

掃流砂礫の分散過程 Dispersion of Bed Load Particles

京都大学防災研究所 正員 澤井健二

1. はじめに

河道に供給される土砂は、広範な粒度組成をもち、種々の流砂形態をとり得る。流砂形態が異なれば、その流下速度が異なるから、ある時間にほぼ同一の場所に存在していた砂礫も、時間の経過に伴って広く分散するようになる。また、流砂形態が同じでも、粒径によって流下速度が異なる場合には、やはり分散現象が生じる。これらは粒度分布をもつことに起因する分散現象で、粒度のふるい分け、すなわち分級を伴うのが特徴である。

一方、粒度範囲のきわめて狭いいわゆる均一砂においても顕著な分散現象の生じることはよく経験するところであり、これは砂礫の流送過程の不規則性によるものである。砂礫の流送過程を不規則にする要因としては、水流の乱れや粒子形状の不規則性のほかに河床面における粒子配列の不規則性などが挙げられる。

さらに、水理条件が場所的あるいは時間的に変化する場合には、たとえそれが規則的であっても分散現象が生じる。

一般にはこれらの要因が重なりあって複雑な分級・分散現象が生じるのであるが、その機構を明らかにすることは、砂礫の流下過程の予測や流域における土砂生産のメカニズムの解明、トレーサー観測による流砂量の推定などの応用的な面だけでなく、流砂や河床変動の内部機構をより合理的に把握するための手段としても意義のあるものである。しかしながら現在の段階で上記のすべての要因を取り入れた分級・分散現象を取り扱うことは困難であり、本研究においては比較的平坦な河床条件のもとでの掃流砂を対象を限定し、河床の上昇・低下ならびにアーモークートの形成過程における粒度分布の変化の影響について考察する。

2. 平坦河床における掃流砂の流下機構

掃流砂礫の運動は間欠的な step の繰り返しで構成され、平衡状態においては、rest period, moving period および step length の確率分布が与えられれば、その分散過程を一般的に記述できることが知られている¹⁾。このうち moving period は rest period に比べて十分に短いことが多く、平衡状態における掃流砂礫の流下過程を表現するためのパラメータとしては、rest period と step length の2つが特に重要である。これら2つのパラメータはいずれも広い範囲に分布する確率的な量であるが、その分布関数は材料の性質や粒子形状ならびに水理条件によって規定されており、これまでにいくつかの式が提案されてきた。そのうち最も単純なものは、rest period と step length が共に指数分布に従うとするもので、場が均質でかつ各 rest period と step length が独立であるならば、理論的に裏づけられるものである。均一砂を用いた実験において、トレーサーをできるだけ均一に配置した場合には、比較的短時間の間はこの分布が適合することが確かめられている²⁾。一方、河床に dune が形成された場合には、step length の分布は、指数分布からかなり外れるようになるが³⁾、これは、step の開始位置によって step length が系統的に異なるからであろう。しかしながら、その場合にも、河床が全体として平衡状態にあれば、rest period は指数分布に従うことが知られている³⁾。

このように、平坦河床と砂堆河床において、rest period がともに指数分布に従うとはいっても、その内部機構はかなり異なっている。すなわち、平衡平坦河床においては、一旦河床表面に置かれた粒子は、その後も河床表面に露出している可能性が高く、rest period は、粒子が表面に露出した状態のもとで、大きな流体力の作用する機会を待っている期間に相当するのに対し、砂堆河床では、砂堆の前面あるいはそ

の直下流の剥離域に落下した粒子は容易に埋没し、砂堆の前進によってその部分が再び露出するまで移動しないことが多く、rest period はほぼ粒子が埋没している時間に相当する。

ところで、中川・辻本¹⁾によれば、平衡平坦河床における rest period は指数分布よりもむしろ shape parameter が 1/2 程度のガンマ分布によく適合することが指摘されている。彼らは、平衡平坦河床における rest period が指数分布に従わないことの理由として、砂礫の存在高さがまちまちで、その存在高さごとに平均 rest period が異なることを挙げている。しかしながら、存在高さの頻度分布や存在高さごとの平均 rest period を定量的に明らかにするには至らなかった。

さて、各 rest period と step length が独立でそれぞれ一定の確率分布をもつならば、それらの確率分布を与えることによって粒子の分散過程を論じることができ、必ずしも粒子の存在高さにまで立ち入る必要はないが、河床変動がある場合には、時間の経過に伴って着目粒子の存在状態が系統的に変化し、rest period の確率分布が変化してしまうであろう。したがってその場合には、着目粒子の存在状態の時間変化と、存在状態ごとの rest period の分布を明らかにする必要がある。しかしながら、ひとつの rest period 内において着目粒子の存在状態が変化する場合には、存在状態ごとの rest period というものは実在せず、単位時間当たりの粒子の離脱率 (pick up rate) p_s に着目する必要がある。

ここで、粒子の存在状態を定量的に表すための指標として、露出度 e を定義する。(図-1 参照)

$$e \equiv (z - \bar{z}) / d \quad (1)$$

ここに z は着目粒子の礫頂高さ、 $\bar{z}$ は着目粒子の離脱率に影響を及ぼす周辺粒子 (着目粒子も含む) の平均礫頂高さ、 d は着目粒子の粒径である。 e の値は着目粒子自身あるいは周辺の粒子が動くことによって変化するが、その rest period 内の短い時間素分 dt 内の変化率は、平均的には周囲の河床高の変化率を用いて、次式で近似されよう。

$$(de / dt) = - (d\bar{z} / dt) / d \quad (2)$$

そのような事象の生起確率は $1 - p_s \cdot dt$ である。一方、着目粒子が離脱した場合には、step length 分だけ下流で新たな露出度をとるが、その分布については不明の点が多い。ことに、混合粒径の場合には、細粒分が下方にもぐりこみ、粗粒分が表面に露出する傾向にあるが、現在のところ、それを定式化することは困難である。

次に、露出度ごとの離脱率であるが、一般に露出度が大きいほど離脱率が大きくなることが予想され、ある露出度をこえると、静止状態を保ち得なくなる。一方、ある露出度以下では粒子は動き得ず、離脱率は 0 になるものと考えられる。したがって、同じ水理条件のもとでは、河床の上昇期には着目粒子の離脱率が減少し、河床の下降期には増加することが予想される。もっとも、砂礫の離脱率は、その露出度だけでなく、水理条件や河床の粒度構成によって変化するから、河床変動に伴って離脱率がどのように変化するかは、一概には言えない。

掃流運動のもうひとつの重要なパラメータである step length は、河床表面でしかも比較的短い時間で規定されるものであるから、河床変動の影響は離脱率の場合ほどには大きくないものと考えられる。しかしながら、粒度構成が変化すると step length も変化することが、中川ら¹⁾によって指摘されており、混合粒径の場合には、step length が時間的に変化する可能性がある。

いずれにしても、粒度分布の変化をも含めて河床変動が的確に予測され、着目粒子の露出度と露出度ごとの離脱率ならびに step length の分布が把握できれば、その流下過程を確率的に追跡することができ、試行を繰り返すことによって、その分散性状を予測することができよう。

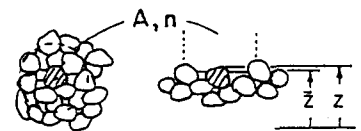


図-1 露出度の定義図

3. 掃流砂礫の分級・分散過程に関する実験

3.1 実験方法

実験に用いた水路は、幅 20 cm ならびに 50 cm の鋼製水路で、前者ではその中央部分 10 m、後者では 16 m の区間を移動床とし、その上流端で給砂を行うとともに、水路下流端で採砂を行い、砂礫は循環しないようにした。移動床区間の下流端には床止めを置き、河床高を固定させている。

用いた河床材料は、A ($d = 4.0 - 5.3$ mm)、B ($d = 1.9 - 4.3$ mm) および C ($d = 0.5 - 10.0$ mm) の 3 通りで、A を均一砂、B および C を混合砂とみなしている。図-2 はそれらの粒度分布を示したものである。粒子の分散過程を追跡するトレーサーとしては、塗料を吹き付けた着色砂礫を用い、材料 A に対しては河床材料と同じもの、B に対しては細粒分 ($d = 1.9 - 3.4$ mm) と粗粒分 ($d = 3.4 - 4.3$ mm)、C に対しては $d = 1.7 - 2.0$ 、 $2.0 - 2.8$ 、 $2.8 - 3.4$ 、 $3.4 - 4.8$ 、 $4.8 - 9.5$ mm のものに分けて追跡した。

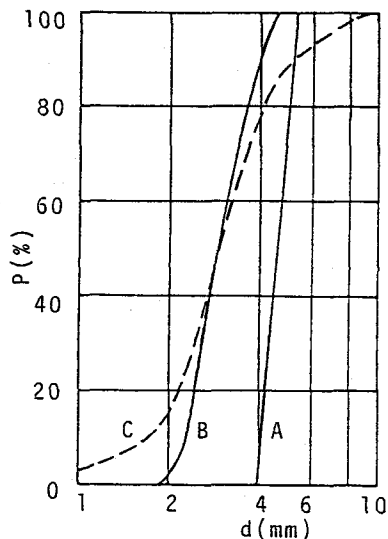


図-2 粒度分布

トレーサー実験には、ある限られた範囲に多数のトレーサーを置いておき、ある時刻におけるそれらの分布状況を調べる方法と、単一のトレーサーの追跡を何度も繰り返す方法とがあるが、本実験では前者の方法を用いている。水理条件は、表-1 のようであるが、Exp. A - C では、適度な流砂があっても顕著な河床波が形成されないよう、transition に近い upper regime に設定し、給砂量を変化させることによって、先掘状態、平衡状態および堆積状態を作り出し、砂礫の分級分散過程に及ぼす河床変動の影響を調べることをねらいとした。Exp. D - F では、給砂は行わず、流量を変化させることによって、分級・分散に及ぼす水理条件の影響を調べることをねらいとしている。

トレーサー個数は 200 - 500 個 (混合砂の場合には各粒径階のものを 100 個ずつ) で、移動床区間上流付近の 20 cm の区間の河床表面にできるだけ自然な状態に配置し、移動限界付近まで徐々に流量を増加させた後、所定の流量と給砂量を一定時間継続させ、停水後にその流下距離の分布を 20 cm ごとの区間に区切って計測した。その際、河床表面に露出している粒子と埋没している粒子とは区別した。

3.2 実験結果

図-3 は、トレーサーの分散状況の時間変化を示したものである。まず、河床変動の影響に着目すると、平衡状態の場合に比べて、先掘過程では粒子の流下速度がやや速く、堆積過程ではやや遅くなっている。しかしながら、本実験のように、上流端での給砂量を変化させることによって河床変動を生じさせた場合にはトレーサーの動きに及ぼす河床高の上昇・低下の影響と勾配の変化の影響とが相反するため、その差異がさほど顕著には現れていないものと考えられる。なお、時間の経過とトレーサーの流下距離にところどころ逆転が見られるのは、停水後にトレーサーを回収し、河床を平坦に敷き均らして再通水を行ったためであり現象のばらつきが非常に大きいことを物語っている。

混合砂の実験においては、細粒分の移動限界に近い水理条件の場合には粗粒分がほとんど動かず、細粒分の方が速く流下しているが、掃流力が増加して全粒径成分が移動するようになると、細粒分よりも粗粒分の方が速く流下しているのが特徴的である。これは、粗粒子は露出度が大きく、離脱し易いのに対して、細粒子は露出度が小さく、埋没し易いためであると考えられる。事実、細粒分はその多くが比較的上流部において埋没していた。

表 - 1 実験条件

	d_m (mm)	I	B (cm)	L (m)	Q (l/s)	h (cm)	Q_{B1} (g/min)	Q_{B0} (g/min)	Re_*	τ_*	Fr
Exp.A	4.65	1/100	20	10	10.0	6.4	0,175, 780	170	450	0.083	0.99
Exp.B	3.10	1/100	20	10	4.9	4.2	0,170,1000	100	170	0.082	0.91
Exp.C	3.20	1/125	50	16	15.1	4.6	0,920,4720	850	150	0.070	0.98
Exp.D	"	"	"	"	9.6	3.7	0	10	170	0.054	0.86
Exp.E	"	"	"	"	11.8	4.2	"	40	160	0.062	0.88
Exp.F	"	"	"	"	18.7	5.4	"	1150	180	0.079	0.96

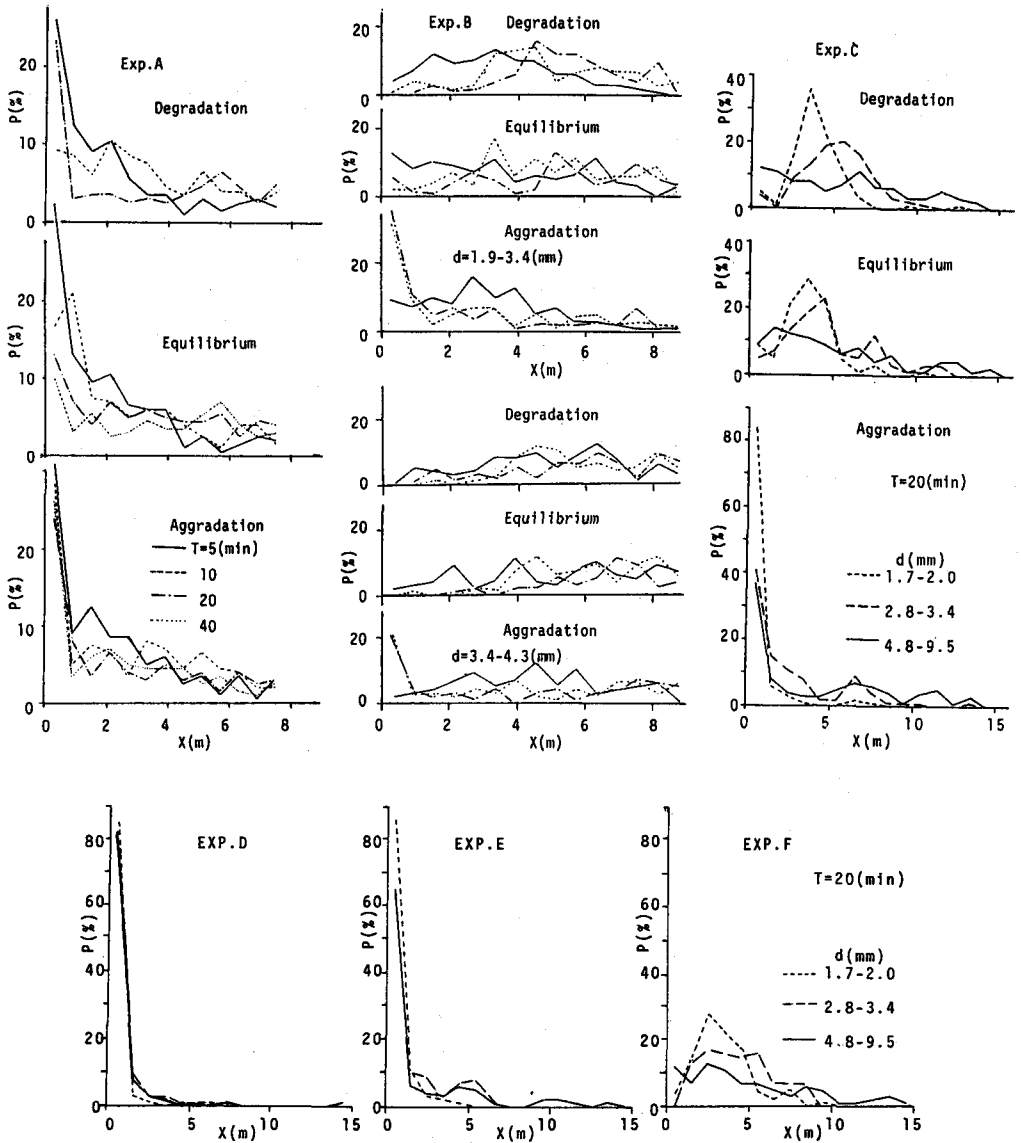


図 - 3 実験結果

4. 掃流砂礫の分散過程に関する確率シミュレーション

4.1 シミュレーションの方法

2. において、掃流砂礫の流下機構について考察を行ったが、ここではさらに実験から得られた知見を加味して、砂礫の分散過程の予測モデルを組み立ててみよう。

砂礫の分散過程の表現法としては、拡散方程式に基づく Euler 的な方法と、粒子運動を Lagrange 的に追跡してその存在確率を論じる方法とがあるが、ここでは後者の方法をとることとする。すなわち、流砂運動の間欠性に着目して、rest period と step length の時系列を、トレーサの露出度と水理量を媒介として確率的に模擬発生させ、その統計的特性を把握することを試みる。すなわち、短い時間増分内に step が生じるか否かを乱数によって選択し、step が生じた場合にはその step length を別の乱数によって選択する。そのような試行を繰り返すことにより、着目粒子の流下距離と時間の関係を追跡し、さらに追跡粒子個数を増すことによって、時間ごとのトレーサの流下距離の分布を調べるのである。ここで基本になるのは、pick up rate と step length であるが、既に述べたように pick up rate は着目粒子の露出度によって異なるから、ここでは、それを最も単純な関数形としての 1 次関数で与えることにする。

$$p_s = \bar{p}_s \{1 + k(e - \bar{e})\} \quad (3)$$

ここに、 $\bar{p}_s$ は交換層内の粒子の平均離脱率、 $\bar{e}$ は $p_s = \bar{p}_s$ となる露出度で、

$$\bar{e} = (e_{max} + e_{min})/2 \quad (4)$$

で与えられるものとする。 e_{max} 、 e_{min} はそれぞれ交換層の粒子の露出度の最大値と最小値で、若干の実測値より、ここではそれぞれ 0.7 および -0.3 としておく。トレーサあるいは周辺粒子の移動によって露出度が変化し、 e_{max} を越えればただちに step が生じ、 e_{min} を下回れば埋没状態となって pick up rate が 0 になるものとする。 $\bar{p}_s$ は中川・辻本⁴⁾によって提案されている次式を用いることにする。

$$\bar{p}_s \sqrt{d/(\sigma/\rho - 1)g} = \begin{cases} F_0 \tau_* \{1 - (\tau_{*c}/\tau_*)\}^3 & [\tau_* > \tau_{*c}] \\ 0 & [\tau_* \leq \tau_{*c}] \end{cases} \quad (5)$$

τ_{*c} は Egiazaroff の式を修正した次式⁵⁾で算定する。

$$\tau_{*c}/\tau_{*m} = \begin{cases} \{\log_{10} 19 / \log_{10} (19 d_i/d_m)\}^2 d_i/d_m & (d_i/d_m \geq 0.4) \\ 0.85 & (d_i/d_m < 0.4) \end{cases} \quad (6)$$

dt 内に step が生じた場合には、step length 分だけ粒子が下流へ移動するが、その分布は指数分布で表されるものと仮定する。ただし、その平均値は粒径の 100 倍とする。

$$f(l) = (1/l) \exp(-l/l), \quad l \geq 100d \quad (7)$$

step の終了時点では、着目粒子の露出度は e_{min} から e_{max} までの間に一様分布するものとする。着目粒子の休止期間中には、式(2)に従ってその露出度を変化させる。

式(2)における dz/dt や式(5)における τ_* を求めるには、河床変動を同時に考える必要があるが、混合砂の場合には、粒度分布の変化をも考慮に入れる必要があり、次の式系⁶⁾を用いることにした。

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{(1-\lambda)B} \frac{\partial(q_u B)}{\partial x} = 0, \quad q_u = \sum_i q_{ui}, \quad \frac{q_{ui}}{i_b u_{*c} d_i} = 17 \tau_{*ci} \left(1 - \frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*i}}\right) \left(1 - \sqrt{\frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*i}}}\right), \quad (8) \quad (9) \quad (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (B h v) = 0, \quad v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + g \frac{\partial z}{\partial x} = - \frac{u_*^2}{R} \quad (11) \quad (12) \quad (13)$$

$$\text{河床上昇 } \partial z / \partial t \geq 0: \quad \frac{\partial i_b}{\partial t} = \frac{1}{a} (i_u - i_b) \frac{\partial z}{\partial t} - \frac{q_u}{a(1-\lambda)} \frac{\partial i_u}{\partial x} \quad (14)$$

$$\text{河床低下 } \partial z / \partial t < 0: \quad \frac{\partial i_b}{\partial t} = \frac{1}{a} (i_u - i_{b0}) \frac{\partial z}{\partial t} - \frac{q_u}{a(1-\lambda)} \frac{\partial i_u}{\partial x} \quad (15)$$

i_u, i_{b0} : 粒径 d_i の砂礫が
流砂中および交換層直下の元
河床において占める割合、
 a : 交換層の厚さ

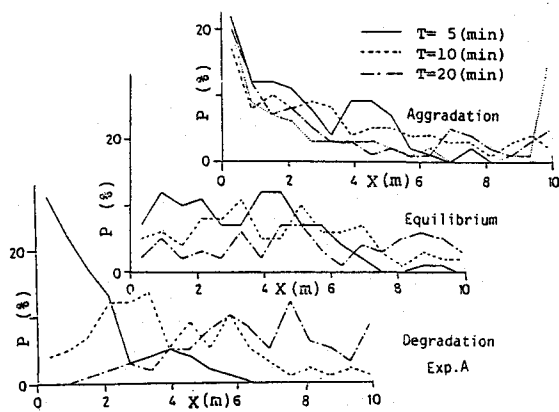


図-4 均一砂に対するシミュレーション結果

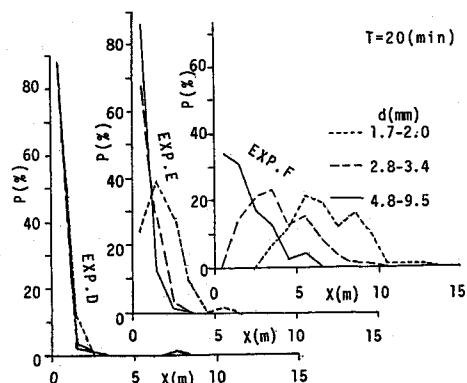


図-5 混合砂に対するシミュレーション結果

4.2 シミュレーション結果ならびに考察

図-4は、均一砂に対するシミュレーション結果を示したもので、式(3)の係数 k を2とおくと実験結果に比較的良好に適合している。図-5は混合砂の場合に同様の検討を行ったものであるが、次のような点で実験結果と異なっている。

すなわち、実験においてはトレーサーがきわめて広範囲に分散するのに対して、シミュレーションでは、その分散の程度が少ない。また、実験で得られた、細粒分よりも粗粒分の方が速く流下する傾向は、シミュレーション結果には全く認められない。

これは、実際現象においては細粒分は比較的下方にもぐりこみ易く、粗粒分は逆に上方に露出し易くなる傾向があるのに対して、シミュレーションでは粒径階にかかわらず、step終了後の露出度と同じ分布形を与えているためではないと思われる。事実、混合砂のアーミング過程において、表層が粗くなるのは、必ずしも下流への細粒分の選択的流出によるばかりでなく、上下方向での粒子の交換が相当に寄与しており混合砂の河床変動そのものの解析においても注意を要する。

5. あとがき

以上、掃流砂礫の分散過程について、若干の実験を行うとともに、pick up rate と step lengthの分布にもとづいて個々の粒子の流下過程をLagrange的に追跡する確率シミュレーションを展開し、その予測法を検討するとともに、砂礫の分散過程に及ぼす河床変動の影響について考察した。その結果、均一砂の分散過程については、適合度の高いシミュレーション法が見出されたが、混合砂の場合には、十分な適合性が得られなかった。これは、混合砂の流送過程における粗粒分と細粒分の上下方向の交換が的確に把握できていないことによるものと考えられ、今後、さらに詳細な検討が必要である。

参考文献

- 1) 中川博次・辻本哲郎：掃流砂礫の確率モデルとその一般化、土木学会論文報告集、第281号、1979。
- 2) 矢野勝正・土屋義人・道上正規：砂礫の流送過程の確率過程としての特性について、京都大学防災研究所年報、第11号B、1988。
- 3) Grigg, N.S.: Motion of Single Particles in Alluvial Channels, Proc. ASCE, HY12, 1970。
- 4) 中川博次・辻本哲郎：水流による砂れきの移動限界に関する基礎的研究、土木学会論文報告集、第244号、1975。
- 5) 芦田和男・道上正規：移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究、土木学会論文報告集、第208号、1972。
- 6) 道上正規：土砂収支と河床変動、水工学シリーズ、82-A-5。