

貯水池結氷板の水厚増加について Growth of Ice Covers in Reservoirs

北見工業大学 正員 佐 渡 公 明

1. まえがき

寒冷地の水理構造物に作用する各種の水圧力を算定するのに、氷厚は最も重要な要因の一つである。また貯水池・湖沼・河川等の結氷板の耐荷力も氷厚に大きく影響される。このような氷厚の値は、空気中と水中からの熱収支の結果として定まるものであり、水と氷の2相界面が時間と共に移動する一次元熱伝導の相変化問題である。従来、この問題は、Stefan¹⁾、Neumann²⁾、Kreith³⁾等多くの研究者により扱われている。しかしながら、これらは日射量、風速、積雪深等の気象要素の影響を考慮していない。また、ステファン問題として菊地・市川の変分不等式による数値解析⁴⁾、山口・野木の解説¹⁾、Taoの巾級数を用いた解析解⁵⁾等もあるが、応用数学的色採が強く実用的とは言い難い。

本論文の目的は、まず擬定常の仮定のもとに氷板下面における熱収支方程式を解いて、氷厚算定の基本式を求め、種々の氷厚計算の近似式について適用条件を調べる。このとき、氷板表面における大気との熱収支は、氷板表面温度の非線形関数であるが、線形化して平衡温度と熱交換係数を定義する。特に、積算寒度算定の温度として、氷板あるいは積雪の表面温度を使う場合と、表面上ある高さの気温を使う場合との相違を明確にする。次に、氷厚増加に影響する要因は積雪深、風速等多数あるが、これらの影響を理論的あるいは実験的に明らかにする。

2. 平衡温度による氷厚成長

2-1 平衡温度と熱交換係数

図-1は貯水池の結氷状態を示している。大気の側から積雪表面に出入りする熱収支要素には、放射成分として全天日射量 I 、雪面反射日射量 γI (γ : アルベド)、大気長波放射量 R_a 、雪面逆長波放射量 R_b がある。また対流成分としては、大気と雪面の温度差にもとづく顕熱フラックス Q_H 、雪の蒸発または大気中の水蒸気の雪面への凝結による潜熱フラックス Q_E がある。以上の各熱収支要素の総和である全熱収支量 H_s は、雪面に対する加熱を正として次式で表わされる。

$$H_s = (1-\gamma)I + R_a - R_b + Q_H + Q_E \quad (1)$$

雪面逆長波放射量、顕熱・潜熱フラックスはそれぞれ次のように表わされる。

$$R_b = \sigma(\theta_0 + \delta)^4, \quad Q_H = \alpha_H(\theta_{ah} - \theta_0), \quad Q_E = LE, \quad E = \alpha_E(e_h - e_0) \quad (2)$$

ここに、 σ : ステファン・ボルツマン定数、 $\delta = 273.15$ 、 θ_0 : 雪面温度、 θ_{ah} , e_h : 雪面上高さ h での気温と水蒸気圧、 e_0 : 雪面上の飽和水蒸気圧、 α_H : 顕熱伝達率、 α_E : 潜熱伝達率、 L : 昇華の潜熱、 E : 水蒸気フラックスである。顕熱・潜熱フラックスの算定に、風による強制対流の他に空気密度差すなわち安定度にもとづく自由対流も考慮すると α_H , α_E は θ_0 の関数となる。また、雪面の飽和水蒸気圧はGoff-GratchやMagnus-Tetensの式から得られるが θ_0 の非線形関数である。したがって、式(1)の雪面熱収支量は、 R_b , $e_0(\theta_0)$ および自由対流を考慮したときの $\alpha_H(\theta_0)$, $\alpha_E(\theta_0)$ のために θ_0 に関し非線形である。

式(1)に式(2)を代入して、 θ_0 に近いある基準温度 θ_B を使ってTaylor級数に展開し、1次の項まで取ると次式が得られる。 θ_0 に関する微分を'で表わしている。

$$H_s(\theta_0) \doteq H_s(\theta_B) + H'_s(\theta_B)(\theta_0 - \theta_B) = K_s(\theta_B) \{ \theta_s^*(\theta_B) - \theta_0 \} \quad (3)$$

$$K_s(\theta_B) = 4\sigma T_B^3 - \alpha'_H(\theta_B)(\theta_{ah} - \theta_B) + \alpha_H(\theta_B) - L\alpha'_E(\theta_B) \{ e_h - e_0(\theta_B) \} + L\alpha_E(\theta_B) e'_0(\theta_B) \quad (4)$$

$$\theta_s^*(\theta_B) = \theta_B + H_s(\theta_B) / K_s(\theta_B) \quad (5)$$

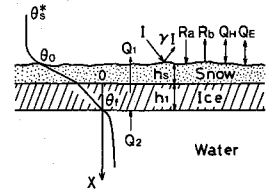


図-1 結氷板の熱収支

ここに、 $K_S(\theta_B)$ と $\theta_S^*(\theta_B)$ がそれぞれ雪面に対する熱交換係数と平衡温度であり、 T_B は θ_B の絶対温度である。従来、顕熱・潜熱伝達率としては、強制対流のみを考えて、雪面上高さ h での風速 u_h の1次関数で表わした経験式が多数発表されている⁶⁾。この場合 a_H 、 a_E は θ_0 に無関係となるので式(4)は、

$$K_S(\theta_B) = 4\sigma T_B^3 + a_H + L a_E e_0'(\theta_B) \quad (6)$$

と簡単になる。さらに、基準温度として気温を取ると次式が得られる。

$$K_S(\theta_{ah}) = 4\sigma T_{ah}^3 + a_H + L a_E e_0'(\theta_{ah}) \quad (7)$$

$$\theta_S^*(\theta_{ah}) = \theta_{ah} + \frac{(1-\gamma)I + R_a - \sigma T_{ah}^4 - L a_E \Delta E}{K_S(\theta_{ah})} \quad (8)$$

$$H_S(\theta_0) = K_S(\theta_{ah}) \{ \theta_S^*(\theta_{ah}) - \theta_0 \} \quad (9)$$

ここに、 $T_{ah} = \theta_{ah} + \delta$ 、 ΔE : 飽差 = $e_0(\theta_{ah}) - e_h$ である。式(7)の熱交換係数は気温、風速から決まり、式(8)の平衡温度は気温、風速、日射量、アルベド、大気長波放射量、相対湿度から求まる。式(3)、(9)は、温度 θ_0 の雪面が温度 θ_S^* の空気に触れているとき、 K_S を熱伝達率として雪面における伝熱量を表わしている。ある一定の気象条件に対し、平衡温度は大気との熱交換がなく熱的に釣合った平衡状態の雪面温度を表わし、熱交換係数は雪面温度が1℃増加したときに雪面が失う総熱フラックスで正の値である。

2-2 氷厚計算の基本式

図-1に示す氷板下面($x=h_1$)の1次元的な成長や融解を支配する熱収支方程式は、式(10)である。ここに、 ρ_1 : 氷の密度、 ℓ : 氷の融解潜熱、 h_1 : 氷厚、 t : 時間、 Q_1 : 氷板と積雪を通して大気へ流出する熱流束、 Q_2 : 水から氷板下面へ流入する熱流束である。 Q_1 、 Q_2 の符号は図-1の向きを正とする。

さて、氷板と積雪内の温度分布および上記の雪面熱収支量 H_S は、 Δt 時間内は平均値を使うことにより定常と仮定する。このとき氷板と積雪内の熱伝導および大気の熱伝達から、 Q_1 は式(11)のように得られる；さらに式(11)を式(10)に代入し、 Q_2 の Δt 時間内の平均値を $\bar{Q}_2$ とすれば式(12)が求まる。

$$Q_1 = \frac{\theta_t - \theta_S^*}{\frac{h_1}{\lambda_1} + \frac{h_s}{\lambda_s} + \frac{1}{K_S}} \quad \dots\dots\dots (11) \quad \rho_1 \ell \frac{dh_1}{dt} = \frac{\theta_t - \theta_S^*}{\frac{h_1}{\lambda_1} + \frac{h_s}{\lambda_s} + \frac{1}{K_S}} - \bar{Q}_2 \quad \dots\dots\dots (12)$$

ただし、 $\theta_t = 0^\circ\text{C}$ 、 h_s は積雪深、 λ_1 は氷の熱伝導率、 λ_s は雪の熱伝導率である。式(12)を初期条件 $t=0$ で $h_1=h_{in}$ のもとに積分し、 Δt 時間で氷厚が Δh_1 成長した($t=\Delta t$ で $h_1=h_{in}+\Delta h_1$)とすると、次の Δh_1 に関する超越方程式が得られる。

$$\frac{\lambda_1(\theta_S^* - \theta_t)}{\bar{Q}_2^2} \log e \left| 1 + \frac{\bar{Q}_2 \Delta h_1}{\lambda_1 B (\theta_S^* - \theta_t)} \right| - \frac{\Delta h_1}{\bar{Q}_2} = \frac{\Delta t}{\rho_1 \ell} \quad (13)$$

$$B = 1 - \frac{\bar{Q}_2}{\lambda_1(\theta_t - \theta_S^*)} \left(h_{in} + \frac{\lambda_1}{\lambda_s} h_s + \frac{\lambda_1}{K_S} \right) = 1 - \frac{\bar{Q}_2}{Q_{in}} \quad (14)$$

ここに、 Q_{in} は氷厚が初期氷厚のときの Q_1 で式(11)から得られる。式(13)、(14)が氷厚算定の基本式である。ただし、上記の擬似定常扱いの誤差を少なくするためには、 Δt をそれほど大きく取らないで、 $\Delta h_1 < h_{in}$ を満足することが必要である。次に式(11)~(14)を用い、 $\bar{Q}_2$ を正として、氷厚の増減は次のように整理される。

$$\begin{aligned} \theta_S^* &= 0 \quad \dots\dots\dots Q_{in} = 0 \quad \dots\dots\dots B = -\infty \quad \dots\dots\dots \Delta h_1 < 0 \\ \theta_S^* &> 0 \quad \dots\dots\dots Q_{in} < 0 \quad \dots\dots\dots B > 0 \quad \dots\dots\dots \Delta h_1 < 0 \\ \theta_S^* &< 0 \quad \dots\dots\dots Q_{in} \geq \bar{Q}_2 \quad \dots\dots\dots B \geq 0 \quad \dots\dots\dots \Delta h_1 \geq 0 \end{aligned}$$

2-3 氷厚計算の近似式

氷厚算定の基本式(13)は、 Δh_1 を求めるのにこのままでは不便であり陽な形に変形する。対数の中の

$\bar{Q}_2 \Delta h_1 / \lambda_1 B (\theta_s^* - \theta_f)$ は、氷厚が成長するとき一般に次のように変形される。

$$\frac{\bar{Q}_2 \Delta h_1}{\lambda_1 B (\theta_s^* - \theta_f)} = \frac{\bar{Q}_2}{Q_{in} - \bar{Q}_2} \frac{\Delta h_1}{h_{in} + (\lambda_1 / \lambda_s) h_s + \lambda_1 / K_s} < 1 \quad (15)$$

$\bar{Q}_2$ が小さく $Q_{in} > 2\bar{Q}_2$ が成立し、さらに Δt が小さく $\Delta h_1 < h_{in}$ のときは式(15)の不等号は常に成立する。

式(15)の条件のもとに、式(13)の対数を巾級数に展開し第2項まで取ると、 Δh_1 は次のように得られる。

$$\Delta h_1 = B \left\{ \sqrt{\left(h_{in} + \frac{\lambda_1}{\lambda_s} h_s + \frac{\lambda_1}{K_s} \right)^2 + \frac{2\lambda_1}{\rho_1 \ell} (\theta_f - \theta_s^*) \Delta t} - \left(h_{in} + \frac{\lambda_1}{\lambda_s} h_s + \frac{\lambda_1}{K_s} \right) \right\} \quad (16)$$

もし、積雪表面の温度 θ_0 が既知の場合は、大気熱伝達率は考慮しなくてよく、式(11)の分母の $1/K_s$ が省かれ

$$\Delta h_1 = B \left\{ \sqrt{\left(h_{in} + \frac{\lambda_1}{\lambda_s} h_s \right)^2 + \frac{2\lambda_1}{\rho_1 \ell} (\theta_f - \theta_0) \Delta t} - \left(h_{in} + \frac{\lambda_1}{\lambda_s} h_s \right) \right\}, \quad B = 1 - \frac{\bar{Q}_2}{\lambda_1 (\theta_f - \theta_0)} \left(h_{in} + \frac{\lambda_1}{\lambda_s} h_s \right) \quad (17)$$

となる。また、積雪がなく氷板表面の温度が未知の場合は、式(14)、(16)に $h_s = 0$ を代入し次式が得られる。

$$\Delta h_1 = B \left\{ \sqrt{\left(h_{in} + \frac{\lambda_1}{K_s} \right)^2 + \frac{2\lambda_1}{\rho_1 \ell} (\theta_f - \theta_s^*) \Delta t} - \left(h_{in} + \frac{\lambda_1}{K_s} \right) \right\}, \quad B = 1 - \frac{\bar{Q}_2}{\lambda_1 (\theta_f - \theta_s^*)} \left(h_{in} + \frac{\lambda_1}{K_s} \right) \quad (18)$$

ただし、式(18)の θ_s^* と K_s は氷板表面の平衡温度と熱交換係数である。さらに、積雪がなく氷板表面の温度 θ_0 (雪面温度 θ_0 と同じ記号を使っているが混同はないであろう) が既知の場合、式(18)は次のようになる。

$$\Delta h_1 = B \left\{ \sqrt{h_{in}^2 + \frac{2\lambda_1}{\rho_1 \ell} (\theta_f - \theta_0) \Delta t} - h_{in} \right\}, \quad B = 1 - \frac{\bar{Q}_2 h_{in}}{\lambda_1 (\theta_f - \theta_0)} \quad (19)$$

以上の氷厚計算式の適用について整理すると、次のようにまとめられる。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{積雪あり} \cdots \cdots \left\{ \begin{array}{l} \text{雪面温度が既知} \cdots \cdots (\theta_0 \text{が必要, 式(17)を使用}) \\ \text{雪面温度が未知} \cdots \cdots (\theta_s^* \text{と } K_s \text{が必要, 式(16)を使用}) \end{array} \right. \\ \text{積雪なし} \cdots \cdots \left\{ \begin{array}{l} \text{氷板表面の温度が既知} \cdots \cdots (\theta_0 \text{が必要, 式(19)を使用}) \\ \text{氷板表面の温度が未知} \cdots \cdots (\theta_s^* \text{と } K_s \text{が必要, 式(18)を使用}) \end{array} \right. \end{array} \right.$$

表面温度 θ_0 が未知の場合は、平衡温度と熱交換係数を使わなければならない。このとき、式(8)より気温は、平衡温度の一部となっている。一般に表面温度よりは気温のデータが入手しやすいので、気温を使う場合が多いが、気温と平衡温度の相違が式(8)の右辺第2項であり、これに充分注意しなければならない。

水から氷板下面へ流入する熱流束については、貯水池内の流れが冬期渇水と全面結水のため無視できるとすれば、次のように水温分布を求め、氷板下面の水温の微係数から得られる。最も簡単には、境界条件を氷板下面で 0°C 、貯水池底で 4°C とし、初期条件を $0 \sim 4^\circ\text{C}$ の直線分布として、水温に関する非定常1次元熱伝導方程式を解けばよい。水深が浅く水温に貯水池底地盤の地温の影響がある場合には、水温と地温に関する熱伝導方程式を適当な境界条件と初期条件のもとに解くこともできる⁷⁾。貯水池の流れが無視できない場合には、Kolesnikov の Q_2 と流速の関係を示す図を利用することができる⁸⁾。しかし基本的には、ヌッセルト数をレイノルズ数とプラントル数の関数で表わせばよいのであるが、今後検討していきたい。

氷厚成長に関する Stefan の第1近似式は、水温を一様に 0°C としているため、式(19)で $\bar{Q}_2 = 0$ すなわち $B = 1$ とし、 $h_{in} = 0$ とした $h_1 = \sqrt{2\lambda_1 / (\rho_1 \ell)} \sqrt{(\theta_f - \theta_0)t}$ である。 $(\theta_f - \theta_0)t$ は、結氷開始 ($t = 0$) から t 時間の間の氷板表面温度の平均値を θ_0 としたときの積算寒度である。Neumann の解は、静水からの Q_2 を考慮して Stefan の解を拡張しているが、やはり一定な氷板表面温度を用いている。したがって、Neumann や Stefan の解は、積雪がなく氷板表面温度が既知の場合にのみ適用できる。

3. 氷厚に影響する要因

3-1 理論的検討

氷厚増加に影響する要因を空气中、積雪・氷板、水中に分けて分類すると次のようになる。まず、氷板と大気との間の熱交換には、 I 、 rI の短波放射と R_a 、 R_b の長波放射から成る放射成分に加えて Q_H 、 Q_E の対

流成分がある。この放射と対流成分は、表面において全熱収支量 H_s となり、平衡温度と熱交換係数を形成している。積雪と氷板内には温度勾配にもとづく熱伝導がある。特に、積雪深 h_s を氷厚に換算すると $(\lambda_1/\lambda_s)h_s \div (3 \sim 78)h_s$ となり積雪の断熱効果が著しい。氷板下の水中では、冬期間の密度分布は安定しており自由対流は生じない。氷板下面へ流入する Q_2 は、静水時には熱伝導、流れがあるときは流速変動にもとづく乱流熱伝達によって決まる。

次にいくつかの計算例を示す。以下の計算では $\rho_1 = 0.917 \text{ g/cm}^3$ 、 $\ell = 79.7 \text{ cal/g}$ 、 $\lambda_1 = 0.0053 \text{ cal/(cm S}^\circ\text{C)}$ を用いている。まず、図-2 は氷厚成長に対する平衡温度と熱交換係数の影響を示している。 $\bar{Q}_2 = 0$ 、 $h_{in} = h_s = 0$ 、 $\Delta t = 1 \text{ 日}$ の条件で式(8)から Δh_1 を求めている。図中の ℓy は $1\ell y = 1 \text{ cal/cm}^2$ である。 θ_s^* が低く（絶対値は大きい）、また K_s が大きいほど氷厚が成長しやすいことが分かる。したがって $(1-\gamma)I$ 、 R_a および相対湿度が増加すると θ_s^* が増し Δh_1 は減少する。強制対流のみを考慮した Q_H 、 E の典型的な式⁶⁾

$$Q_H = 0.38 u_1 (\theta_{a1} - \theta_0) \ell y / h_r, \quad E = 1.0 \times 10^{-3} u_1 (e_1 - e_0) \text{ g/(cm}^2 \text{ hr)}$$

を用いると、式(7)、(8)は

$$K_s(\theta_{a1}) = 4\sigma T_{a1}^3 + 0.38 u_1 + 1.0 \times 10^{-3} u_1 e_0'(\theta_{a1}) L$$

$$\theta_s^*(\theta_{a1}) = \theta_{a1} + \{(1-\gamma)I + R_a - \sigma T_{a1}^4 - 1.0 \times 10^{-3} u_1 L \Delta E\} / K_s(\theta_{a1})$$

となり、風速が増すと K_s は増加するが、 θ_s^* は主として $(1-\gamma)I$ の影響で増減する。例えば、夜間の晴天で $\theta_{a1} = -10^\circ\text{C}$ 、相対湿度 80% R_a に Brunt・山本の式を用い、 $L = 677 \text{ cal/g}$ 、 $h_{in} = h_s = 0$ 、 $\Delta t = 12 \text{ hr}$ 、 $\bar{Q}_2 = 0$ のとき、 K_s 、 θ_s^* 、 Δh_1 は風速と共に次表のように増加する。

$u_1 \text{ (m/s)}$	0	1	2	5	10
$10^4 K_s (\ell y/S^\circ\text{C})$	0.988	2.48	3.96	8.43	15.9
$\theta_s^* (^\circ\text{C})$	-36.0	-20.8	-17.0	-13.6	-12.2
$\Delta h_1 \text{ (cm)}$	2.1	2.9	3.5	4.9	6.0

図-3 は $\bar{Q}_2 = 0$ 、 $\theta_0 = -10^\circ\text{C}$ 、 $h_{in} = 1 \text{ cm}$ 、 $\Delta t = 1 \text{ 日}$ の条件のもとに、 Δh_1 に対する積雪深と雪の密度の影響を式(10)から計算したものである。雪の熱伝導率 $\lambda_s \text{ (cal/cm S}^\circ\text{C)}$ には、密度 $\rho_s \text{ (g/cm}^3)$ との関係式 $\lambda_s = 0.0068 \rho_s^2$ を用いている⁹⁾。積雪深の等価氷厚 $(\lambda_1/\lambda_s)h_s$ からも分かるように、密度が軽く積雪深が深いほど著しい断熱効果があり、氷厚が成長しにくいことが示されている。

図-4 は $h_s = 0$ 、 $\theta_0 = -10^\circ\text{C}$ 、 $\Delta t = 1 \text{ 日}$ のもとに式(9)を用いて、 Δh_1 に対する h_{in} と $\bar{Q}_2$ の影響を示したものである。 $\Delta h_1 > h_{in}$ の範囲では式(13)における対数の巾級数展開の近似が悪くなるので破線で示している。流速が大きくなると $\bar{Q}_2$ は増加し、このとき Δh_1 は当然であるが減少する。曲線と横軸との交点では $Q_{in} = \bar{Q}_2$ となり $\Delta h_1 = 0$ である。初期氷厚が増えたと氷板内の温度勾配が減るため Q_1 が減少し氷厚成長が鈍い。

3-2 実験の検討

低温室内の結氷実験に用いた鉄製水槽は $1.5 \text{ m} \times 1.0 \times 0.7$ （深さ）の大きさで、側面と底面の外側をグラスウールとスタイロフォームで 20 cm 厚に覆っている。低温室の設定温度は -30°C である。図-5 は気温、水温、水温の分布を示している。氷厚 h_1 が 50 cm 程度までの氷板では、温度分布は直線近似できることが分かる。

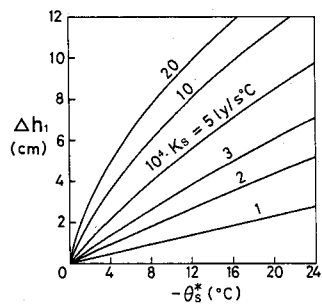


図-2 氷厚に対する θ_s^* と K_s の影響

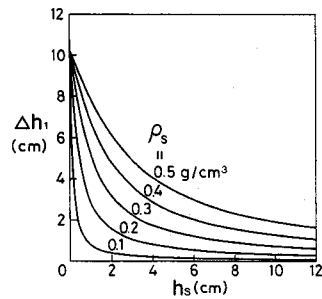


図-3 氷厚に対する h_s と ρ_s の影響

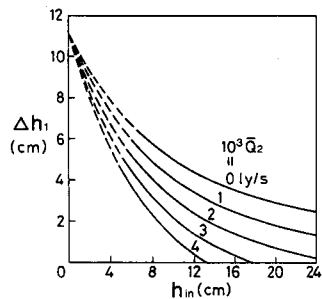


図-4 氷厚に対する h_{in} と $\bar{Q}_2$ の影響

また氷板下面の水溫勾配は、経過時間 t と共に小さくなっている。水溫測定用の CC 熱電対は殆んどが 1 cm 間隔に設置されているので、氷板下面に最も近い水溫を用いて氷板下面の微係数を近似的に求め、2 時間平均の $\bar{Q}_2$ を示したのが図-6 である。 $\bar{Q}_2$ は結氷直後は大きな値であるが、2 日以降は非常に小さくなっている。これは図-5 から分かるように、水体の熱エネルギーは早期に奪われてしまって、43 時間以降氷板下面の水溫の微係数が非常に小さくなったからである。また、2 時間平均の $\bar{Q}_1$ については、氷板表面の溫度低下より氷厚増加の影響が効いて水溫の溫度勾配がゆるくなるため、実験終了の $t = 359\text{ hr}$ まで減少し続けている。なお、 $t = 0$ は水面において結氷開始した時刻である。

図-7 は、式(19)による氷厚の計算値と実測値を比較したもので、気温の変化も示している。氷厚の実測値は水槽の中央付近で測定した 4 箇所 の 平均 値 である。 $\theta_{a1.5}, \theta_{a0.01}$ は氷板上高さ $1.5, 0.01\text{ m}$ の気温である。 θ_{a0} と θ_0 は共に氷板表面の溫度であるが、 θ_{a0} は結氷直後に氷板表面に熱電対を置いて測定したもので、 θ_0 は熱電対のハンダ部分の中心が水面に一致するように結氷前に固定した熱電対の溫度である。

θ_{a0} は θ_0 より約 4°C ほど低く溫度境界層の中に入っており、また水溫分布からも θ_0 が真の氷板表面溫度に近い。図-7 から氷厚の計算値が実測値に接近してくるのは、氷板表面に近い気温を用い $\bar{Q}_2$ を考慮した場合であることが分かる。これは、 $\theta_{a1.5} < \theta_{a0.01} < \theta_{a0} < \theta_0$ であり、また正確には気温でなく平衡溫度を用い式(18)から計算しなければならないからである。 θ_0 を用い $\bar{Q}_2$ を考慮した場合でも計算値が実測値より多少大きくなっている最大の原因は、 θ_0 の熱電対が氷板表面より溫度境界層側にやや偏り、 θ_0 の値が真の表面溫度より低くなったためと思われる。氷厚増加率 dh_1/dt が時間と共に小さくなるのは図-6 から $\bar{Q}_1 - \bar{Q}_2$ が時間と共に減少するからである。なお気温が最初の頃急激に変動しているのは霜取りヒータが作動したからである。

氷厚の実用計算には、積算寒度 S を用いた算定式 $h_1 = KS^n$ が簡便である。 K は正の定数である。氷厚は積算寒度の増加と共に増すので $n > 0$ 、または氷厚増加率 $dh_1/dS = nKS^{n-1}$ が積算寒度の増加と共に減少しなければならないので $n < 1$ となり、結局 n は $0 < n < 1$ の定数である。ところで積算寒度の計算に用いる気温の測定高さに注意しなければならない。例えば、図-8 は上記水槽実験において得られた氷厚と積算寒度の実測値から求めた回帰直線（相関係数は $0.997 \sim 0.999$ ）を氷板上の高さ別に示したものである。氷板上の高さが高くなるほど、図-7 から気温が低いので、ある時刻の実測氷厚に対して積算寒度が大きく直線の傾きが大きい。氷板上の高さが低く気温が高くなるほど、 K は増加し n は減少し、Stefan の式に接近することが分かる。最後に図-9 は、低温室にある全長 7.4 m の台形断面水路（底幅 10 cm 、側壁勾配 $1:1$ 、全幅 50 cm ）を用いて氷厚に対する流速の影響を調べた結果である。図中の V は結氷前の平均流速である。氷厚が小さいのは水

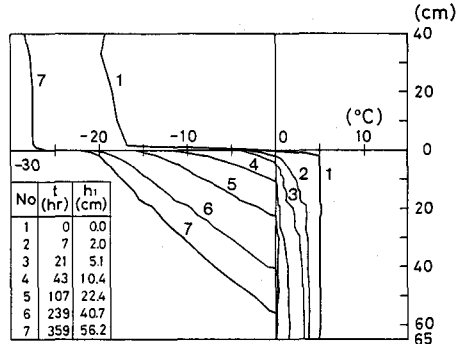


図-5 気温、水溫、氷厚の分布

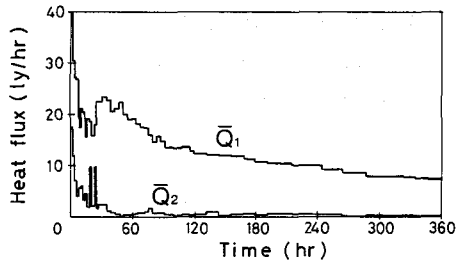


図-6 $\bar{Q}_1, \bar{Q}_2$ の時間変化

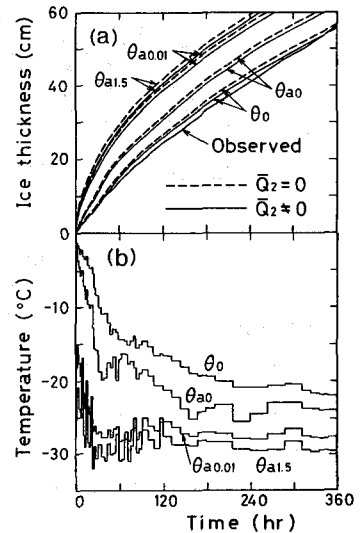


図-7 (a) 氷厚の計算値と実測値
(b) 気温変化

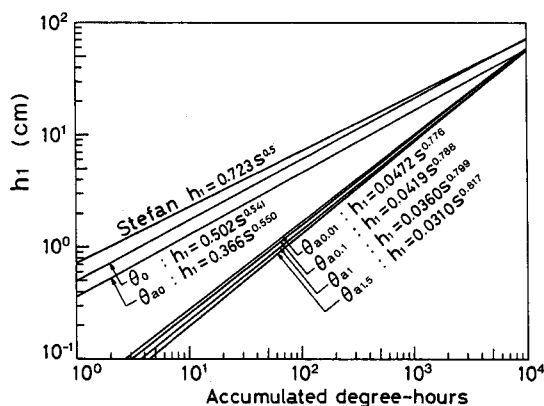
深が10 cm前後と浅いからである。同じ積算寒度であっても流速が大きいほど、氷厚が成長しにくいことが分かる。この最大の原因は、流速の増加に伴って氷板下面に入る熱流束が増えるからであると思われる。

4. 結 語

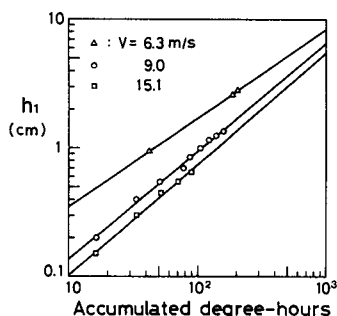
擬似定常の仮定のもとに熱収支にもとづいた氷厚算定の近似解を誘導した。これらは、積雪の有無および表面温度が既知か未知かに分けて適用することができる。氷厚増加に影響する要因については、空气中、積雪・氷板、水中に分けて伝熱学的に分類し、平衡温度、熱交換係数、風速、積雪深、流速等の影響について述べた。積算寒度を用いた氷厚計算は、積雪がなく、氷板表面の温度が既知の場合に誤差が小さい。

ここで述べた氷厚成長は真水 (black ice) に関するものである。氷板上の積雪に水が浸透して凍ったゆき水あるいは氷板下面に付着した氷泥は、特に河川の氷厚と密接な関係があるがここでは省略した。平衡温度は表面の熱収支を扱うときに非常に重要な温度であり、例えば融雪に対して最も重要な気象要素は気温でなく平衡温度であると思われる。ただし、その測定がやっかいなのである。今後の課題は、2相ステファン問題の解との比較および水から氷板下面へ流入する熱流束の評価である。

最後に本研究の実験において、北見工業大学中尾隆志助手、開発工学科卒業生松倉俊雄君、鈴木健治君に多くの協力を得た。ここに感謝の意を表します。



図一 8 氷厚と積算寒度の関係



図一 9 氷厚に対する流速の影響

参考文献

- 1) 山口昌哉・野木達夫：ステファン問題，産業図書，1977.
- 2) Carslaw H. S. and J. G. Jaeger: Conduction of Heat in Solids, Oxford Univ. Press, 1959.
- 3) Kreith F.: Principles of Heat Transfer, Harper Inter. Ed., 1976.
- 4) 菊地昇・市川康明：変分不等式によるステファン問題，土木学会論文報告集，第289号，1979.
- 5) Tao L. N.: The Stefan problem with arbitrary initial and boundary conditions, Quart. Appl. Math., 1978.
- 6) 小島賢治：融雪機構と熱収支，気象研究ノート，第136号，1979.
- 7) 佐渡公明：結氷河川の氷厚に関する一考察，土木学会北海道支部論文報告集，第35号，1979.
- 8) Pivovarov A. A.: Thermal Conditions in Freezing Lakes and Rivers, John Wiley & Sons, 1973.
- 9) 原田千三：雪・氷・凍土，丸善，1943 (絶版).