、ダム貯留による沈下・浄化を無視すれば、やはり、線形 1 次式で表現することができる。

3. 確率的入力に対する安全度評価

(1) 水量・水質の安全度評価

評価地点 i における水量、水質を

$$Q_i = k_i \cdot Q_0 + t_i \quad (9) \quad C_i \cdot Q_i = h_i \cdot Q_0 + j_i \quad (10)$$

で表わすと、任意の地点における安全度は次のように算定される。すなわち、 Q_0 が対数正規分布に従うとき、評価地点 i の流量の確率密度関数は

$$f_i(Q_i) = 1 / \{ (2\pi) \cdot \xi \cdot 0.5 \cdot \xi \cdot (Q_i - t_i) \} \cdot \exp(-0.5 u_i^2) \quad (t_i \leq Q_i) \quad (11)$$

$$u_i = \{ \ln(Q_i - t_i) - \ln(k_i + \lambda) \} / \xi \quad (12)$$

となる〔池淵・他、1983〕。ただし、 λ 、 ξ はそれぞれ、 $\ln Q_0$ の平均と標準偏差をあらわす。流量 Q_i が最低の基準値（河川の維持用水や水利用上必要な最低流量） Q_i^* を下回る確率を危険度 P_{Ki} と定義すると評価地点の安全度 R_{Ki} は

$$R_{Ki} = 1 - P_{Ki} \quad (13)$$

となる。一方、水質に関して、河川の水質が設定された基準値を上回る確率を危険度 P_{Hi} とすると、安全度は R_{Hi} と表現される。ここに、 P_{Ki} 、 P_{Hi} は

$$P_{Ki} = \int_0^{Q_i^*} f_i(Q_i) dQ_i \quad (14) \quad P_{Hi} = \int_{C_i^*}^{\infty} f_i(C_i Q_i) dC_i Q_i \quad (15)$$

ただし、

$$f_i(C_i Q_i) = 1 / \{ (2\pi) \cdot \xi \cdot 0.5 \cdot \xi \cdot (C_i Q_i - j_i) \} \cdot \exp(-0.5 w_i^2) \quad (j_i \leq C_i Q_i) \quad (16)$$

$$w_i = \{ \ln(C_i Q_i - j_i) - \ln(h_i + \lambda) \} / \xi \quad (17)$$

より求められる。最後に、各評価地点の水量、水質それぞれの安全度が得られると、それらを統合してシステム全体の安全度を決定しなければならない。各地点での水量、水質の重みを同等とみなし、水利用もしくは環境条件などから、確保すべき最低の安全度を $\bar{R}_{Ki}$ 、 $\bar{R}_{Hi}$ とすると、システムの安全度は

$$R_S = \min \{ R_{Ki} / \bar{R}_{Ki}, R_{Hi} / \bar{R}_{Hi} \} \quad (18)$$

となる。水量、または、水質の評価を不要とする評価地点では対応する基準安全度を 0、あるいは、計算安全度を ∞ （大きな値）に取ることによって、式(18)を全評価地点系に適用することができる。

(2) 直列型利水システムの安全度

図-3 に示すような直列型利水システムの安全度を求めよう。基本ユニットでの要素の他に、河川の自浄作用を考慮し、流下率 W_i によって水質が

$$C_i = W_i \cdot C_{i-1} \quad (19)$$

に変化するものと置く。その結果、各評価地点の水量、水質は表-1 のように明白な規則性を有し、最上流流量の線形 1 次式となる。

評価地点間に残流域流量が合流する場合には、合流前の流量を本川流量の 1 次関数、たとえば、

$$Q_i = m_i \cdot Q_i + n_i \quad (20)$$

とすると、表-1 をもう少し複雑にした形で各地点の関係式とシステムの安全度が求まる〔池淵・他、1984〕。

(3) 流域下水道・再利用を含んだシステムの安全度

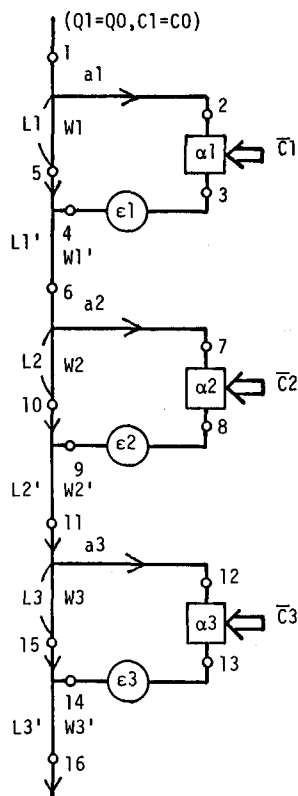


図-3 直列型利水システム

図-4の2番目、3番目の施設は、新たな取水にプラスして前の施設で既に使用された排水が還元水として再利用されている。また、同図のように、使用後の下水が個別に本川に排水されることはなく、3つの施設で発生した下水は、いわゆる、流域下水道に回収され、一括処理の後、本川に排水されるものとす

る。ここで、新たなパラメータとして再利用への還元率 $(1-y_i)$ を導入する。各地点での水量、水質は表-2のようになり、やはり、式(11)~(17)によりシステムの安全度が算定される。

4. 利水システムの策定

利水システムの策定も目標として、“許容危険度の範囲内という制約条件のもとで、システムの構成・運用費用を最小にする”ことと定義しよう。具体的には、多数のパラメータ群 $\{a_i, \alpha_i, \varepsilon_i, y_i\}$ を決定変数とする最適化問題となる。すなわち、

$$Z = \sum_{i=1}^I F_i(X_i) \rightarrow \min \quad (21)$$

かつ、

$$\left. \begin{aligned} RK_i &\geq \overline{RK}_i \\ RH_i &\geq \overline{RH}_i \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

である。ここに、 $F_i(X_i)$ は*i*番目のユニットにおけるパラメータ群 X_i の構成・運用費用である。利水パラメータが多数存在する複雑なシステムでは、この非線形最適化問題を直接解くことは不可能に近い。そこで、システム策定の第一段階として、直交配列表に従う実験計画法を導入し、システムの安全度に大きく影響するパラメータ(因子)を選定する作業を行なう。

具体的には、有意性の高い因子のみを変数として制約条件、および、目的関数内に残し、その他の有意性の低い因子を排除することにより、最適化問題の単純化を計るわけである。

つづいて、第二段階で、実行可能な程度のパラメータを対象に、もとの非線形最適化問題の解を求めるのである。 $F_i(X_i)$ は1次、または、2次関数としているため、京都大学大型計算機センターのライブラリー(COMPLX)を用いて、解の探索に当たっている。実験計画法は、因子と目的関数の関係を調べ、回帰式をあてはめて解析的に非線形問題を解くのに用いられることが多い〔井山、1983〕。ここでは、有意性の高い回帰式を見いだすことは容易でないとし、因子の消去にのみ実験計画法を用いることにする。以上の手順をまとめると、図-5のようなフローチャートになる。

5. 適用と考察

前出の利水システムに任意の因子水準を割り当て、計算時の諸問題について考察しよう。

(1) 直列型利水システム

表-1 安全度の係数(直列型)

水量

評価項目	地点	k_i	t_i
利水	2	a_1	0
	7	$a_2 \cdot S_1$	0
	12	$a_3 \cdot S_2 \cdot S_1$	0
流	5	$1-a_1$	0
	10	$(1-a_2)S_1$	0
	15	$(1-a_3)S_2 \cdot S_1$	0

$$S_i = 1 - a_i(1 - \alpha_i),$$

$$\prod_{i=1}^I S_i = 1,$$

水質

評価項目	地点	h_i	j_i
汚負 濁荷 量	6	$W_1' (d_1 \cdot C_1 + \bar{d}_1)$	0
	11	$W_2' (d_2 \cdot h_6 + \bar{d}_2)$	0
	16	$W_3' (d_3 \cdot h_{11} + \bar{d}_3)$	0

$$d_i = c_i \cdot \alpha_i \cdot a_i + k_i(1 - \alpha_i)$$

$$\bar{d}_i = c_i \cdot \alpha_i \cdot a_i \cdot C_i \cdot \prod_{j=1}^{i-1} S_j$$

$$W_i' = \exp \{ CN \cdot L_i / v \}$$

(CN: 自浄係数, L_i : 到達距離, v : 流速)

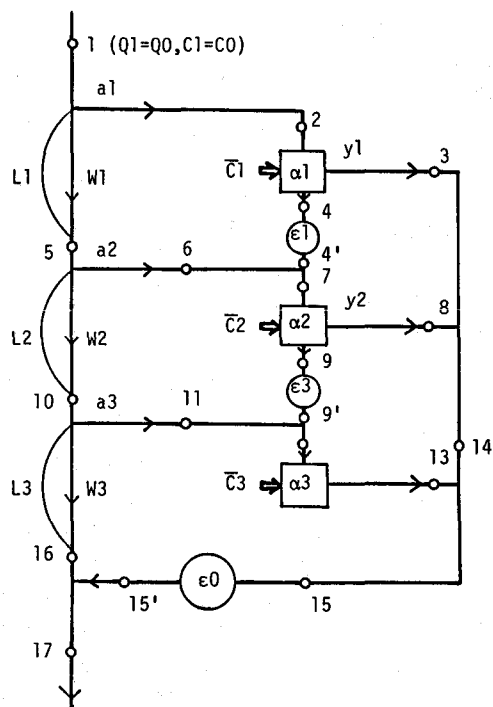


図-4 流域下水道・再利用システム

図-3のシステムに対し、表-3の計算条件、表-4の因子条件を与えて安全度の評価を行おう。許容危険度は全ての評価地点で同一であるとする。実験は6個の因子が3水準を持つからH3,27の直交配列表に従い27回の実験を行なった。割り当ては第一列目から順にa1、a2、a3、ε1、ε2、ε3とした。各実験の測定値(安全度)は表-5のとおりである。実験の有意性を調べるために、(i)全測定値の和、(ii)全測定値の平方和、(iii)

各因子の主効果、および、(iv)誤差の平方和と自由度を求めた(表-6参照)。F-分布表から自由度 f1=2、f2=14の5%点を求めると、F2,14(0.05)=3.73となった。従って、因子a2、ε1、ε2の主効果はともに5%の危険率で有意性のあることがわかる。言い換えると、a2、ε1、ε2はその値の大小がシステムの安全度におよぼす影響が大であり、施設計画の立案に際して、意志決定者が最も考慮すべき施設を示唆するパラメータとなっている。一方、残りの因子a1、a3、ε3はシステムの安全度への影響は少なく、多大な費用をかける必要のない部分であることがわかる。直列型配置システムにおいて、最大の危険度は11番目の水質h11に関して発生する場

表-2 安全度の係数

(流域下水道・再利用型)

水量

評価項目	地点	ki	ti
流	2	a1	0
	7	S1·a1+S1	0
	12	S2·k7+S2	0
	16	(1-a1)(1-a2)(1-a3)	0

$$S_i = (1 - y_i) \alpha_i, \quad \bar{S}_i = \alpha_i + 1 \cdot \prod_{j=1}^n (1 - \alpha_j)$$

水質

評価項目	地点	hi	ji
汚濁負荷量	7	d1·a1·C1+d1	0
	12	d2·h7+d2	0
	17	c0(ω1·a1(C1+C1)+ω2(h7+C2·k7)+ω3(h12+C3·k12))+C1·W1·W2·W3·k16	0

$$d_i = c_i \alpha_i (1 - y_i), \quad \bar{d}_i = C_i \cdot \alpha_i \cdot \prod_{j=1}^n W_j (1 - \alpha_j) + c_i \cdot \alpha_i (1 - y_i) \bar{C}_i \cdot k_{5i-1}, \quad \omega_i = \alpha_i \cdot y_i$$

表-3 適用条件(直列型)

評価地点の基準値

評価項目	地点	基準値
水量	2	0.1
	7	0.1
	12	0.1
	16	0.1
水質	7	4.0
	12	4.0
	17	10.0

計算条件

パラメータ	値	パラメータ	値
λ	0.0	L1(km)	5.0
ζ	0.1	L2(km)	5.0
C1	1.0	L3(km)	5.0
α1	0.8	L1'(km)	10.0
α2	0.8	L2'(km)	10.0
α3	0.8	L3'(km)	10.0
C1	50.0	CN(1/day)	0.5
C2	50.0	v(m/s)	0.3
C3	50.0		

表-4 因子水準(直列型)

因子	直交表上の値			
	0	1	2	
a1	0.2	0.3	0.4	
a2	0.2	0.3	0.4	
a3	0.2	0.3	0.4	
ε1	0.1	0.2	0.3	
ε2	0.1	0.2	0.3	
ε3	0.1	0.2	0.3	

表-5 実験結果

実験番号	測定値	実験番号	測定値
1	0.483x10 ⁺⁺⁽⁻⁹⁾	15	0.206
2	0.483x10 ⁺⁺⁽⁻⁹⁾	16	0.294x10 ⁺⁺⁽⁻⁵⁾
3	0.509x10 ⁺⁺⁽⁻⁴⁾	17	0.265
4	0.273x10 ⁺⁺⁽⁻¹¹⁾	18	0.991
5	0.193x10 ⁺⁺⁽⁻²⁾	19	0.779x10 ⁺⁺⁽⁻²⁾
6	0.484	20	0.107x10 ⁺⁺⁽⁻¹⁾
7	0.112x10 ⁺⁺⁽⁻⁴⁾	21	0.328
8	0.348	22	0.874
9	0.995	23	0.874
10	0.117	24	0.998
11	0.117	25	0.206x10 ⁺⁺⁽⁻¹⁰⁾
12	0.624	26	0.331x10 ⁺⁺⁽⁻¹⁾
13	0.135x10 ⁺⁺⁽⁻¹⁵⁾	27	0.916
14	0.616x10 ⁺⁺⁽⁻⁴⁾		

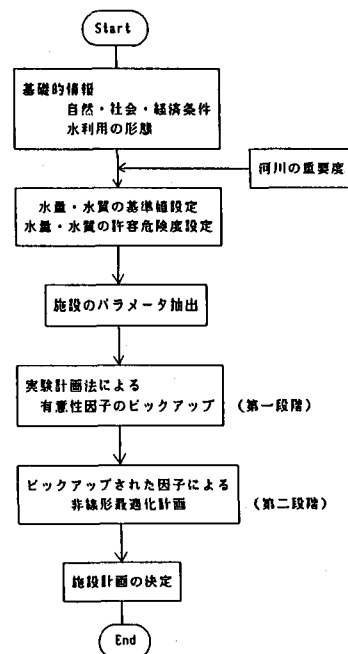


図-5 利水システムの策定フロー

合が大半である。すなわち、 h_{11} を向上するに有効なパラメータが a_2 、 ε_1 、 ε_2 に当たるのである。また、 h_6 、 h_{11} の結果より、直列型では下流ほど危険性が高いことを表わしている。もし、評価地点16の基準値がより厳しいものであれば、別の結果になっていたことが予想される。

次に、最適な利水システムを決定するため、選択された因子に対して最適化を行なおう。目的関数と制約条件は次式で表わされる。

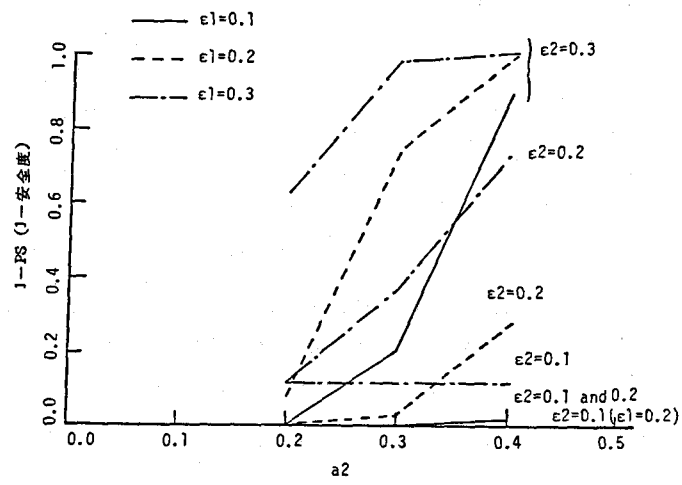


図-6 パラメータと安全度の関係

$$Z = 2.0 \cdot a_2^2 + 2.0 \cdot (1.0 - \varepsilon_1)^2 + 2.0(1.0 - \varepsilon_2)^2 \rightarrow \min \quad (23)$$

$$0.2 \leq a_2 \leq 0.4, \quad 0.1 \leq \varepsilon_1 \leq 0.3, \quad 0.1 \leq \varepsilon_2 \leq 0.3 \quad (24)$$

$$PK_i \leq 0.1, \quad PH_i \leq 0.1 \quad (25)$$

最適解は、 $Z=2.64$ 、($a_2=0.2$ 、 $\varepsilon_1=0.2$ 、 $\varepsilon_2=0.2$)となった。 a_2 は評価地点7における水量の安全度のみを向上させ、その他の安全度を低下させるものであり、最低値を取っている。ところで、これら因子とシステムの危険度との関係を分析すると次のようになる。図-6よりわかるように、利水率 a_2 の増加と処理率 ε_1 、 ε_2 の悪化がシステムの危険度を増加させていることがわかる。また、 ε_1 と ε_2 の間、 ε_1 と a_2 の間には強い交互作用は見られないが、 a_2 と ε_2 の間には交互作用により、激しい危険度増加が見られる。 a_2 、 ε_2 がともに第2番目の利水施設に関するパラメータであり、この施設が“多量の取水で低汚濁処理”の形態をとると、極めて危険なシステムになるわけである。なお、直列型システムに式(19)で示す残流域が加わった場合の適用結果をまとめると次のようになる。先程と同様に、最下流の利水ユニットの安全度がシステム全体の安全度を左右することになり、 a_2 、 ε_1 、 ε_2 が有意性のある因子であった。係数 m_i の

増加は、水量的には安全側であるが、汚濁負荷量の絶対量の増加という水質面では危険側である。また、定数 n_i は水量の安全度を確実に向上させる手段であることがわかる。 n_i を他水系からの導水、ダム貯水池・地下滞水層からの補給水とみなすと、利水システムの安全度を向上していくうえで、安定した水供給の果たす役割が明らかになる。さらに、河川表流

表-6 適用条件(流域下水道・再利用型)

評価地点の基準値			計算条件	
評価項目	地点	基準値	パラメータ	値
水量	2	0.1	λ	0.0
	7	0.1	ξ	0.1
	12	0.1	C1	1.0
			$\bar{C}1$	50.0
			$\bar{C}2$	50.0
Q_i	5	0.1	$\bar{C}3$	50.0
	10	0.1	α_1	0.8
	15	0.1	α_2	0.8
			α_3	0.8
水質	6	4.0	L1(km)	5.0
	11	4.0	L2(km)	5.0
	16	10.0	L3(km)	5.0
			CN(1/day)	0.5
			v(m/s)	0.3

表-7 因子水準

直交表上の値 (流域下水道・再利用型)			
因子	0	1	2
a_1	0.2	0.3	0.4
a_2	0.2	0.3	0.4
a_3	0.2	0.3	0.4
ε_0	0.1	0.2	0.3
ε_1	0.1	0.2	0.3
ε_2	0.1	0.2	0.3
y1	0.0	0.2	0.5
y2	0.0	0.2	0.5

水と地下水の有機的運用モデルの構成も可能であろう。

(2) 流域下水道・再利用を含んだシステム

図-4の利水システムを対象に、表-6、7に示す計算条件をあてはめ、適用を行なおう。因子 a_1 、 a_2 、 a_3 、 ε_1 、 ε_2 、 ε_0 、 y_1 、 y_2 を直交配列表H3,27の第1列から第8列に割り付けた。実験の結果、全て安全側の施設条件では安全度1.0、危険側では安全度 0.550×10^{-12} が得られた。これら代替案が利水システムの全ての条件を代表していると言えよう。F-検定の結果、因子 a_2 、 ε_2 、 y_1 、 y_2 に危険率5%で有意性があつた。再利用の効果を表わすパラメータ y_1 、 y_2 が共に有意であつたことは興味深い。しかし、安全度評価の面から見ると、再利用によりシステムの安全度は低下している。すなわち、再利用は水量よりも水質で問題が残っている。これに対し、流域下水道の ε_0 に有意性が見られないのは、通過後はシステム外と見る立場から評価地点17の基準値が比較的あまいところに起因しているのであろう。

最適な利水システムを決定するため、目的関数、制約条件を次のように置く。

$$Z = 2.0 \cdot a_2 + 2.0 \cdot (1.0 - \varepsilon_2) + 0.5 \cdot y_1 + 0.5 \cdot y_2 \quad \longrightarrow \quad \min \quad (26)$$

$$0.2 \leq a_1 \leq 0.4 \quad 0.1 \leq \varepsilon_2 \leq 0.3 \quad (27)$$

$$0.0 \leq y_1 \leq 0.5 \quad 0.0 \leq y_2 \leq 0.5$$

$$PK_i \leq 0.1 \quad PH_i \leq 0.1 \quad (28)$$

最適解は、 $Z=1.26$ ($a_2=0.2$ 、 $\varepsilon_2=0.3$ 、 $y_1=0.0$ 、 $y_2=0.4$)となった。 y_1 、 y_2 の値より、下流側は流域下水道へ排水することになっているが、これは、水質の良好な上流側では、水利用後再利用が可能であるものの、下流側においてはシステムの危険性を増加するため好ましくないことを表わしている。(1)、(2)のいずれの適用でも、中流域のシステムが全体の安全度におよぼす影響が強くなっている。水質の悪化からすれば当然の結果であるが、上下流の重みを付け、上流の水質は下流の半分以上の濃度を要求などの制約を加えると、上流からの流域下水道や高度の汚濁処理施設が必要となろう。

5. あとがき

本研究は、我が国のような河川の利用率が高い流域での水資源の高度利用法について考察したものである。得られた成果をまとめると以下ようになる。

- (i) 様々な水利用形態の特徴を表わすパラメータを導入し、複雑な利水システムにおける水系の安全度評価を可能にした。
- (ii) 評価地点の流量、および、汚濁負荷量に関する評価値を流入流量の線形1次式で表現することができた。
- (iii) 入力である流入量の確率密度関数に従うとしたとき、各評価地点での水量、水質の安全度を水系全体に変換することができた。
- (iv) 安全度評価をベースに、第一段階では実験計画法を、第二段階では非線形計画法を導入し、最適な利水システムの策定手順を明らかにした。

なお、今後の課題として、

- (v) 実流域でのモデル化とパラメータ値の決定法を確立する。
 - (vi) 時系列で捉えた入力に対する安全度を評価する方法を開発する。
- などを検討していきたい。

参考文献

- 1) 田口玄一：実験計画法 上、下、丸善株式会社、1977
- 2) 池淵周一・小尻利治・飯島 健：利水システムの安全度評価とその最適計画への適用、土木学会第38回年次学術講演会講演概要 II、1983、pp.155~156
- 3) 池淵周一・小尻利治・飯島 健：実験計画法を用いた水利用システムの策定、土木学会第39回年次学術講演会講演概要 II、1984、pp.141~142
- 4) 井山 聰：都市化流域における総合的な治水計画の策定に関するシステム論的研究、京都大学修士論文、1983