

下水管渠内急変被圧不定流の解析法

An Analysis on Rapidly Varied Pressurized Flow in a Sewer Line System

{ 東京都立大学工学部 正会員 安 川 浩
 { 東京都立大学工学部 正会員 宇 井 正 和
 { 東京都立大学大学院 学生員 尾 上 靖

1. 緒 言

昭和48, 49の2年間に東京都森ヶ崎幹線沿いに多発したマンホール(人孔)蓋飛散現象の水理的機構解明に着手して以来6年を経過し, この間, 下水処理場への流入渠末端阻水扉の急閉を仮定した被圧管内振動のシミュレーションを実施し, 実際の蓋飛び発生状況に酷似した計算上の発生状況が再現されるに至った⁽¹⁾。また蓋飛び頻発箇所における圧力蓋・特殊空気抜の併設への改良済み人孔の圧力蓋取付枠の破壊現象に対しては, 上昇する人孔内水面が圧力蓋下面に激突する際の衝撃圧を算定するため, 人孔内鉛直水流加速度を考慮した計算法の開発を試みた。実験室内小規模水理実験結果のいくつかを再現できる数値解析結果については, 既に報告⁽²⁾したが, その後30例に及ぶ水理実験結果の全てを良く再現しうるまでに改良を加え, 現地への実用化をはかる段階に至ったと思われるので, ここに報告する次第である。

2. 基礎方程式

一般的な場合を想定し, 人孔もしくは調圧水槽を, ここではライザーと称するものとすれば, 図-1に示すような N 本のライザーと, その間を結ぶ $N-1$ 本の一様管路より成る管路系において, 管路下流端に位置する流量制御弁より上流に向かって順次1番ライザー, 2番ライザー……… N 番ライザーと番号を付し, ライザーにより両端を区切られた管路要素にやはり下流より番号を付すものとすれば, i 番目の管路ならびにライザーに関する運動方程式及び連続式はそれぞれ次式で表わされる。

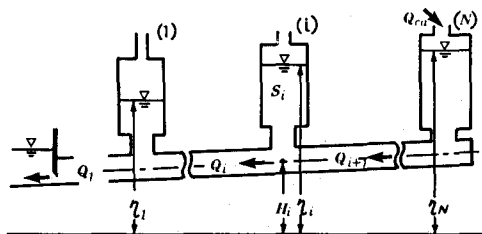


図-1 管路の概況

$$\frac{dQ_i}{dt} = \frac{gA_i}{l_i} (h_i - h_{i-1}) - \frac{gn_i^2}{A_i R_i^{4/3}} \cdot |Q_i| \cdot Q_i \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{d\eta_i}{dt} = \frac{1}{S_i} (Q_{i+1} - Q_i) \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに, h は動水勾配線高度, Q は管路内流量, η はライザー内水位, A は管路断面積, l は管路長, S はライザー内水面積, R は径深, n は Manning 粗度係数を表わす。

前報^{(1), (2)}により, ライザー基部の動水勾配線高度 h_i は次式で与えられる。

$$h_i = \alpha_i + \beta_i (Q_{i+1} - Q_i)^2 + \gamma_i \left(\frac{dQ_{i+1}}{dt} - \frac{dQ_i}{dt} \right) \quad \dots\dots\dots (3)$$

管路上下流端, 即ち1番管路の下流端である流量制御弁直前, 及び上流端 N 番管路への流入部における表現は次式で与えられる。但し上流端の N 番ライザーへは一定流量 Q_{ca} が流入しているものとし, 下流端1番ライザーと流量制御弁の間の管路を1番管路に数えている。

$$h_0 = \alpha_0 + \beta_0 Q_1^2 + \gamma_0 \frac{dQ_1}{dt} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$h_N = \alpha_N + \beta_N (Q_{ca} - Q_N)^2 + \gamma_N \left(0 - \frac{dQ_N}{dt} \right) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\text{ここに, } \alpha_i = \left(\frac{p_0}{\rho g} + \eta \right)_i$$

$$\beta_i = \begin{cases} \frac{1}{g} \left(\frac{1}{S_0^2} + \frac{1}{S_1^2} + \frac{1}{S_2^2} - \frac{1}{S_0 S_1} - \frac{1}{S_1 S_2} \right)_i & ; \text{ 水面上昇} \\ \frac{1}{g} \left(\frac{1}{S_0 S_1} \right)_i & ; \text{ 水面降下} \end{cases}$$

$$r_i = \frac{1}{g} \left(\frac{l_0}{S_0} + \frac{B_0 - B_1}{S_1} + \frac{\eta - B_2}{S_2} \right)_i$$

尚, 添字は i 番ライザーに関するものであることを示す。

式(3), (4), (5)を式(1)と(2)へ代入すれば,

$$\left. \begin{aligned} & \left\{ 1 + a_i (\tau_0 + r_1) \right\} \frac{dQ_1}{dt} - a_1 r_1 \frac{dQ_2}{dt} \\ & \quad = a_1 \left[\left\{ r_1 + \beta_1 (Q_2 - Q_1)^2 \right\} - (\alpha_0 + \beta_0 Q_1^2) \right] - b_1 |Q_1| \cdot Q_1 \\ & - a_1 r_{i-1} \frac{dQ_{i-1}}{dt} + \left\{ 1 + a_i (\tau_i + r_{i-1}) \right\} \frac{dQ_i}{dt} - a_i r_i \frac{dQ_{i+1}}{dt} \\ & \quad = a_i \left[\left\{ \alpha_i + \beta_i (Q_{i+1} - Q_i)^2 \right\} - \left\{ \alpha_{i-1} + \beta_{i-1} (Q_i - Q_{i-1})^2 \right\} \right] - b_i |Q_i| \cdot Q_i \\ & - a_N r_{N-1} \frac{dQ_{N-1}}{dt} + \left\{ 1 + a_N (\tau_N + r_{N-1}) \right\} \frac{dQ_N}{dt} \\ & \quad = a_N \left[\left\{ \alpha_N + \beta_N (Q_{N+1} - Q_N)^2 \right\} - \left\{ \alpha_{N-1} + \beta_{N-1} (Q_N - Q_{N-1})^2 \right\} \right] - b_N |Q_N| \cdot Q_N \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

$$\text{ここに, } a_i = \frac{g A_i}{l_i}, \quad b_i = \frac{g n_i^2}{A_i R_i^3}$$

式(6)をマトリックス表示すれば,

$$[M] \cdot [f] = [d] \dots \dots \dots (7)$$

$$\text{但し, } [M] = \begin{bmatrix} 1 + a_1 (\tau_0 + r_1), & -a_1 r_1, & 0, & \dots \dots \dots & 0 \\ -a_2 r_1, & \{1 + a_2 (\tau_2 + r_1)\}, & -a_2 r_2, & 0, & \dots \dots \dots & 0 \\ 0, & \dots \dots \dots & 0, & -a_i r_{i-1}, & \{1 + a_i (\tau_i + r_{i-1})\}, & -a_i r_i, & 0, & \dots \dots & 0 \\ 0, & \dots \dots \dots & \dots \dots \dots & 0, & -a_N r_{N-1}, & \{1 + a_N (\tau_N + r_{N-1})\} \end{bmatrix}$$

$$[f] = \left[\frac{dQ_1}{dt}, \frac{dQ_2}{dt}, \dots \dots \frac{dQ_N}{dt} \right]^T$$

$$[d] = [\theta_1, \theta_2, \dots \dots \dots \theta_N]^T$$

$$\begin{aligned} \text{但し, } \theta_1 &= a_1 \left[\left\{ \alpha_1 + \beta_1 (Q_2 - Q_1)^2 \right\} - (\alpha_0 + \beta_0 Q_1^2) \right] - b_1 |Q_1| \cdot Q_1 \\ &\vdots \\ \theta_i &= a_i \left[\left\{ \alpha_i + \beta_i (Q_{i+1} - Q_i)^2 \right\} - \left\{ \alpha_{i-1} + \beta_{i-1} (Q_i - Q_{i-1})^2 \right\} \right] - b_i |Q_i| \cdot Q_i \\ &\quad (i = 1, 2, \dots \dots N) \end{aligned}$$

式(6)或いは(7)は流量 Q_i の導関数 dQ_i/dt ($i = 1, 2, \dots N$) に関する条件式数 N の連立1次方程式とみなすことができるから, 従属変数 Q_i, τ_i, ρ_i に関する適当な初期条件を与えれば, dQ_i/dt は代数方程式の解として決定される。それ故, 式(6)より陰的に定まる dQ_i/dt と式(2)により構成される陽的な連立常微分方程式は, 数値的に容易に積分される。

3. 管路端の境界条件

図-2に示されたオリフィス型流量制御弁モデルにおいて、オリフィス面上・下流の水平且つ一様な速度分布を有する2断面に関し、運動量方程式と連続式を求めると次式が得られる。

$$\lambda \frac{d}{dt}(\rho Q) + \rho Q(v - V) = \rho g A_0(h_0 - h_1) \quad (8)$$

$$\sigma A_0 v = AV = Q \quad (9)$$

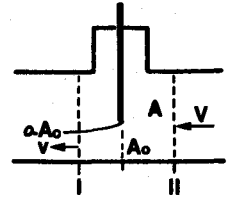


図-2 流量制御弁近傍

ここに λ は断面間距離を表す。

式(9)を式(8)へ代入し、制御弁直前の断面Ⅱにおける動水勾配線高度 h_2 につき表わせれば次式が求まる。

$$h_2 = h_1 + \frac{1}{g} \left\{ \frac{\lambda}{A_0} \frac{dQ}{dt} + \left(\frac{Q}{A_0} \right)^2 \frac{A - \sigma A_0}{\sigma A} \right\} \quad (10a)$$

管路及びライザー番号を考慮し、式(4)の表現に改めれば、

$$h_0 = \eta_0 + \frac{1}{g} \left\{ \frac{\lambda}{A_0} \frac{dQ_1}{dt} + \left(\frac{Q_1}{A_0} \right)^2 \frac{A_1 - \sigma A_0}{\sigma A_1} \right\} \quad (10b)$$

上式における制御弁開口面積 A_0 は時々刻々の制御弁開度 $\psi(t)$ の関数として算定されるから、式(10b)を式(4)を通して計算に組み込むことにより、開度変化の影響が系全体に反映される。

4. スラブ面への圧力の算定

前述の方法に基づき、任意時刻における管路内流量 Q_i とその導関数 dQ_i/dt 、及びライザー水位 η_i とその導関数 $d\eta_i/dt$ が数値的に解かれるならば、上昇時のライザー内水面が、上方に急減するライザー断面の不連続面（通称スラブ面）に衝突する際の圧力もまた算定できる。

図-3に示すように、計算の便宜上、標高 $z = B_2$ における不連続面に微小長 4 の緩和区間を仮定し、計算上は下方の断面積 S_1 からスラブ上方の S_2 へ連続的に移行するものとする。このとき仮想上の緩和区間における水平断面積 S は次式で表わされる。

$$S = \alpha(\eta - B_2)^2 + \beta(\eta - B_2) + \gamma \quad (11)$$

$$\text{但し, } \alpha = (S_1 - S_2)/4^2$$

$$\beta = -2(S_1 - S_2)$$

$$\gamma = S_1$$

このときスラブ、即ち $z = B_2^-$ における水面上昇時の圧力 p_2^- は前報^{(1),(2)}により、

$$\frac{p_2^-}{\rho g} + B_2^- = \frac{p_2^+}{\rho g} + B_2 + \frac{Q^2}{g S_2} \left(\frac{1}{S_2} - \frac{1}{S_1} \right) + \frac{B_2^+ - B_2^-}{g S_2} \cdot \frac{dQ}{dt}$$

また、

$$\frac{p_2^+}{\rho g} + B_2^+ = \frac{p_0}{\rho g} + \eta + \frac{\eta - B_2^+}{g S_2} \cdot \frac{dQ}{dt}$$

故に、

$$\frac{p_2^-}{\rho g} = \frac{p_0}{\rho g} + \eta - B_2 + \frac{Q^2}{g S_2} \cdot \left(\frac{1}{S_2} - \frac{1}{S_1} \right) + \frac{1}{g} \left(\frac{\eta - B_2}{S_2} \right) \cdot \frac{dQ}{dt} \quad (12)$$

上式において水位 η が前記緩和区間内にあるとき、ライザー内水位面積は式(12)における S_2 に替えて、式(11)で定義される S を与えれば水面上昇時のスラブ面圧力 p_2^- が定まる。

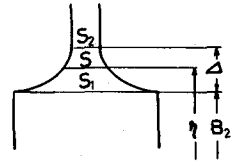


図-3 緩和区間

一方、水面降下時には同様にして次式が導かれる。

$$\frac{p_2}{\rho g} = \frac{p_0}{\rho g} + \eta - B_2 + \frac{\eta - B_2}{gS_2} \frac{dQ}{dt} \quad (13)$$

しかしながら流向に沿い断面が急拡する際には不連続断面を挟んでの圧力の不連続は存在しないから、水面降下時には不連続断面に対する緩和区間を考慮する必要はない。それ故、議論は以下に要約される。

A) 水面上昇時 ($Q_{i+1} - Q_i > 0$)

i) $\eta < B_2$

$$\frac{p_2^-}{\rho g} = \frac{p_0}{\rho g} \quad (14a)$$

ii) $0 \leq \eta - B_2 \leq \Delta$

$$\frac{p_2^-}{\rho g} = \frac{p_0}{\rho g} + \eta - B_2 + \frac{1}{gS_2} \left(1 - \frac{S}{S_1}\right) \cdot (Q_{i+1} - Q_i)^2 + \frac{(\eta - B_2)}{gS} \cdot \left(\frac{dQ_{i+1}}{dt} - \frac{dQ_i}{dt}\right) \quad (14b)$$

iii) $\Delta < \eta - B_2$

$$\frac{p_2^-}{\rho g} = \frac{p_0}{\rho g} + \eta - B_2 \frac{1}{gS_2} \left(1 - \frac{S_2}{S_1}\right) \cdot (Q_{i+1} - Q_i)^2 + \frac{(\eta - B_2)}{gS_2} \cdot \left(\frac{dQ_{i+1}}{dt} - \frac{dQ_i}{dt}\right) \quad (14c)$$

B) 水面降下時 ($Q_{i+1} - Q_i < 0$)

i) $0 \leq \eta - B_2$

$$\frac{p_2^-}{\rho g} = \frac{p_0}{\rho g} + \eta - B_2 + \frac{(\eta - B_2)}{gS_2} \cdot \left(\frac{dQ_{i+1}}{dt} - \frac{dQ_i}{dt}\right) \quad (14d)$$

ii) $\eta < B_2$

$$\frac{p_2^-}{\rho g} = \frac{p_0}{\rho g} \quad (14e)$$

5. 実験の目的と方法並びに結果

急変被圧不定流実験の目的は先ず第1に、これ迄述べてきた解析方法、とりわけ連立常微分方程式の陰的解法における実用上の問題点を抽出することにある。解析法の適用性はライザー内水位に関する水位・時間曲線を実測によるそれと比較することにより明らかにしうるから、流量制御弁の種々の操作により生ずるライザー内水面の不連続断面（スラブ面）への衝突現象を対象に、ライザー内水位を標的にして解の適用性を考察しようとするものである。

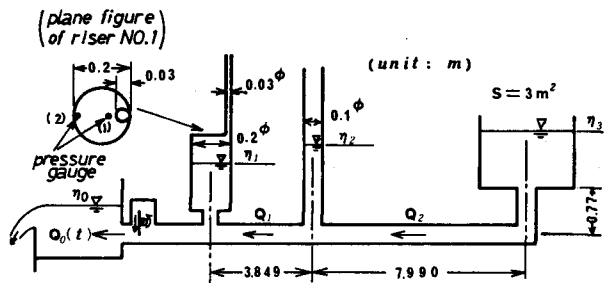


図-4 急変被圧不定流実験装置

他方、上記現象におけるスラブ面上の圧力値も実用上重要であり、非圧縮性水流の仮定の枠内で導かれた前節4における理論上の妥当性を実測により確かめることを試みるものである。

実験装置の概要は図-4に示されているが、管路系を構成する3本のライザーの内、下流側の1番ライザーにのみ不連続断面が存在する。変動水位は下流側の1番及び2番ライザーについて測定し、そのうち1番

ライザーに関してはスラブ面の上下別々の平行線型水位計プローブによった。水位計増巾器は司測研製 Model L_1-1 (写真-1) を使用した。

またスラブ面に及ぼす水圧の測定は図-4 に示されている 2 個の圧力変換器 (共和電業製 PGM-2 KC ; 受圧面直径 10 mm, 固有振動数 14 KHz, 容量 2 ㏞) により検出し, 共和電業製 DPM-100 型動的歪計, 横河電機製 2915 型直記式オシログラフ (振動子 G-600 B-F) により増巾・記録した。

実験条件は 30 例設定した。写真-2 は下流端近傍から上流側を見た管路状況を, また写真-3 はネジ付きステンレス棒で補強された 1 番ライザーを示している。

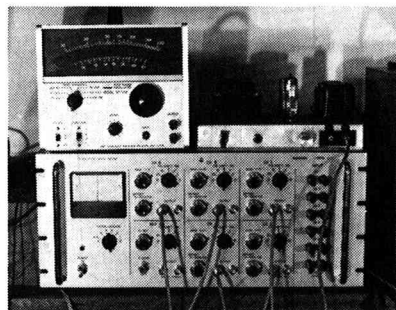


写真-1 水位計増巾器 (下)
発振器 (左上), 電力増巾器 (右上)

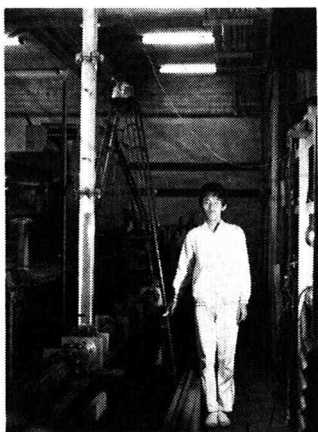


写真 — 2

高架水槽 (左奥) と管路設置状況

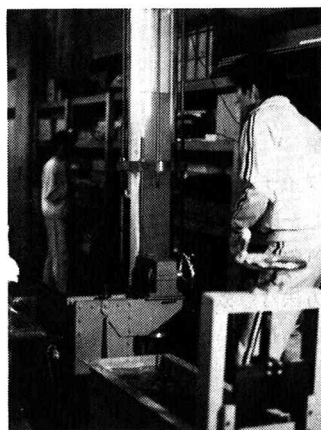


写真 — 3

下流端ライザー流量制御弁及び整流水槽

30 例の実験条件のうち, 18 例はスラブ面上方の立管取付位置が図-4 に示される通り外縁であるのに対し, 12 例はスラブの中心である点が異なる。

解析上問題となる緩和区間長 l (図-3) の値は, 最初は特性長 (管高) X_0 の $1/2$ を用いたが, 最終的には特性長の $1/100$ により不安なく演算することができた。それらによれば, 計算曲線に対する実測値の対応は上記 2 種類の立管取付位置によらずほぼ同程度であるから, そのうち No.2 に関するものを図-5 に示す。図中の (a), (b) はそれぞれ 1 番及び 2 番ライザーに関するものである。そのうち図 (a) の右側の目盛線はスラブ面圧力水頭 (無次元) に関するもので, 対応する 2 種類の測点 (▼及び△印) は図-4 に示される圧力計位置 (1), (2) に対応し, スラブ面上の立管取付孔 (直径 3.0 cm) に近い測点 (1) の測定値が幾分小さいことを示している。

図-5 に示される実験例は筆者が行った実験条件のうちで最も典型的な現象を示すものであるが, 数値解析に基づく理論曲線 (実線), オシログラフから読みとり, XYプロッターにより記入させた測点群との対応は, 水位, スラブ面圧力とも満足すべき合致を示していると言えよう。

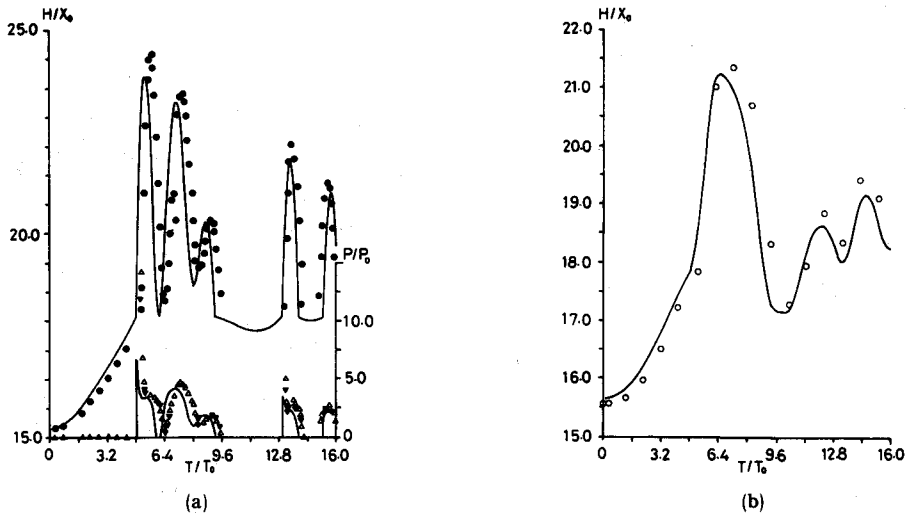


図-5 急変被圧不定流の解析例

6. 結 論

上昇するライザー内水面が、ライザー水平断面積の急変部（スラブ面）に激突するような現象に対して、本報で提案した陰的解法が充分適用でき、スラブ面に作用する衝撃的な圧力に関しても、非圧縮性流体の仮定の枠内で算定できることが明らかになった。

またこの方法は急激なオリフィス型流量制御弁の開閉に伴う非定常な流量の算定に際しても適用が期待できるものと思われる。

7. 謝 辞

この研究を始めるにあたり、電力中央研究所 是枝 忍氏には貴重な御示唆をいただいた。また本研究は一部、東京都下水道局委託「下水管内水流の管理システムに関する研究」によるものであり、御世話下さった下水道局の方々、並びに都立大学工学部 川口士郎教授にもあわせて深く謝意を表します。

8. 参考文献

- 1) 安川, 川口, 山岡: 豪雨時のマンホール蓋飛散現象に関する基礎的研究, 第24回 水理講演会論文集 1980.
- 2) 安川, 宇井, 赤上: ライザー内水流の加速度を考慮した多自由度管内振動の解法, 第36回 土木学会年次講演会概要集, 昭和56年.
- 3) 是枝 忍: ガバナー, ガイドベーンおよび AFC装置の動作を考慮したサージタンクの水位変動 電力中央研究所 技術研究所報告 土木 No.66057, 1966.
- 4) 是枝 忍: 寝覚発電所の取水調整に関する水理学的研究, 電力中央研究所 技術研究所報告 土木 No.70021, 1971.
- 5) 是枝 忍: サージタンク内水柱の慣性を考慮したサージング解析およびサージタンク水面振動の安定性解析に関する研究, 電力中央研究所 技術研究所報告 土木 No.71019, 1972.