

河床波上の流れについて Flow over a wavy boundary

早稲田大学 大学院 学生員 大貫 博史

早稲田大学理工学部 学生員 森田 英男

早稲田大学理工学部 正員 吉川 秀夫

1. はじめに

河床波が発生発達する機構の基となるのは、波面上の流れの流速分布と壁面セン断応力分布である。平坦河床上に河床波が発生するのは、なんらかの理由により河床上に生じた微小振幅の凹凸が自励的、自己増幅的に成長するためと考えられる。これは微小振幅河床波の変形と河床上の底質の輸送量分布、したがって河床のセン断応力分布との間に位相差が生じるためと説明される。

本研究においては、固定河床波上の開水路流れに関して、そのセン断抵抗と圧力抵抗（形状抵抗）の特性を明らかにすることを目的とする。

2. 実験装置、実験方法

使用実験水路は、幅15cm、全長5mの可変勾配開水路である。河床波は図1に示す規則的な正弦波形であり、波長 L は50cm、波高 a は2.5cmである。検査区間の波面には、波長方向2.5cmおきに圧力孔を設けてある。

セン断特性の実験では、平均河床勾配1/20、単位幅流量 q を540 $\text{cm}^3/\text{sec}/\text{cm}$ と165 $\text{cm}^3/\text{sec}/\text{cm}$ の2種類行なった。以後は便宜的にCase1、2と呼ぶ。そこでの流速分布と圧力分布の測定には

ピトー管を使用し、底面セン断応力はプレストンの手法に習い、内外径比0.6のピトー管を底面に密着させて測定した。

圧力抵抗特性の実験では、流量、河床勾配を変えて波面圧力孔からの圧力分布より測定をした。

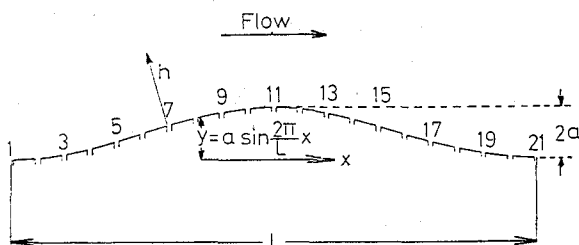


図1 河床波の模型図

3. セン断抵抗特性の実験結果と考察

Case1では流れは射流となり、水面形は河床と同位相となる。その流速分布を図2に、圧力分布を図3に示す。

流速分布は $\mu 1$ から5まで最大流速が水面に表われ、登り坂となる $\mu 7$ で流速分布はほぼ一様となる。 $\mu 9$ から15までは流線の曲りの影響を強く受けて最大流速は水面下に表われる。そして、 $\mu 16$ で流速分布はほぼ一様となり、その後の断面での最大流速は水面に表われるようになる。

圧力分布は $\mu 1$ から4、 $\mu 17$ から21で下向きの流線の曲りの影響を受け、 $\mu 7$ から15で上向きの流線の曲りの影響を強く受けている。 $\mu 6$ 、16はほぼ静水圧分布となっている。圧力補正係数は河床の谷の $\mu 1$ で1.40、 $\mu 21$ で1.66で、山の $\mu 11$ で0.66である。

Case2での水面形は、いわゆるシュート&プールであり、 $\mu 15$ でジャンプが始まる。 $\mu 8$ で上流側のジャンプ渦が終り、 $\mu 8$ から15までが射流となっている。その流速分布は図4に、圧力分布は図5に示す。流れはCase1の流れに河床波の谷の部分にジャンプ渦を乗せたような形であり、その影響と流線の曲りの影響より、最大流速は全断面において河床近くで起きている。

圧力分布は射流となる $\lambda 9$ から 15 まで上向きの流線の曲りの影響を受けている。しかし、下向きの流線の曲りによる影響を受けているのは、 $\lambda 1$ と 21 の河床波の谷の部分だけに大きく表われ、その他の断面ではジャンプ渦の影響のためか流線の曲がりによる影響はあまり表われていない。

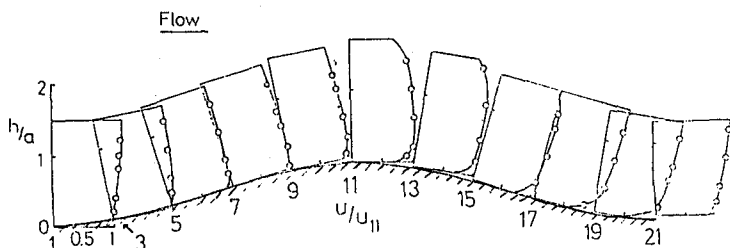


図2 Case 1の流速分布

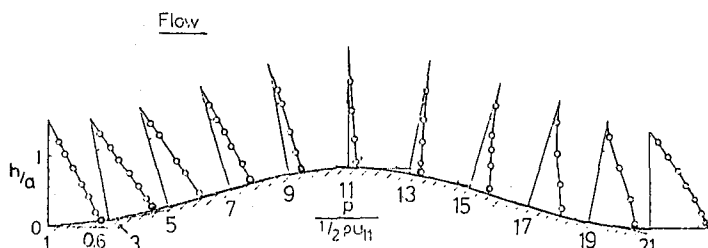


図3 Case 1の圧力分布

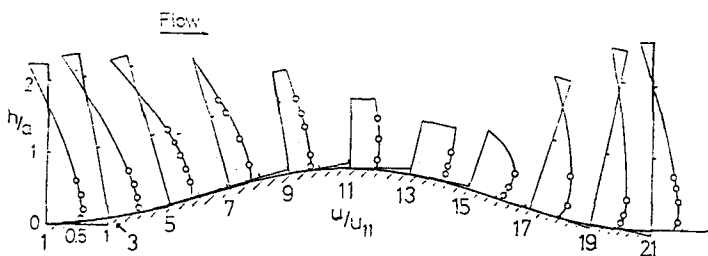


図4 Case 2の流速分布

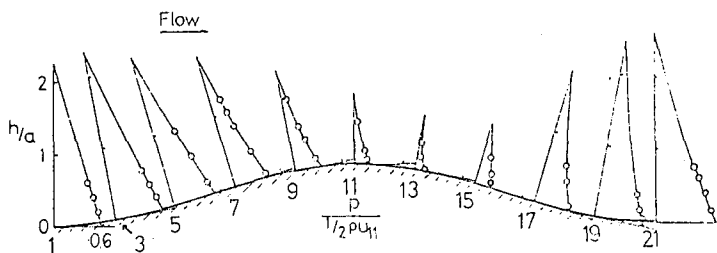


図5 Case 2の圧力分布

図6、7に、Case 1、2の底面圧力孔からの各断面の底面圧力分布と、その測点での静水圧での圧力分布を示した。Case 1には、静水圧での底面圧力に遠心力を考慮した底面圧力をプロットしたがよく一致することがわかる。先にも述べたように、河床波上の流れでは谷の部分のジャンプ渦の存在により、底面に働く遠心力が減少することがわかる。又、Case 1では底面圧力分布は波形とほとんど位相差はみられないがCase 2では、 18° ($0.05L$)下流への位相が見られる。

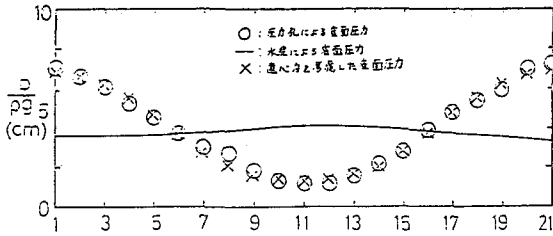


図6 Case 1の底面圧力分布

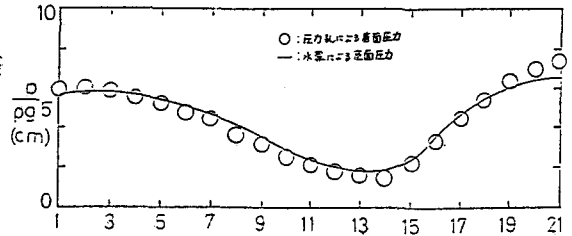


図7 Case 2の底面圧力分布

図8には、底面せん断応力分布を示してある。Case 1では、波面に対しせん断応力分布が126度(0.35L)上流に位相差がある。Case 2では、射流域の底14でせん断応力のピークが表われ、波面上流側が低くなっている。このことは河床波が上流へ進行するメカニズムと考えられる。

底面せん断応力の算定には、Hsu & Kennedy⁽¹⁾の波状円管路の流れの研究がある。これは流速分布形をベキ乗則で表わすと、

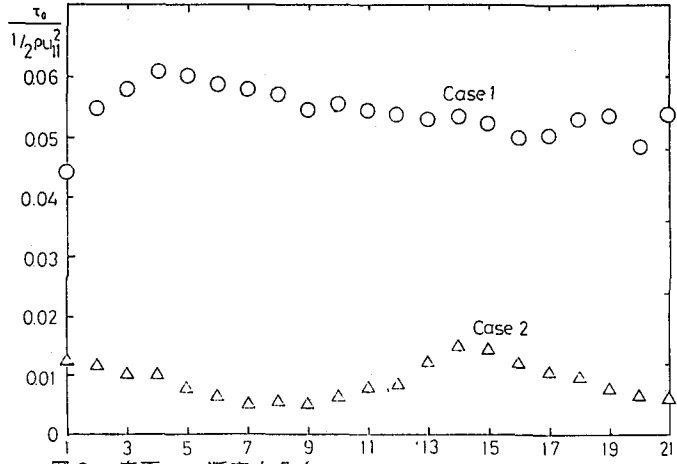


図8 底面せん断応力分布

$$U_0(x) = 2 U_{\max} \frac{n^2}{(n+1)(2n+1)} \quad (1)$$

ここに、 $U_0(x)$ は局所的な断面平均流速、 $U_{\max}$ は管軸上の流速である。管軸からの管の半径 $r_0(x)$ は

$$r_0(x) = a \sin \frac{2\pi}{L} x \quad (2)$$

である。流速分布を局所せん断応力 $\tau_0(x)$ より定義される局所摩擦速度 U_* に関して、速度欠損の形で表わして、局所断面平均流速 $U_0(x)$ を求めると、

$$U_0(x) = U_{\max} - \frac{3}{2} \frac{U_*}{\kappa} \quad (3)$$

となる。(1)式、(3)式より、

$$\frac{U_*}{\kappa} = U_0(x) \frac{3n+1}{3n^2} \quad (4)$$

となる。局所的摩擦損失係数 f をDarcy-Weisbach型で

$$\sqrt{\frac{f}{8}} = \frac{U_*}{U_0} \quad (5)$$

と定義し、(4)、(5)式によりHsu & Kennedyは次の実験式を与えている。

$$\sqrt{f} = \frac{1.06}{n} \left[1 - 1.30 \frac{dr_0}{dx} \right] \left[1 \pm 0.0103 \left| \frac{2\pi}{k} \frac{d^2 r_0}{dx^2} \right|^{1/2} \left(\frac{r_0}{\delta_2} \right)^{3/2} \right] \quad (6)$$

ここに、 δ_2 は運動量厚さ

$$\delta_2 = \frac{3r_0 n^2}{2(n+1)(2n+1)(n+2)} \quad (7)$$

である。また、波面の凹凸に対応して(6)式の右辺の負および正符号をとる。

図9には、Case 1, 2の各断面の n 値を示してある。Case 1では、登り坂となる断面 $\#5$ と $\#7$ で n 値が3.3と6.1と大きな値となり、その他の断面での n 値は1.0から2.1の間にある。又、Case 2ではジャンプの起る $\#15$ の上流側の射流域の $\#11$ と 13 で n 値が3.5と4.0と大きな値をとっている。ジャンプ渦領域ではほぼCase 1と同じ値をとっているが、 $\#5$ と $\#7$ では、Case 1よりも n 値が低くなっている。

図10, 11は、本実験と(6)式との比較である。これより、管路の実験式とあてはまらないことがわかった。このことは、(6)式中の実験係数である

1.30と0.0103をそのまま使用したことにある。Hsu & Kennedy の実験では n 値が5から2.0の間にあるが、本実験では1.0から6.1と範囲が大きすぎたためである。

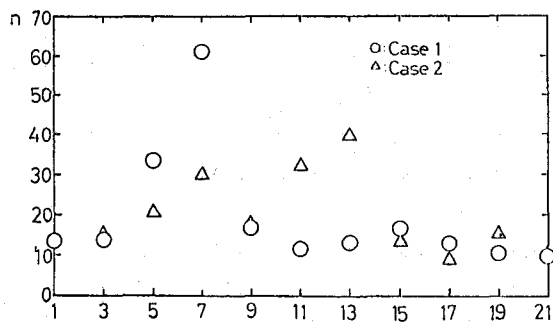


図9 Case 1, 2の n 値

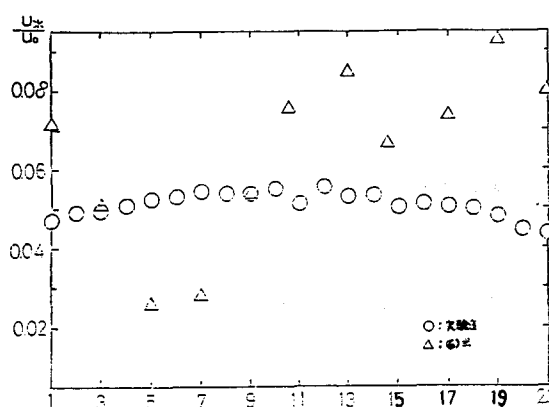


図10 Case 1の U^*/U_0

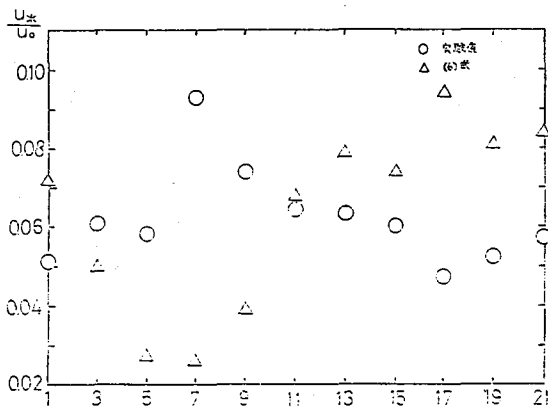


図11 Case 2の U^*/U_0

Case 2でのジャンプにChow⁽²⁾による斜面での運動量方程式を底面摩擦を無視して求める。式中の記号を図12に示す。

$$\begin{aligned} \frac{qw}{g} \beta_1 U_1 + P_1 \\ = \frac{qw}{g} \beta_2 U_2 + P_2 + W \sin \theta - P_0 \quad (8) \end{aligned}$$

ここに、射流状態での流速および水深を U_1, h_1 、ジャンプ渦が終ったところでの流速および水深を

U_2, h_2 とし、単位幅流量を q とする。 W はジャンプ区間での水の重量であり、 θ は平均河床勾配である。 P_0 は底面に垂直に働く圧力の流れ方向の成分の差である。圧力は断面I、IIで静水圧分布をしており、運動量補正係数は β_1, β_2 ともに1である。又、断面I、IIの河床面と流れ方向の角度を θ_1, θ_2 と表わすと(8)式は、

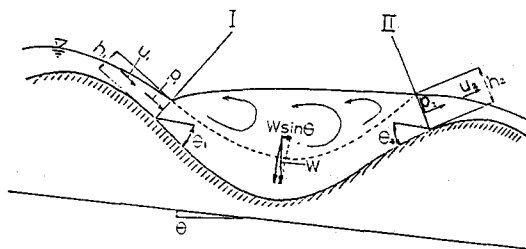


図12 Case 2のジャンプ

$$\frac{w}{g} \frac{q^2}{h_1} + \frac{h_1^2}{2} \cos \theta = \frac{w}{g} \frac{q^2}{h_2} + \frac{h_2^2}{2} \cos \theta_2 + W \sin \theta - P_0 \quad (9)$$

となる。Case 2 での各数値と計算結果を表 1 に示す。

表 1. ジャンプ運動量計算

	q cm ³ /sec/cm	θ deg	h cm	θ_1, θ_2 deg	W g	P_0 g/cm ² /cm	運動量 g/cm ² /cm
(8) 式の左辺	165	2.9	1.5	17.0	—	—	19.6
(8) 式の右辺			4.16	10.5	158.4	4.37	18.74

運動量の差は $0.86 \text{ g/cm}^2/\text{cm}$ となり、これは底面摩擦損失と渦によるエネルギー損失と測定誤差であろう。このことにより、ここでの実験ではジャンプ面がほぼ水平であるので、河床形と流量とジャンプの始めと終りの水深、そして底面圧力分布がわかれば渦によるエネルギー損失がわかる。

4. 圧力抵抗特性の実験結果と考察

流体中の物体に働く抗力 D は、流速 U の 2 乗とその物体の流れ方向への投影面積 A にほぼ比例し、かつ剥離の難易すなわち物体の形状および Reynolds 数に関係があることが知られている。抗力は

$$D = C_D A \frac{\rho U^2}{2} \quad (10)$$

で表わされる。ここで C_D は抗力係数である。

本実験では、河床波低面の圧力孔より取り出したピエゾ水頭を流れ方向の成分に分解し、1 波長の抗力 D を求めた。代表流速 U には U_1 の流速を用いた。抗力係数 C_D と Reynolds 数との関係を図 12 に示す。

流れが常流、シュート&プールにおいて、河床波の谷での水深が同一のときは、Reynolds 数が大きくなるにつれて、抗力係数 C_D が大きくなる。このことは、流速が増すにつれて河床波背後の剥離が大きくなるためである。又、同一の Reynolds 数のときは、河床波の谷の水深が高いほど抗力係数 C_D は小さくなる。このことは、河床波背後の剥離領域が水の重量のために小さくなり、河床波の上流側と下流側の圧力差が減るためであろう。

流れが射流のときは、以上の関係はこの結果からは見い出せず、抗力係数 C_D はほぼ 0.1 から 0.2 の値を示している。

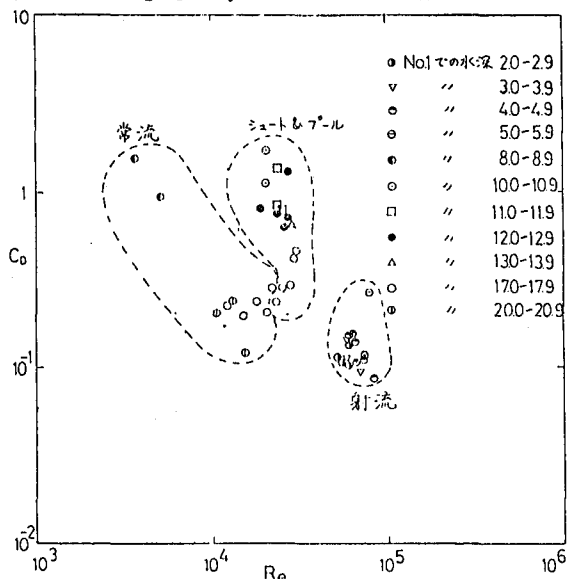


図 13 C_D と Re の関係

5. むすび

河床波上の流れが射流のときは、セン断抵抗特性は図 8 より底面セン断応力分布が河床波に対して上流へ位相するので、河床波の進行は下流へ進む。圧力抵抗特性は図 13 より、常流、シュート&プールに較べて

抗力係数が小さく、ほぼ一定値(0.1~0.2)である。

流れがシュート&プールのときは、セン断抵抗特性は河床波の下流側で底面セン断応力がピークとなり上流側で低くなるので、河床波の進行は上流側へ進む。圧力抵抗特性は、水深と流速により様々な抗力係数をとる。本実験では常流の場合のセン断抵抗特性を調べてないが、今後はそれもふまえて本研究を詳細に進めて行く。

なお本研究は、文部省科学研究費『流路変動と水衝部を考慮した河道設計法に関する研究』(代表者 吉川秀夫)の補助を受けた。記して謝意を表します。

5. 参考文献

- (1) Hsu, S-T and Kennedy, J.F (1971): Turbulent flow in wavy pipes, J. Fluid Mech., 47, 481-502
- (2) Ven te Chow: Open-Channel Hydraulics