滑面上の流水蛇行　その2

Stream Meanders on a Smooth Surface: part 2

金沢工業大学　正員　中川武夫

1. はじめに

滑面上の流水蛇行現象はいままで余り注目されてこなかったが流体力学上の興味深い問題を多く包含していることがだんだん明らかになってきた。たとえば、滑面を流れる水と空気との間の自由接触面及び流水、空気そして滑面の三つの異なる相がお互いに共有する接触線の存在により、この現象は特有な流体力学的不安定を示す。さらに、滑面上の流水軌跡は、ある条件下で、安定な蛇行形状を示し、この形状が河川の蛇行と同様に滑面最大傾斜線に沿う方向へ徐々に移動することが知られている。

滑面上の流水運動は個々の流体粒子に働く重力の滑面に沿う成分により駆動される。また、流水と滑面との接触面に働くせん断応力は流水と空気との接触面に働くそれよりずっと大きいのが特徴である。したがって、滑面上の流水蛇行は原理的には流水に働く表面張力、流水表面と滑面とがなす接触角のヒステリシスそして流水と滑面との接触面に働くせん断応力によって引き起こされるものと考えられる。

著者の知る限りでは、滑面上の流水蛇行現象はTanner[6]によって実験的に取り扱われたのがその最初である。続いてGorycki[3]は滑面上の流水蛇行と河川蛇行との関連性を示唆した。また、Nakagawa[4]は流水蛇行率（流水長／滑斜面長）が流量の増加に伴って増加することを指摘した。一方、この現象に関する理論的研究成果は接触線の取扱いがとくに困難なために初歩的なものに限られている。[1,7]

本研究の主な目的は流水蛇行率の流量及び滑面傾斜角に対する依存性、そして流水断面形状の流下距離に対する依存性を明らかにすることである。また、滑面上の流水蛇行の発生機構についてもいくらかの考察を加える。

2. 実　験

Fig.1に実験装置の概要を示す。流水がその上を流れる滑面としては長さと幅がそれぞれ100cmと60cmのアクリル板を用いた。高水槽から滑面への水の供給は内径10mmのビニール管内を通して行なわれるが、このビニール管の出口は図示したように滑面上端からその表面中心線に沿って20cm下の位置に固定されている。滑面の傾斜角は0から85度の範囲内を5度間隔づつ遂次変えられた。一方、流量に関しては予備実験の結果、各設定滑面傾斜角について流量が一定以上となると流水蛇行形状の軌跡が不安定に変わることが明らかとなったので、流量は0からこの蛇行形状が不安定な変化を開始するのに相当する間で適当な間隔に設定した。このように設定された傾斜角と流量のそれぞれの組合せごとに流水蛇行率の測定が行なわれた。また、滑面にに対して垂直に保持された直径0.1mmの細い針を用いて、滑面の最大傾斜線方向5mm間隔ごとにおける流水横断面形状を幅方向へ1mm間隔で測定した。

ビニール管内の流れのレイノルズ数はここでの全実験ケースについて650以下と円管流の臨界レイノルズ数より小さい範囲内に限定されたので、この管内の流れは少くとも層流状態にあったものと考えられよう。また、予備実験の結果、流水の軌跡は滑面の湿潤部に沿う傾向があることが明らかとなったので、各実験ケース終了後に吸湿性の紙でていねいに滑面全体をふき取り、次の実験ケースに移る前に約30分程度かけてこの表面の乾燥を図った。なお、実験結果の解析にあたって流水の左側あるいは右側を下流に向って流水を見た場合を基準に定義した。

3. 結　果

Fig.2は滑面上に形成された安定な蛇行形状を示す。この写真中に認められる縦線、横線はいずれも滑面の裏側に描かれており、これらの各格子はいずれも1辺10mmの正方形である。この図から蛇行流は左右交互

に方向を変えながら滑めらかなカーブを描くことに加えて、その平面軌跡の振幅及び波長は上流から下流にわたりほぼ一定であることがわかろう。また、こうした安定な蛇行形状全体が滑面に沿って下流方向へ徐々に移動することが観測された。Fig.3は流水蛇行率が流量及び滑面傾斜角にどのように依存するかを示す。まず、傾斜角が一定の時には、蛇行率は流量の増加に伴って増加するが、傾斜角が約35度以上となると、蛇行率は傾斜角にほぼ独立となる。また、流量が一定の時、蛇行率は傾斜角の増加に伴って増加する。流水蛇行形状は常に安定ではなく、流量が臨界値を越えると不安定となる。また、この不安定は通常滑面最下端からはじまり、流量増加に伴って不安定部分が徐々に上流部へ拡大するのが観察された。Fig.4は滑面傾斜角と臨界流量との関係を示す。この図から、臨界流量は傾斜角の増加に伴って指数関数的に減少することがわかる。Fig.5はFig.2に示めされた安定な流水蛇行上流部における表面最高点の平面軌跡、及び滑面の最大傾斜線方向5㎜間隔ごとの流水横断面形状を示した。図中、一点鎖線と破線はそれぞれ流水中心軸と表面最高点の平面軌跡を示している。すなわち、これら二本の平面軌跡は互いに一致せず、各わん曲部で後者の平面軌跡が前者のそれの外側にくる傾向が認められる。また、$x \simeq 0$から7㎝の範囲においては流水横断面形状はほぼ左右対称となっているが、これより下流では各わん曲部の外側に表面最高点がくるような非対称な横断面形状となっている。しかしながら、流水中心軸と表面最高点の平面軌跡が交叉する点においては流水横断面形状はほぼ左右対称である。Fig.6は流水断面積、流水幅及び流水表面最大高さが滑面の最大傾斜線に沿うビニール管出口からの距離xにどのように依存するかを示す。この図から、$x \simeq 0$から7㎝の範囲においては断面積は距離xの増加に伴って不規則な増減をくり返すものの、これより下流では比較的規則的に変化する。すなわち、各わん曲部について断面積の増加部と減少部とが各1つづつあるのが認められる。また、Figs.5と6の両図の比較から、わん曲部は通常、断面減少部直後の断面積増加部においてその曲率を増すことがわかろう。さらにFig.6から、流水幅及び流水表面最大高さの距離xに対する依存の仕方はいずれも流水断面積のそれと類似したものとなっていることがわかる。

4. 考　察

流水断面積の増大・減少のサイクルが流水の軌跡に沿って何回もくり返されること及び、流水の各わん曲部は断面積減少部直後の断面積増加部においてその曲率を増すことが本実験において明らかとなった。ところで、粘性効果が表面張力効果より卓越している場合には$du/d\xi > 0$の時、流水は引張応力状態にあるが、一方$du/d\xi < 0$の時、流水は圧縮応力状態にあると考えられる（Cruickshank & Munson）[2] ここでuとξはそれぞれ流水軌跡に沿う流速と曲線座標である。したがって、流水の応力状態が引張から圧縮へと変わる断面が各わん曲部に必ず一つは存在するはずである。すなわち、この断面においては流水の軸応力が零となるので、流水はこの断面から曲がりはじめるものと考えられる。一方、流れの連続性から断面積が減少するに伴って流水は加速されるが、逆に断面積の増加に伴って流れは減速されるはずである。これらのことがらをふまえて、滑面上の流水蛇行の発生機構に関して考察を加えることとする。

ビニール管の出口直後においては流水に働く全ての力はほぼ静的つり合い状態にあるが、流水両側端における流水表面と滑面の間の接触角はいずれも前進接触角（advancing contact angle）に近い値となっているものと考えられる。ところが、前述のように流れの連続性により、流水が滑面に沿って加速されるとその断面積は徐々に減少する。こうした、断面積の漸減過程において、流水の断面形状はアクリル板表面エネルギーの局所的変動により左右対称形から非対称形へと移行することが予想できよう。この結果、流水両側端に沿う接触線の軌跡はきわめて不規則なものとなるはずである。なお、この表面エネルギーの局所的変動はアクリル板を構成する重合体分子の不規則な配置によるものと考えられる。上の表面エネルギーの局所変動以外に流水断面形状を非対称に変える原因として、滑面と水との接触面に働くせん断応力が流水中心軸付近で最大値をとり中心軸から遠ざかるにつれて徐々に減少して最終的に両側端で零となるような分布をとることに帰着することも可能であろう（Nakagawa[5]）。というのはせん断応力がこのような分布をしている場合には流水中心軸付近を流れる流体粒子は各流水断面において最大の抗力に打ち勝って流れることを要求され

るからである。このために、実際にはこれらの流体粒子はこれを避けて流水中心軸から右方または左方へそれる傾向をもつはずである。この結果、流水内に誘導される側方への二次流により流水断面形状が左右非対称となることは十分考えられることである。

いずれにせよ、流水断面がいったん非対称形となる結果、流水各断面に働く表面張力に不均衡が生じることは確かであろう。たとえば、流水のある断面が非対称となり、この断面の左側端における接触角が前進接触角となり右側端におけるそれが後進接角となると、この流水断面には右方へ表面張力が働くこととなる。この状況を示したのがFig.7である。ただし、この図には流水が滑面に及ぼす表面張力が描かれている。

流水はいったんそのコースを変えると流体粒子に与えられる流水中心軸に沿う重力エネルギーはコース変更前のそれよりも減少するので、流体粒子が滑面－水の接触面において失なう摩擦エネルギーはコースの変更前後で仮りに変わらないとしても、これらの流体粒子はコースの変更に伴って減速を余儀なくされる。

Fig.6中に認められるように流水断面積がコースの変更後に増加しているのはこうした理由によるものと解釈できよう。このような流水断面積の増加に伴って流水両側端における二つの接触角はいずれも前進接触角と後進接触角との間の値となるものと考えられる。すなわち、両接触角がこの範囲内に求る限り、流水軌跡は変化することはないのでその中を流れる流体粒子は重力によって再び加速されることになろう。

滑面上の流水軌跡が左右交互にそのコースを変えるという事実は次のように解釈することができよう。まず、上述のような理由で流水断面が非対称となり、流水右側端が前進接触角、その左側端が後進接触角となったものと仮定しよう。この場合には流水は左方へコースをとり、流水横断面形状の表面最高点は流水の右側にあるはずである。このために、この流水断面に働く表面張力は流水の左方向を向いていることになる。同時に、このような非対称な流水断面形状の間を水が流れる結果、この断面の左半分の狭い部分を流れる流体粒子の方が、その右半分の広い部分を流れる流体粒子より大きい抵抗を滑面から受けることになる。このために、この流水断面の方向を左へ変えるようなモーメントが流水に加えられることになる。このような二種類の作用によってこの流水断面は左方へ引っ張られながらその方向を左へ転ずるわけである。こうした、流水軌跡の変化に伴って、流水内を流れる流体粒子は左方への遠心力を受ける理由により、流水横断面形状が今度はその左側に表面最高点をもつように変化する。すなわち、流水左側端が前進接触角となるように変化することによって、流水軌跡は右方へ今度は移動することになる。もっと下流部において流水軌跡が左右交互にそのコースを変える機構もここで述べたものと全く同様である。

5. 結　論

本研究を通して得られた知見を要約すると次のようになる。

(a) 滑面傾斜角一定の時、流水蛇行率は流量の増加に伴って増加する。これに対して、流量一定の時、蛇行率は傾斜角の増加に伴って増加する。

(b) 滑面上の流水蛇行形状の軌跡は常に安定ではなく、流量が臨界値を越えると不安定となる。また、この臨界流量は滑面傾斜角の増加に伴って指数関数的に減少する。

(c) 流水中心軸の平面軌跡は流水表面最高点のそれとは一致せず、各わん曲部で後者の平面軌跡が前者のそれの外側にくるのが普通である。すなわち、流水横断面形状は一般に左右対称ではない。

(d) 流水の各わん曲部には断面積の増加部と減少部が各一個づつ存在し、わん曲部は通常断面積減少部直後の断面積増加部においてその曲率を増す。

6. 参考文献

1) Allen, R.F. & Biggins, C.M. 1974 Longitudinal flow of a lenticular liquid filament down an inclined plane, Phys. Fluids, 17, 287-291.
2) Cruickshank, J.O. & Munson, B.R. 1982 An energy loss coefficient in fluid buckling, Phys. Fluids, 25, 1935-1937.

3) Gorycki, M.A. 1973 Hydraulic drag:a meander-initiating mechanism, Geol. Soc. Am. Bull. 84, 175-186.
4) Nakagawa, T. 1982 On role of discharge in sinuosity of stream, Naturwissenschaften, 69, 142.
5) Nakagawa, T. 1983 Boundary effects on stream meandering and river morphology, Sedimentology, 30, 117-127.
6) Tanner, W.F. 1960 Helicoidal flow, a possible cause of meandering, J. Geophys. Res. 65, 993-995.
7) Weiland, R.H. & Davis, S.H. 1981 Moving contact lines and rivulet instabilities; part 2 long waves on flat rivulets, J. Fluid Mech., 107, 261-280.

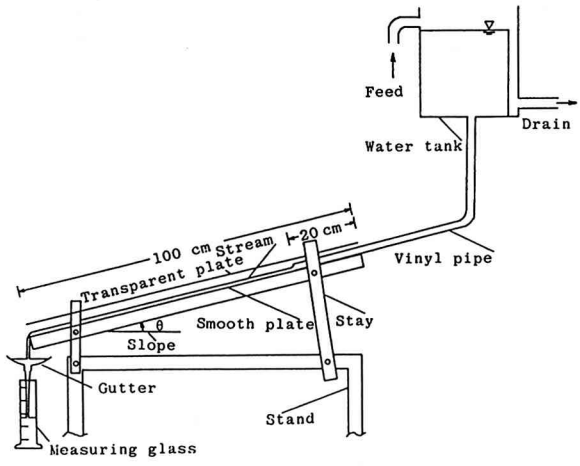

Fig.1 Schematic diagram of the experiment

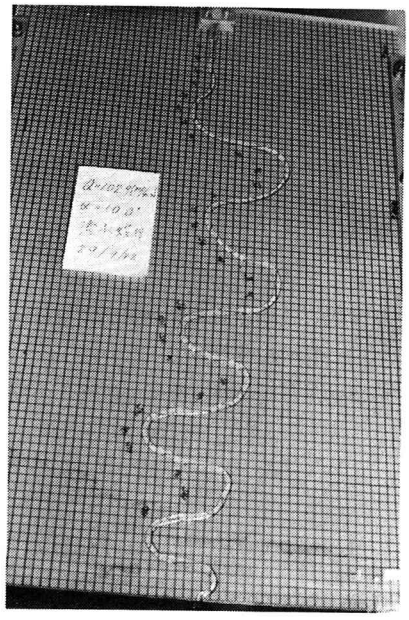

Fig.2 Stable meandering stream. (discharge=1.71 ml^3/s, surface slope=10.0°, grid lines=1.0 cm unit)

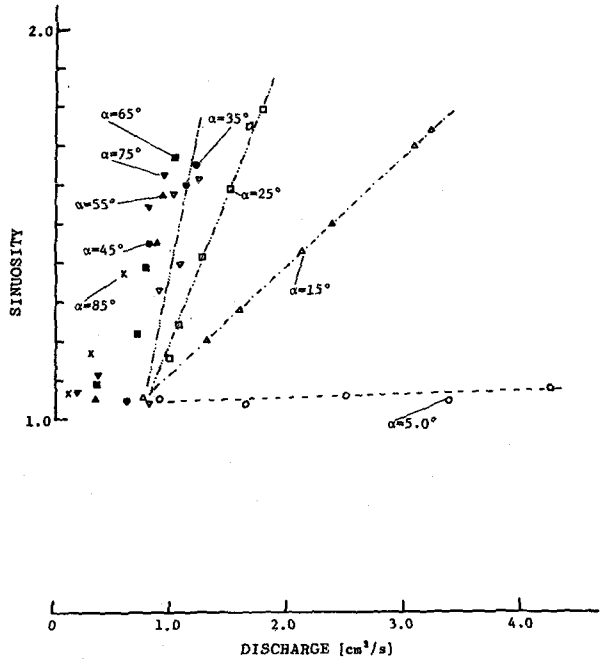

Fig.3 Sinuosity vs. discharge.
(α=surface slope)

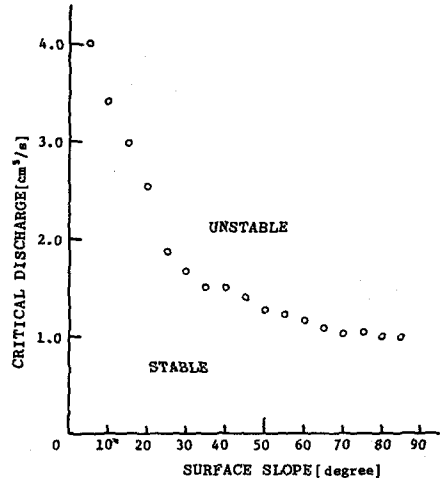

Fig.4 Critical discharge vs. surface slope

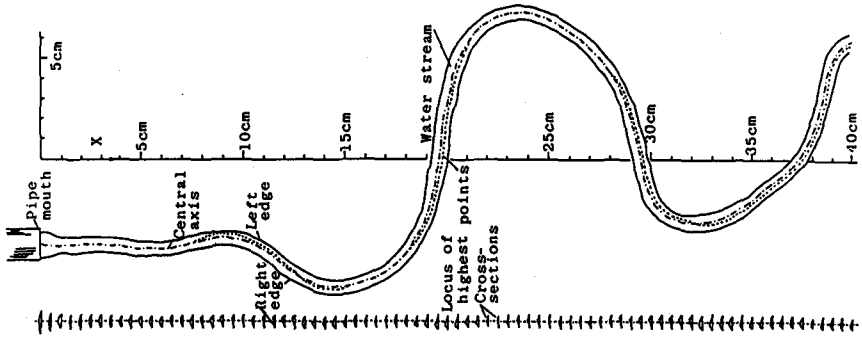

Fig.5 Plan locus of the highest points of the stream surface, and the stream profiles at 5 mm intervals along the direction of maximum slope. (conditions are the same as in Fig.2)

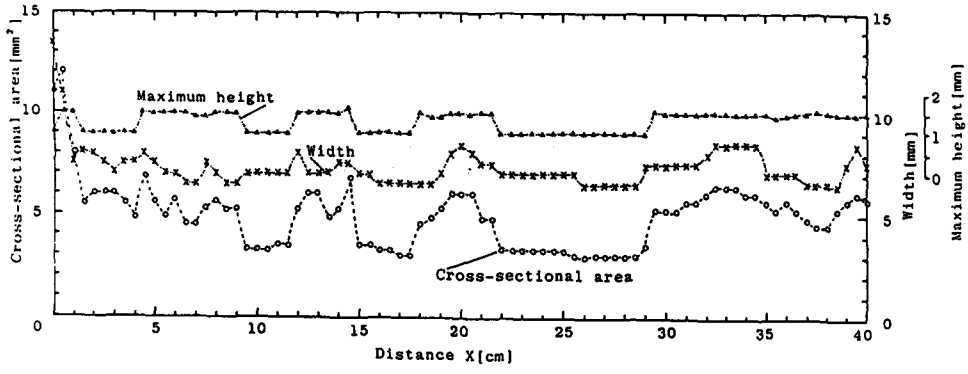

Fig.6 Variation of the cross-sectional area, stream width, and maximum height of the stream, on the distance along the direction of maximum slope.

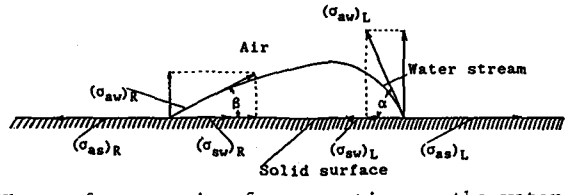

Fig.7 The surface tension forces acting on the water stream when the profile is asymmetrical. The σ values represent the surface tensions of the relevant surfaces, the suffices aw, as, and sw standing for air-water, air-solid, and solid-water, respectively, and the letters L & R indicating the relevant sides of the stream, left and right.