

“仮想荷重法”による降雨の短時間予測 Short-Term Rainfall Prediction by the "Virtual Load" method

東京工業大学工学部 正員 日野 幹雄
by Mikio Hino

要 旨

本論文では、マバラに配置された雨量計による降雨情報あるいはレーダー雨量計から得られる格子網上のエコー強度を、仮想的な弾性平板の撓みに対応させることにより、これを内外挿して面的なデータに変換し、ついで、このような弾性平板の撓み(=降雨量)を与える仮想的な荷重点の移動と強さの変化を、カルマン・フィルターにより追跡して降雨を予測する方法を提案する。この際、「雨量計データは仮想荷重点の移動とその強さの変化の観測系出力である」として取扱われる。

本方法は、複数の降雨中心の位置と強度間に相互に制約されない自由な変化を許している点、パラメーター数が少なくすむ点を特徴としている。

1. はじめに

降雨予測の問題は、水文学(特に流出予測)の分野において最後まで残された最大の課題である。降雨の予測には、(i)多変量解析法(ii)レーダー雨量計法(iii)数値予報などの方法がある。このうち数値予報法は数値計算の格子間隔の粗さから、現在のところ広域的な予報には適しているが、洪水予測のような細かな降雨予測には不向きであろう。

多変量解析法は、多数の隣接する気象観測点での気象データ(雨量、気圧、気温、風向、風速など)の間に経験的法則を統計的に探し出し、これを利用する方法である。しかし、降雨にはいくつかのパターン、つまり降雨要因の違いによる降雨特性の差があることを考えると、降雨パターンごとにいくつかの予測式を用意しない限り、予測精度には限界があるであろう。

最近良い成果を挙げているのがレーダー雨量計法である。この方法はマバラに配置されている雨量計のデータと雨雲の面的レーダー情報を関係づけ、現在の降雨を面的に捉えるという点で大きな進歩である。これによる降雨予測は雨雲の移動と降雨強度の変化を予測することによって得られる。レーダー雨量計による短時間降雨予測については、すでに下垣・室田・江藤(1976)、竹内(1976)、大倉・石崎・中尾・森本(1983)、椎葉・高棹・中北(1984)の研究があるが、これらについては後の節で本方法との比較において述べる。

2. 仮想荷重法の降雨予測への応用

降雨の短時間予測の精度を決めるものは、①雨量分布をいかに正確に表現するか、②雨域の変形・変化をどれだけ正確に表現しうるかの2点である。かつて、著者は変量の二次元的な分布を少数の変数で表現するのに「仮想荷重法」を提案し(1976)、波力や波の回折の問題や大気汚染図作成への応用を示した。本論文ではこの方法をレーダー雨量計による降雨予測問題に応用する。

(1) 本方法の考え方: 降雨予測問題におけるこの方法の考え方は次のようである。

- (i) 降雨強度の空間的分布を仮想的な弾性平板の撓みに対応させる。
- (ii) 仮想的弾性平板の撓みを、このような撓みを生じさせる数ヶ所の仮想荷重で代表させる。このとき、雨域の移動と雨量の変化は、仮想荷重点の移動と荷重の大きさの変化に置き替えられる。
- (iii) 実測降雨網あるいはレーダー雨量計からのデータを、仮想荷重の観測系とみなして、カルマン・フィルターにより仮想荷重の大きさとその移動速度ベクトルを推定する。
- (iv) この仮想荷重を用いて再び仮想弾性平板の撓みとして、各点の降雨量を予測する。

(2) 仮想弾性平板の撓みによる雨量図の表現: さて、対象流域に配置された雨量計からのデータが得られると、地図上のそれぞれの点に同一時刻の雨量を記入し、等雨量線図を画くことができる。この

とき、われわれは雨量は平面的に滑らかな変化をしていると考えている。

そこで、この雨量を弾性平板の撓みに置き替えて考えよう。そうすると、等雨量線図を画くということはこの流域を弾性平板で覆い、平板の撓みを雨量に対応させることになる。このとき、この仮想的弾性平板を撓ませるためには、平板上のいくつかの点に荷重を与える必要がある。この荷重は仮想的なもので、具体的な意味は全くないし、荷重点と雨量計配置点とは無関係であり、これらを互いに一致させる必要はない。

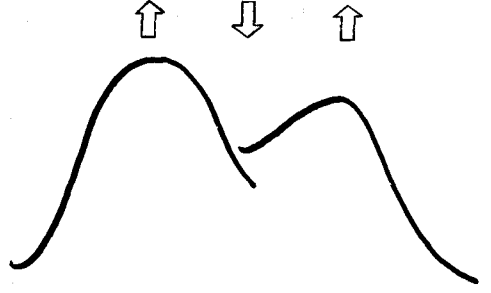


Fig. 1

さて、弾性平板の撓みのグリーン関数を $G(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ とする。つまり、点 $\mathbf{x}'$ に単位荷重を作用させたとき

座標 $\mathbf{x}$ の点の撓みを $G(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ とする。いま、第 i 番の雨量計の位置を $\mathbf{x}_i = (x_i, y_i)$ 、その点の時刻 t の雨量を $r_i(t)$ とする。この r_i を $\mathbf{x}_i$ 点の仮想弾性板の撓みと考えると、 p_j を $\mathbf{x}'_j = (x_j, y_j)$ 点に働く仮想荷重として r_i は次のように表わせる。

$$r_i(t) = \sum_j G(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}'_j) p_j(t) \quad (1)$$

四辺自由支持の弾性平板の撓みのグリーン関数は、次式で表わされる。

$$G\left(\begin{matrix} x, y \\ \xi, \eta \end{matrix}\right) = \frac{4}{\pi^2 ab D} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\sin(k\pi x/a) \sin(l\pi y/b) \sin(k\pi \xi/a) \sin(l\pi \eta/b)}{\left(\frac{k^2}{a^2} + \frac{l^2}{b^2}\right)^2} \quad (2)$$

各雨量計の降雨量あるいはレーダー雨量計による各格子点の推定雨量をまとめて $\mathbf{r}(t)$ とする。

$$\mathbf{r}(t) = [r_1(t), r_2(t), \dots, r_i(t) \dots]^T \quad (3)$$

仮想荷重点群は時間と共に移動するものとし、これを $\mathbf{x}'(t)$ と表わす。

$$\mathbf{x}'(t) = [x_1(t), y_1(t), x_2(t), y_2(t), \dots, x_j(t), y_j(t), \dots]^T \quad (4)$$

この荷重点は速度 $\mathbf{c}$ で移動すると考える。 c_{x_j}, c_{y_j} を第 j 番の仮想荷重点の移動速度ベクトルとすると、

$$\mathbf{c} = [c_{x_1}, c_{y_1}, c_{x_2}, c_{y_2}, \dots, c_{x_j}, c_{y_j} \dots]^T \quad (5)$$

また、雨雲群の移動や雨雲自体の変化が緩やかであるとすると、 $\mathbf{c}$ や $\mathbf{p}$ の遷移方程式、つまり、雨雲システムの状態方程式は次のように書ける。

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x}'(t+\Delta t) = \mathbf{x}'(t) + \mathbf{c}(t)\Delta t + \mathbf{w}_1(t) \\ \mathbf{p}(t+\Delta t) = \mathbf{p}(t) + \boldsymbol{\alpha}(t)\Delta t + \mathbf{w}_2(t) \\ \mathbf{c}(t+\Delta t) = \mathbf{c}(t) + \boldsymbol{\beta}(t)\Delta t + \mathbf{w}_3(t) \\ \boldsymbol{\alpha}(t+\Delta t) = \boldsymbol{\alpha}(t) + \mathbf{w}_4(t) \\ \boldsymbol{\beta}(t+\Delta t) = \boldsymbol{\beta}(t) + \mathbf{w}_5(t) \end{array} \right. \quad (6)$$

これらをまとめて、

$$\mathbf{y}(t+\Delta t) = \Phi(t) \mathbf{y}(t) + \mathbf{w}(t) \quad (7)$$

と書く。ここに、

$$\mathbf{y} = [\mathbf{x}'^T, \mathbf{p}^T, \mathbf{c}^T, \boldsymbol{\alpha}^T, \boldsymbol{\beta}^T]^T \quad (8)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 & \Delta t \mathbf{I} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{I} & 0 & \Delta t \mathbf{I} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{I} & 0 & \Delta t \mathbf{I} \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (9)$$

なお、プログラムでは $\mathbf{y} = [(x'_1, y'_1), p_1, c_{x1}, c_{y1}, \dots, (x'_2, y'_2), p_2, c_{x2}, c_{y2}, \alpha_2, \dots]$ と並べてある。

3. カルマン・フィルタによる降雨の最適推定

仮想荷重の初期値 $\mathbf{x}'(0)$ と初期移動速度 $\mathbf{c}(0)$ が求まると（方法については頁数の関係上省略）

$t = \Delta t$ 後の各点の雨量 $\hat{\mathbf{r}}$ は次式により表わされる。

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{r}}(t+\Delta t|t) &= \sum_j G(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}'_j(t+\Delta t)) p_j(t+\Delta t) \\ &\doteq \sum_j [G(\mathbf{x}, \mathbf{x}'_j) + \frac{\partial G}{\partial x_j} c_{xj} \Delta t + \frac{\partial G}{\partial y_j} c_{yj} \Delta t] p_j(t) \end{aligned} \quad (10)$$

ここに、記号 $\hat{}$ は最適推定値を意味する。また、 $\hat{\mathbf{r}}(t+\Delta t|t)$ は時刻 t においてなされた時刻 $t + \Delta t$ での $\mathbf{r}$ の最適推定値。次の時間ステップ $t + \Delta t$ での雨量データ $\mathbf{r}(t + \Delta t)$ が得られると、前の時間ステップでの予測降雨 $\hat{\mathbf{r}}(t + \Delta t|t)$ との差から、現時間ステップの $\hat{\mathbf{p}}(t + \Delta t)$ と $\hat{\mathbf{c}}_j(t + \Delta t)$ および $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ をカルマン・フィルタリングにより推定する。

なお、カルマン・フィルタの考え方は、極く本質的に次のように言える。「あるシステムの現在の状態を正確に知りたい場合に、この状態が観測系を通してなんらかの量に変換されて得られるとすれば、一時間ステップ前に予測された観測量と現在得られた観測量との誤差を最大の情報と考えて、システムの状態量を時々刻々修正推定しようとするものである。」

以上を纏めると降雨予測のための次の一連の式系となる。

(1) システム方程式：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}'(t+\Delta t) \\ \mathbf{p}(t+\Delta t) \\ \mathbf{c}(t+\Delta t) \\ \boldsymbol{\alpha}(t+\Delta t) \\ \boldsymbol{\beta}(t+\Delta t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}'(t) + \mathbf{c}(t) \cdot \Delta t \\ \mathbf{p}(t) + \boldsymbol{\alpha}(t) \cdot \Delta t \\ \mathbf{c}(t) + \boldsymbol{\beta}(t) \cdot \Delta t \\ \boldsymbol{\alpha}(t) \\ \boldsymbol{\beta}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \mathbf{w}(t) \end{bmatrix} \quad (11)$$

ここに、 $\mathbf{x}'$ ：仮想荷重点の座標、 $\mathbf{c}$ ：各仮想荷重の移動速度、 $\mathbf{p}$ ：各仮想荷重の値、 $\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}$ ： $\mathbf{p}$ と $\mathbf{c}$ の変化率、 $\mathbf{w}$ ：ノイズ。なお、上式中の第一式 $\mathbf{x}$ はカルマン・フィルタで必ずしも予測する必要はなく、実際の計算プログラムでは省いてある。

(2) 観測方程式：降雨は仮想荷重の位置 $\mathbf{x}'$ と大きさ $\mathbf{p}$ の変換された観測値であるとみなす。

$$\mathbf{r}(\mathbf{x}, t) = G(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \mathbf{p}(\mathbf{x}', t) + \mathbf{v}(t) \quad (12)$$

ここに、 $\mathbf{r}$ ：降雨計で測られた降雨量、もしくは各格子点のレーダ雨量計のエコー強度、 $\mathbf{v}$ ：ノイズ。

(3) カルマン・フィルターによる最適推定

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(t|t) \\ \hat{\mathbf{p}}(t|t) \\ \hat{\mathbf{c}}(t|t) \\ \hat{\mathbf{a}}(t|t) \\ \hat{\mathbf{b}}(t|t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(t|t-1) \\ \hat{\mathbf{p}}(t|t-1) \\ \hat{\mathbf{c}}(t|t-1) \\ \hat{\mathbf{a}}(t|t-1) \\ \hat{\mathbf{b}}(t|t-1) \end{bmatrix} + \mathbf{K}(t) [\mathbf{r}(t) - \hat{\mathbf{r}}(t|t-1)] \quad (13)$$

ここに,

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(t|t-1) &= \hat{\mathbf{x}}(t-1|t-1) + \hat{\mathbf{c}}(t-1|t-1)\Delta t \\ \hat{\mathbf{p}}(t|t-1) &= \hat{\mathbf{p}}(t-1|t-1) + \hat{\mathbf{a}}(t-1|t-1)\Delta t \\ \hat{\mathbf{c}}(t|t-1) &= \hat{\mathbf{c}}(t-1|t-1) + \hat{\mathbf{b}}(t-1|t-1)\Delta t \\ \hat{\mathbf{a}}(t|t-1) &= \hat{\mathbf{a}}(t-1|t-1) \\ \hat{\mathbf{b}}(t|t-1) &= \hat{\mathbf{b}}(t-1|t-1) \end{aligned} \quad (14)$$

および

$$\hat{\mathbf{r}}(\mathbf{x}, t|t-1) = \mathbf{G}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}(t|t-1))\hat{\mathbf{p}}(t|t-1) \quad (15)$$

また, $\mathbf{K}$: カルマン・ゲイン。

(4) 降雨予測: もし, 時刻 t で n ステップ先の降雨を予測したければ, 次式で計算する。

$$\hat{\mathbf{r}}(t+n\Delta t|t) = \mathbf{G}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}'(t+n\Delta t|t))\hat{\mathbf{p}}(t+n\Delta t|t) \quad (16)$$

ここに,

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}'(t+n\Delta t|t) &= \hat{\mathbf{x}}'(t|t) + \mathbf{a}n\Delta t \\ \hat{\mathbf{p}}(t+n\Delta t|t) &= \hat{\mathbf{p}}(t|t) + \mathbf{a}n\Delta t \end{aligned} \quad (17)$$

4. レーダー雨量計による種々の短時間降雨予測法の比較

レーダー画像を応用した降雨の短時間予測について, これまでいくつかの方法が提案されている。この節では, 様々の角度からこれらの方法の間の比較を試みる。

【雨量分布の表現法】 降雨予測における問題点の一つは, 複雑な雨量強度分布パターンを少ないパラメーターでどれだけ正確に表現できるかという点にある。

下垣・室田・江藤(1978)は6個のパラメーターをもつ2変数正規確率密度関数がある点を中心とした雨域内の降雨強度分布曲線に類似な関数形となることに注目し, 数個の分布関数の重ね合わせにより雨量分布を表現した。

これに対し, 竹内(1978)は降雨の中心など雨域の代表点の位置 (X, Y) とその点の雨量強度 Z で, 雨域を表現している。

椎葉・高棹・中北(1984)は, 全対象域を覆う格子点網の各点での雨量と各点の雨量強度減衰項を採り, これらの変化を移流方程式で記述している。

表-1: 種々の雨量短期予測法の比較一覧表

提 案 者	雨 域 の 表 現 法	パラメーター の 数	同 定			予 測	
			中心位置	移動速度	発達・減衰	移動速度	発達・減衰
下垣・室田 ・江藤 (1978)	二変数正規 確率密度型 関 数	$6 \times (\text{雨域中心数})$	非線型計画法	——	非線型計画法	回 帰 式 (カルマン・フィルター)	
竹 内 (1978)	雨域代表点 (中心など)	$3 \times 4 (=12)$	人的判断	最 小 二 乗 法 (K対の組)		定値外挿	定値外挿
椎葉・高棹 ・中北 (1984)	雨量強度の 移流方程式	$3 \times 3 (=9)$	——	最 小 二 乗 法 (過去 $K \geq 1$ ステップ)		定値外挿	一次式外挿
日 野 (1985)	仮想弾性 平板の撓み	$(1 \sim 6) \times$ (仮想荷重 点数)	カルマン・フィルター (逐次同定)			一次式外挿	外 挿

本方法では、仮想的な弾性平板の撓みと各点の雨量強度とを対応させている。

〔雨域の移動速度および強度の表わし方〕 下垣・室田・江藤は、各時刻の雨域中心の位置 $\mathbf{x}_c(t)$ を非線型計画法で推定したのち、 $\mathbf{x}_c$ の時間的变化は回帰式により表現されると考えた。しかも回帰係数は不変ではなく variant であるとみなして、これをカルマン・フィルターにより同定している。

竹内は、単位時間間隔 Δt だけ隔った雨域の対応点の座標 (X, Y) およびその点の降雨強度 (Z) をそれら変数の一次式で表現している。

椎葉・高棹・中北は、雨量強度 Z の変化を移流方程式で記述できるものとし、移流方程式中の移流速度 u 、 v および雨量の減衰項 w を、

$$u(x, y) = a_1 x + b_1 y + c$$

などと座標 (x, y) の一次式で表現し、雨量の実測と表現式による値との比較からその式中の係数を最小二乗法により決定している。

これに対し、本方法は雨域の各代表点は互いに自由に独立移動しうものとして取扱っている。それゆえ、移動性の雨域と停滞性の雨域を同時に取り扱うことが可能である。

〔パラメーター同定法〕 各方法において、雨量強度分布や移動式の表現法に違いはあるものの、いずれの方法においてもレーダーエコー強度との比較により表現式中のパラメーターを同定する必要がある。

下垣・室田・江藤は現時点での雨量強度分布を最も良く表わす確率分布型関数のパラメーターを非線型計画法の手法で求めている。

竹内および椎葉らは、同一時刻における雨量強度分布と表現式の与える雨量との誤差から最小二乗法によりパラメーターを決定している。

本方法では、降雨分布を与える仮想荷重の大きさ、位置、移動速度を逐次推定法であるカルマン・フィルターにより時間ステップを追って順次推定精度を上げつつ推定している。

降雨の短期予測における問題点の第2は、どれだけ正確にまた迅速に、雨域の変形・変化を追うことがで

```

*****
<File : Rain-prd>
SHORT-TERM RAINFALL PREDICTION
BY VIRTUAL-LOAD METHOD
& KALMAN FILTER
*****

```

```

*****
GOSUB *READ1
GOSUB *INITIAL.GUESS
GOSUB *DATA1
FOR T=1 TO TMAX STEP 1
GOSUB *NEW.RAIN.DATA
GOSUB *KALMAN.GAIN
GOSUB *X.OPTIMUM
NEXT T
END
*****

```

Fig. 2

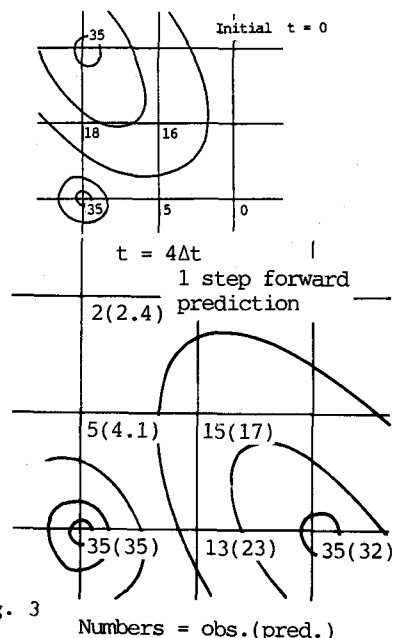


Fig. 3

きるかという点である。これはまた計算方法の速さということでもある。そのためには、計算が線型的計算ですむこと、変数の数が少ないことが望ましい。

この点、下垣・室田・中北法が非線型計画法によっている以外、他の方法は線型ないし線型化計算ですめられる。

竹内の方法と椎葉・高棹・中北の方法では、変数の数は比較的少なくすむが、一方、移流速度や減衰項を座標の一次内挿式で表現しているための精度上の制約がある。

本方法では、移流方程式の代りに「仮想平板」を考えており、変数の数は $1[p_j \text{ のみ}] \sim 6[C_x, C_y, \alpha, \beta \text{ を含む}] \times (\text{仮想荷重点の数})$ となる。変数の数は仮想荷重点の数、すなわち雨域の複雑さに依存する。また、パラメーターの一次式による内挿を行わない分、精度を上げることができる。

(5) 結果： 図-2 にフロー・チャートにあたる主プログラムを、図-3 にシミュレーション・デークについての計算結果の一例を示す。コンピューターは NEC パソコン PC 9801 E である。メモリー制約上小メッシュで行った。この例では、共存する進行性雨域と停滞性雨域が区別されて予測されていることが理解されるであろう。

なお、計算プログラム (BASIC による) は書面による申し込みがあれば提供する。

参考文献

- 1) 日野幹雄 (1975) : 近似計算法としての仮想法の提案と解説, 東京工大・土木工学科, 研究報告 No.18, 89-96.
- 2) 日野幹雄・宮永洋一 (1975) : 仮想法による波力と波の回折の計算, 第22回海岸工学講演会論文集, 109-114.
- 3) 日野幹雄・宮永洋一 (1975) : グリーン関数および仮想法による波力と波の回折計算, 土木学会論文報告集, No.237, 51-62.
- 4) 日野幹雄・吉川信二郎・栗原達雄 (1977) : 確率統計的手法による大気汚染予測の補遺, 土木学会論文報告集, No.268, 47-62.
- 5) 大倉 博・石崎勝義・中尾宏臣・森本陸世 (1983) : レーダ雨量計を用いた短時間降雨予測, 第27回水理講演会論文集, 349-354.
- 6) 椎葉充晴・高桝琢馬・中北英一 (1984) : 移流モデルによる短時間予測手法の検討, 第28回水理講演会論文集, 423-428.
- 7) 下垣 久・室田 明・江藤剛治 (1978) : 雨量観測レーダーによる降雨量分布の解析とそのオンライン予測, 第22回水理講演会論文集, 169-174.
- 8) 竹内邦良 (1978) : 雨域・雨量強度分布変化の短時間予測, 第22回水理講演会論文集, 161-168.
- 9) Kalman, R. E. (1960) : A new approach to linear filtering and prediction problems, Trans. ASME, J. Basic Eng. vol. 820, 35-45.