

主成分分析とフィルター分離AR法を組み合わせた融雪流出解析法

A Proposal on Snowmelt-Runoff Analysis through Principal Component Analysis Combined with Filter AR Separation Method

信州大学工学部 正員 寒川典昭

信州大学工学部 正員 荒木正夫

新日本開発工業(株) 正員 滝沢文雄

1. はじめに

融雪期の流出には、実用的には気温のみからブラックボックス的に評価する方法があるが¹⁾、実際融雪を規定する因子は多数存在することが知られている。これらの因子から積雪融解水の流域内入力量(融雪量)を推定することができるなら、それは降雨期の降雨と同様の入力と考えることができるため、降雨・流出モデルを融雪期に適用することが可能となる。

本稿では融雪を規定する成分の抽出、及び抽出された成分からの融雪量の推定を目的として、次のような方法により分析する。1) 多数の気象因子を主成分分析にかけ融雪を規定する主成分の抽出及び解釈を行う。2) 融雪期の流量時系列からフィルター分離AR法により入力量時系列を逆探し、降雨時系列を差し引くことにより融雪量時系列を推定する。3) 主成分と融雪量時系列を重回帰式で結合させ、抽出された主成分による融雪量の説明度を検討し、融雪量時系列の推定式を提案する。

2. 融雪を規定する因子

融雪に関係する因子は多数存在するが、気象特性では気温、日射、風速、降雨、地熱、湿度、流域特性では地形、植生、高度、雪の特性では雪のAlbedo、雪の成熟化等がその主たるものであろう。これらの因子の組み合わせは極めて複雑であり、又これらの資料すべてを一般の河川流域において収集することは不可能である。ところが流域を固定し、融雪期を雪の特性等が一定と仮定できる期間に分割して、その期間内の融雪を考えるなら、流域特性と雪の特性は一応議論から外することができる。したがって、ここでは気象因子のみを考えることにする。

気温は熱量を表現する1指標と考えられ、degree-day法、degree-hour法等はこの因子のみで融雪流出を推定しようとしている。日射は融雪を規定する重要な因子と考えられ、高橋ら²⁾は放射収支による融雪を第1成分とし、残りを気温による項としてdegree-hour法で算定するモデルを提案している。風は積雪面上の空気を乱し雪面温度を変化させる。降雨は熱量的な影響は小さいが、³⁾水の吐き出しに関与すると言われている。⁴⁾地熱は積雪下面からの融雪を促す。⁵⁾湿度が融雪に及ぼす影響については明確でない。

3. モデルの概要

我々は次のようなモデル構成を考える。

1) 融雪期をいくつかの期間に分割し、雪の特性及び融雪にかかわる質的因子はその期間内で一様であり、融雪に関して定常性が確保されていると仮定する。

2) 融雪にかかわる量的因子から融雪量を規定する主成分 z_k を主成分分析法によって抽出する。この主成分は多くの情報を含み、融雪量 s に対して大きな説明力を持つように決定する。

3) いま、流域の積雪状態 i に主成分 z_k が作用して積雪状態が j に遷移し、融雪量 s を生じると考える。このとき、流域からの降雨入力 r があるなら

$$\sigma = s + r \quad (1)$$

が、流域貯留状態 α への入力となり、貯留状態は β に遷移し、流出量 q が生起する。図-1はこのモデルの

説明図である。

4) 定常性が確保されている期間内で主成分 z_k と融雪量 s との間に任意関数を $f(\cdot)$ として

$$s = f(z_k) \quad (2)$$

なる関数関係を仮定するなら、 z_k を計算して s を求めることができる。

5) 融雪を規定する主成分の判定は、各主成分と融雪量との相関及び融雪量の再現・予測精度より行う。

6) $f(\cdot)$ の決定のための s は、フィルター分離 AR 法により流量時系列から流域入力量時系列を逆探し、降雨量を差し引くことによって求められる。ただし降雨量には積雪内貯留、凍結によるタイムラグを考慮する。

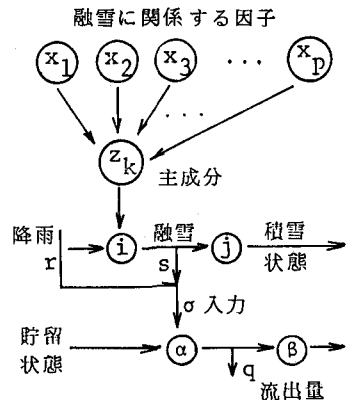


図-1 モデルの考え方

尚、上記のモデルで、積雪状態は4. で述べるように因子の中に含まれ、貯留状態は流出状態と等価と考える。

4. 主成分の抽出法⁶⁾

4.1 主成分分析法

いま、 n 個の対象について p 次元ベクトル $(x_{\alpha 1}, x_{\alpha 2}, \dots, x_{\alpha p}, \alpha=1, 2, \dots, n)$ が観測されたとき m 個の主成分は次式で与えられる。

$$z_{\alpha k} = \sum_{i=1}^p a_{ki} x'_{\alpha i}, \alpha=1, 2, \dots, n, k=1, 2, \dots, m \quad (3)$$

ここで、

$$\sum_{i=1}^p a_{ki}^2 = 1, k=1, 2, \dots, m \quad (4)$$

であり、 $x'_{\alpha i}$ は $x_{\alpha i}$ を α について平均 $E[x'_i] = 0$ 、分散 $V[x'_i] = 1$ に基準化した変量であり、 a_{ki} は固有ベクトルである。

本研究で用いた主成分分析の諸性質は次のとおりである。

1) $x'_{\alpha i}$ の分散・共分散行列の固有値を λ_k とおくと寄与率は

$$\lambda_k / p, k=1, 2, \dots, m \quad (5)$$

となり、 m 個の主成分の累積寄与率は

$$\sum_{k=1}^m \lambda_k / p \quad (6)$$

で与えられる。

2) $z_{\alpha k}$ と $x'_{\alpha i}$ の相関、すなわち因子負荷量は

$$r(z_k, x'_i) = \sqrt{\lambda_k} a_{ki}, k=1, 2, \dots, m, i=1, 2, \dots, p \quad (7)$$

となる。

4.2 因子の加工¹⁾

実流域への適用にあたって、4. の気象因子に関連した諸因子として、最高気温、最低気温、日照時間、最小湿度、降水量を得た。ここでは、主成分分析を行うにあたり、これらの因子から融雪を規定する主成分を明確に抽出するために、最高気温・最低気温と降水量の加工方法を示す。

1) 最高気温・最低気温

一般に積雪存在区域における 0°C 以上の気温の積分値が融雪と密接にかかわりあっている。そこで最高気温・最低気温から時系列気温曲線を推定して、毎日の 0°C 以上の積分値 D を求める。一方雪線と凍結線には

さまれる流域面積 A が全流域面積 A_0 に占める割合 $k = A / A_0$ が融雪対象流域率になる。そこで A 内での積算気温として積算気温面積 kD を評価する。

2) 降水量

融雪期における降水量は降雨と降雪という2つの現象から成り立っているが、融雪には降雨が直接に影響を及ぼす。したがって、雪線以下の無雪地帯の降雨、融雪地帯における降雨および降雪、凍結線以上における降雪に分け、降水量から降雪を分離し、融雪地帯の高度と面積との関係を導入して流域平均降雪を評価する。

4.3 融雪期の分割

雪の性質や融雪にかかわる質的因子の影響を取り除くため、これらとの相関が高く、入手可能な因子として最高気温を分割指標に採用する。分割は、まず融雪期を10日ごとにグループ化し、グループ内の最高気温分布状況を調べる。得られた分布について、“一様性に関する χ^2 検定”を適用し、有意水準 α の下で隣接する2つの分布が一様であるか、すなわちこれら2期間を結合させ得るかを検定する。一様とみなされた期間は同一期間とし、その間で融雪に関して定常性が確保されていると仮定する。

5. 入力量の逆推定法⁷⁾

5.1 流出成分分離

(1) 分離周期の推定法

融雪流量 $q(t)$ の自己相関関数は次式で表される。

$$c(\tau) = \overline{q(t)q(t+\tau)} - \bar{q}^2 \quad (8)$$

ここで、 τ : $q(t)$ の 平均値、 $-$: 時間平均。

そこで、自己相関係数を $\rho(\tau) = c(\tau)/c(0)$ とすると、 $\rho(\tau)$ が“0”に近づく遅れ時間、あるいは $\rho(\tau)$ の変曲点を与える遅れ時間 τ を流出分離日数 T_c とする。

(2) 数値フィルターによる流出成分分離

後方作用の数値フィルターを用いて、表面・中間流出成分と地下水流出成分に分離する。用いる数値フィルターは

$$h(\tau) = \begin{cases} c_0 \exp(-c_1 \tau / 2) \sinh(\sqrt{c_1^2 / 4 - c_0} \tau) / \sqrt{c_1^2 / 4 - c_0}, & (\tau \geq 0) \\ 0, & (\tau < 0) \end{cases} \quad (9)$$

である。ここで、 $c_0 = (\delta / T_c)^2$, $c_1 = \delta^2 / T_c$, δ : 減衰係数。

上式のフィルターを通したものをそのまま地下水流出成分 $q^{(1)}(t)$ とみなすと、表面・中間流出成分 $\{q(t) - q^{(1)}(t)\}$ が負になることがある。そこで

$$\min\{q(t) - \xi q^{(1)}(t)\} \geq 0 \quad (10)$$

なる ξ を用い、表面・中間流出成分を評価する。

5.2 ARモデルによる逆推定

分離された流出成分 $q_i^{(l)}$ ($l = 1$: 地下水流出, 2 : 中間流出, 3 : 表面流出) に ARモデルを適用すると、

$$q_i^{(l)} = a_1 q_{i-1}^{(l)} + a_2 q_{i-2}^{(l)} + \dots + a_k q_{i-k}^{(l)} + \varepsilon_i \quad (11)$$

となる。ここで、 a_i : 自己回帰係数、 ε_i : ランダム入力。

従って、上式より融雪流量をもたらしした入力量は次式より逆推定する。

$$\sigma_i^{(l)} = \beta \Phi(B) q_i^{(l)} + 86.4 \bar{q}^{(l)} / A \quad (12)$$

ここで、 $\Phi(B) = 1 - a_1 B - a_2 B^2 - \dots - a_k B^k$, $\beta = 86.4 / \{A(1 - \sum_i a_i)\}$, B : backward shift operator, A [km^2] : 流域面積, $q_i^{(l)}, \bar{q}^{(l)} = q_i^{(l)} - \bar{q}^{(l)}$: 流出変動成分。

ここで推定された $q_i^{(l)}$ の和 $(\sum_l \sigma_i^{(l)})$ は3. の σ に相当する。

融雪を規定する主成分から融雪量を再現・予測するために、(3)式で得られた主成分 $z_{\alpha k}$ に従属変数とし、融雪量 s_{α} に線形回帰させると次式が得られる。

ここで、 β_0 : 定数、 β_k : 偏回帰係数、 δ_α : 雑音成分。

ここで、 r_{x_1s} : $x_{\alpha i}$ と s_{α} の相関係数、 $\bar{s}$: s_{α} の平均値、 $\bar{z}_k$: $z_{\alpha k}$ の平均値、 u_s : s_{α} の標準偏差。

ここで、 δ'_α は雑音成分であり、偏回帰係数 b_i 、定数 b_0 は次式より決定される。

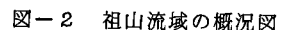
ここで、 $\bar{x}_i : x_{\alpha i}$ の平均値、 $u_{x_i} : x_{\alpha i}$ の標準偏差。

裾花川は、ほぼ半円形に囲まれた急斜面を流下する典型的な山地河川である。河道の兩岸はきびしく切り立ち、深いV字谷を刻んでいる。本川は途中で天神川を合わせて東流し、祖山付近で楠川を加えた後南に流向を変え、犀川に合流している。この流域はほとんどが山岳地帯であり、流域全体は適度な森林でおおわれている。地質は第三紀層に属し、概して透水性の乏しい地層となっている。

気温は、周囲が高山に囲まれ、高度も 600～2,000 m と高地であるため、緯度の割に低い。降水量は年間 2,000 mm 程度で、夏期と比較して冬期の降水量が多く、それはほとんど積雪として流域内に貯留される。春になると融雪水が多量に河川に供給され、貴重な水資源としての活用が期待される。

(2) 水文資料

採用した水文資料は、昭和40年～53年の14年間における戸隠での最高気温、最低気温、日照時間、



最小湿度，降水量，鬼無里での最高気温，最低気温，降水量，及び祖山流量である（すべて単位：日）。融雪期は祖山日流量のハイドログラフから3月1日～6月30日と決定した。

7.2 主成分分析法の適用結果

(1) 因子の加工

(a) 積算気温面積

図-3は面積高度曲線，図-4は雪線高の経日変化を示す。ここで雪線高は日野ら⁸⁾による方法を採用した。これを時間 t （日）をパラメタとして最小2乗法による直線に変換すると次式となる。

$$h_1=19.57t+180.74 \tag{19}$$

ここで， t ：3月1日からの日数， h_1 （m）：雪線高度。一方，凍結線高度は気温低下率 $0.6\text{ }^{\circ}\text{C}/100\text{m}$ より求めた。図-5は上述の資料から評価された積算気温面積である。

(b) 分離降雨

図-6は流域内の2点の降水観測所から流域平均降雨を求め降水量から降雨量を分離したものである。時間の経過とともに分離降雨がかなりの割合を示すようになってきていることがわかる。

(2) 融雪期間の分割

戸隠日最高気温を7階級に分け，融雪期を次の5期に分割した。①3月1日～31日，②4月1日～20日，③4月21日～5月10日，④5月11日～6月10日，⑤6月11日～6月30日。以下では融雪がさかんに発生する③の期間への適用を考える。

(3) 主成分分析の結果

表-1は固有値，累積寄与率，因子負荷量を示したものである。PCA1は因子数が6個，PCA2は5個，PCA3は4個の場合である。いずれの場合も固有値1.0以上となる主成分の個数は1～2個，第3主成分までの累積寄与率は約90%となっている。尚，戸隠最高気温・最低気温の情報の多くは積算気温面積に入っているため，ここではPCA3について解釈する。第1主成分についてみると，因子負荷量の絶対値が大きい因子は，正で日照時間，積算気温面積，負で最小湿度であるため，この主成分は流域に与えられる総合的な熱量の程度を表わす成分と考えられる。第2主成分は分離降雨量と大きな負の相関をもち，降雨量に関連した因子と考えられる。第3主成分は積算気温面積と大きな正の相関をもち，第1,第2主成分と直交していることより残雪量に関連した因子と考えられる。第4主成分については意味付けが明確でない。

7.3 フィルター分離AR法の適用結果

(1) 流出成分分離

日流量の自己相関係数より $T_0=6$ 日とした。又試行錯誤の結果 $\delta=2.5$ を採用した。これらの値を用いて(9)式より融雪流

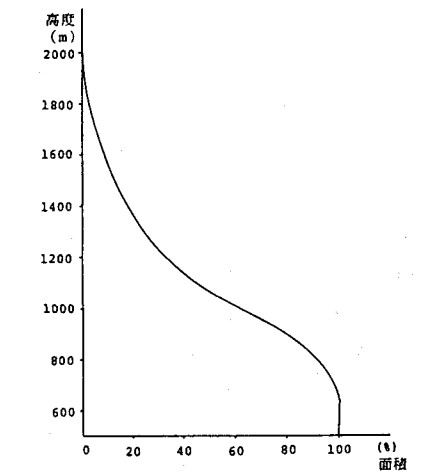


図-3 面積高度曲線

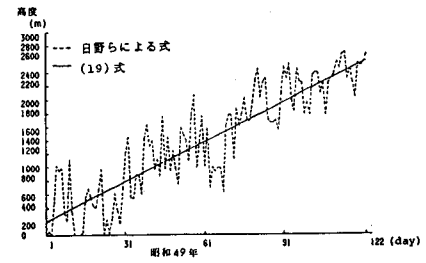


図-4 雪線高の経日変化

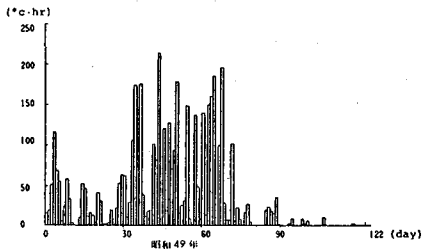


図-5 積算気温面積

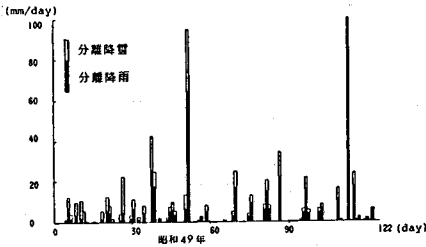


図-6 降水量に占める分離降雨量

量を表面・中間流出成分と地下水流出成分の2成分に分離した。

(2) ARモデルの適用と逆探入力量
得られた各流出成分に対して自己相関係数を求め、表面・

中間流出成分の次数 $k_s=2$ 、地下水流出成分の次数 $k_b=6$ とした。図-7はこれより求めた逆探入力量である。

7.4 主成分と逆探融雪量の関係

ここでは昭和40年~49年をtraining期間、50年~53年をchecking期間とし、POA.3を採用した。融雪量はタイムラグを考慮した降雨を逆探入力量より差し引いて求めた(図-8)。融雪量との相関の絶対値が比較的高い第1, 第3主成分を用いて(16)式を評価すると次のようになった。

$$s = 7.7892 + 0.7068x_1 + 0.0699x_2 - 0.2866x_3 - 0.0760x_4 \quad (20)$$

ここで、 x_1 :日照時間、 x_2 :最小湿度、 x_3 :積算気温面積、 x_4 :分離降雨のそれぞれの基準化量。図-9は(20)式による再現例である。再現・予測精度は不十分な点があり、採用する因子も含めてさらに検討を要する。

8. 結 語

本研究では2つの主成分を抽出し、融雪量推定式を提案することができた。しかし、融雪量の再現・予測精度は十分と言えず、採用する因子、年特性、分離降雨、雪線の決定法等が今後の検討課題として残されている。

最後に、本研究を行うにあたり宇都宮大学長谷部助教授から適切な御助言を賜った。信州大学大学院生、渡辺、今井両君には計算の協力を得た。記して謝意を表する。

表-1 主成分分析の結果

ケース		POA. 1				POA. 2				POA. 3			
主成分		z_1	z_2	z_3	z_4	z_1	z_2	z_3	z_4	z_1	z_2	z_3	z_4
固有値		2.856	1.481	0.885	0.402	2.319	1.292	0.849	0.334	2.291	0.900	0.501	0.308
累積寄与率(%)		47.6	72.3	87.1	93.8	46.4	72.2	89.2	95.9	57.3	79.8	92.3	100
因子負荷係数	日照時間	0.8564	-0.2642	0.0173	0.0197	0.9112	-0.0022	-0.0583	-0.3022	0.8866	0.0281	-0.2275	0.4294
	最小湿度	-0.8074	0.2238	0.1810	-0.4728	-0.8508	-0.0076	0.2781	-0.4443	-0.8401	0.1773	0.5307	0.3256
	積算気温面積	0.8248	0.3853	-0.1690	-0.2983	—	—	—	—	0.7443	-0.3949	0.7162	-0.0678
	分離降雨量	-0.4157	0.2589	-0.8616	0.0564	-0.5185	-0.0048	-0.8498	-0.0741	-0.4957	-0.8435	-0.2313	0.1145
	戸隠最高気温	0.3359	-0.8337	-0.2912	-0.2896	0.5051	-0.7991	-0.1511	-0.1398	—	—	—	—
	戸隠最低気温	-0.7102	-0.6714	-0.0135	0.0448	-0.4904	-0.8084	0.1519	0.1437	—	—	—	—

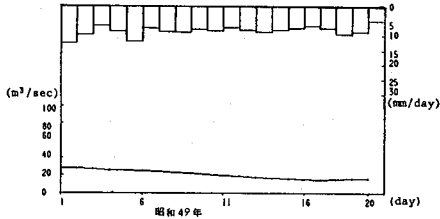


図-7 逆探入力量(地下水流出成分)

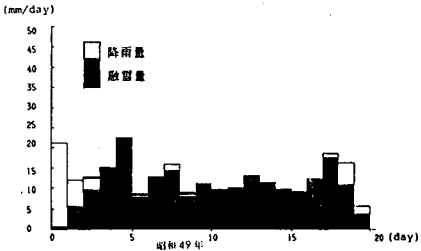


図-8 逆探入力量に占める融雪量

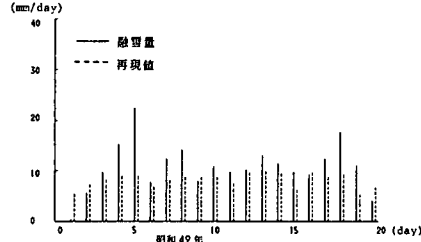


図-9 第1・第3主成分による融雪量の再現

参 考 文 献

1) 境：河川の融雪流出に関する研究，土木学会論文集，第95号，pp.9～20，1963。
2) 高橋・小池・吉野：融雪量の分布特性について，第28回水理講演会論文集，pp.447～452，1984。
3) 菅原：続・流出解析法，共立出版，p.127，1979。
4) 高瀬：融雪出水の解析，水工学に関する夏期研修会講義集，Aコース，pp.A-4-1～A-4-9，1977。
5) 小島：融雪機構と熱収支，気象研究ノート，第136号，pp.1～38，1979。
6) 例えば，奥野他：多変量解析法，日科技連，pp.159～167，1971。
7) 日野・長谷部：流量時系列のみによる流出解析について，土木学会論文報告集，第300号，1980。
8) 日野・長谷部・野田：雪線高度の気温，残雪を考慮した融雪量の算定式について，土木学会論文報告集，第338号，1983。