

底泥の飛び出し率の推定

Pick-up Rate Function for Cohesive Sediment in Stream

国立公害研究所 正員 ○大 坪 国 順
国立公害研究所 正員 村 岡 浩 爾

1. まえがき

底泥の再浮上現象に関する研究においては、底泥を連続体とみなす立場と、何らかの形と大きさを持った粒状体の集合とみなす立場とがある。著者らはこれまでの研究を踏まえて後者の立場を提唱している。その場合、基本要素となるのが底泥の「限界掃流力」と「飛び出し率」(pick-up rate or resuspension rate)である。再浮上後の運動を考える場合には、「浮遊時間」なる要素が加わる。湖沼での浮上現象ではこの要素が特に重要となる。本研究は、このうちの底泥の飛び出し率について、その推定式を理論的に求めたものである。

底泥は粒子径が微細で有機物を多く含有しているため、表面力である粘着力が重力より卓越するのが特徴である。そのため、底泥の主要な流送抵抗は重力帰因のものでなく粒子間に働く粘着力であると考えられる。しかし、この粘着力をミクロな粒子レベルで定量的に評価するのは非常に難しい。著者らは、本来はマクロ的な連続体としての指標である底泥の粘度 (viscosity) や降伏値 (yield stress) を取り上げ、これらが粒子レベルでの粘着力をも代表する量と仮定して、底泥の流送抵抗を評価することにした。その結果、底泥の限界掃流力は粘度もしくは降伏値により実験的に定式化が可能となった。¹⁾ また、飛び出し率についても粘度を用いた無次元表示によって実験的に定式化を試みた²⁾。本研究では、これまでの成果をもとに底泥の初期移動を運動方程式によって表示し、それをもとに底泥の無次元飛び出し率を推定する方法をとった。まず、2.においては飛び出し率の実験値の無次元表示結果を規準時間の選び方と関連づけて述べる。3.では、飛び出し率の理論的考察を進めるに先立って、底泥粒子の主要な離脱様式として滑動離脱を取り上げた理由を述べる。4.では、粒子の滑動に関する運動方程式により誘導した飛び出し率の推定式について述べ、5.において2.で得られた無次元表示結果を含めて実験値と推定式との比較を行なう。6.では、底泥の含水比の鉛直方向変化が底泥の再浮上量に及ぼす影響を考察する。

2. 底泥の飛び出し率の無次元表示

底泥の飛び出し率の無次元推定式を求める研究の第一段階として、次元解析的考察による実験結果の無次元表示について述べる。 P_m を $\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ の次元を持った飛び出し量とすると、その無次元表示は底泥を粒状体とみなせば次式で表わされる。

$$p_{m*} = \frac{A_2}{A_3} \frac{P_m}{\rho_0 d_0} t_0 = p_m t_0 \tag{2-1}$$

ここで、 A_2 、 A_3 ：それぞれ粒子の面積および体積に関する形状係数、 ρ_0 、 d_0 ：飛び出す際の粒子の代表的密度および粒径、 p_m ：[T^{-1}]の次元を持つ飛び出し率、 t_0 ：基準時間である。

基準時間の選び方として二通り考えられる。¹⁾ 一つは「流れによらぬ特性時間」と捉える方法³⁾、他の一つは「流れも含んだ粒子の追従性を示す特性時間」と捉える方法である。前者の方法で t_0 を評価すると次式となる。

$$t_{01} = \frac{\eta_1}{\rho_t(\rho_0/\rho - 1)gd_0} \tag{2-2}$$

ここで、 η_1 ：底泥の粘度、 ρ_t ：底泥の見かけの密度、 g ：重力加速度である。一方、後者の方法で t_0 を評価すると式(2-3)となる。

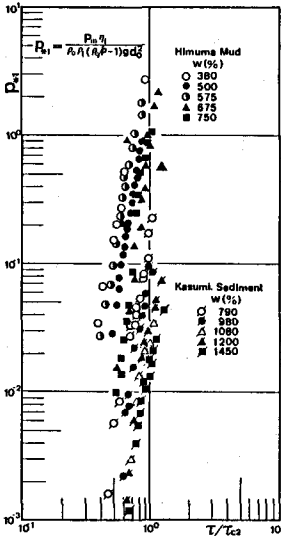


図1 p_{*1} と τ/τ_{c2} の関係

$$t_{02} = \frac{d_0}{v_0} \propto \frac{d_0}{u_d} \frac{\eta_1}{\mu} \propto \frac{\eta_1}{\tau} \quad (2-3)$$

ここで、 v_0 : 粒子の移動速度; u_d : 粒子近傍の局所流速、 μ : 水の粘度、 τ : せん断応力である。式(2-3)では、床面を水理学的滑面として $v_0 \propto u_d \mu / \eta_1$ が成立し、さらに $\tau \propto \mu (u_d / d_0)$ が成立するとした。式(2-1)に t_{01} 、 t_{02} を代入して次の二つの無次元量を考える。

$$p_{*1} = \frac{P_m \eta_1}{\rho_0 \rho_s (\rho_0 / \rho_s - 1) g d_0^2} \propto p_m t_{01} \quad (2-4)$$

$$p_{*2} = \frac{P_m \eta_1}{\rho_0 d_0 \tau} \propto p_m t_{02} \quad (2-5)$$

実験値 P_m を式(2-4)および(2-5)で無次元化し、 τ / τ_{c2} との関係求めた。ここで τ_{c2} : 底泥の破壊限界である。 ρ_0 、 d_0 の値は既報でのモデル化の結果²⁾を用いた。図1は p_{*1} と τ / τ_{c2} の関係の一例である。同一底泥でも含水比による違いが大きく、底泥の種類によってさらに大きな違いとなる。

一方、 p_{*2} の場合には同一底泥においては含水比によらずほぼ1つにまとまった¹⁾。図2は各底泥ごとに得られた p_{*2} と τ / τ_{c2} の関係を両対数紙上で直線近似して示したものである。 p_{*2} と τ / τ_{c2} の関係を

$$p_{*2} = C_2 \left(\frac{\tau}{\tau_{c2}} \right)^{\alpha_2} \quad (C_2, \alpha_2: \text{実験定数}) \quad (2-6)$$

で表現すると、 C_2 、 α_2 は、両者とも多少のパラッキはあるが、底泥によらずほぼ一定値をとると見なしうる。即ち、特性時間として t_{02} を用いることにより、底泥の飛び出し率は含水比や底泥の種類に関係なく、一義的に整理された。実験的には、 p_{*2} と τ / τ_{c2} によって底泥の飛び出し率を規定できると考える。

3. 底泥粒子の離脱様式

底泥の運動を記述するのに先立って、初期移動においてどの離脱様式が主要なものであるかを検討する。底泥の場合、粒子間に粘着物質が存在するため、転動離脱や揚力による浮上離脱では粒子は他の粒子からひきはがされる必要があり、滑動離脱ではずりはがされる必要がある。流送抵抗力として重力に帰因するものは無視できることは既報¹⁾で示した。ここでは、ひきはがしに要する力とずりはがしに要する力を評価して、その大小により主要な離脱様式を判定する。図3は底泥粒子(以下粒子と表現)の結合部のはがれ様式の模式図である。(a)はひきはがし過程、(b)はずりはがし過程である。簡単のため最初の状態では結合部の面積は $d_* \times d_*$ 、厚さ h_* とする。また結合部は粘度 η_1 の物質で埋められているとし、粒子の水中重量は無視する。

まず、ひきはがしに必要な力積を求めることにする。図3(a)において、二つの粒子間の結合部が大きさ d_*^2 、厚さ h_* の状態から鉛直方向の力によって0になった状態を、ひきはがしが完了した時と考える。結合部の中心から水平方向を x 軸、紙面に垂直方向を y 軸とする。 y 軸方向の粘着物質の挙動は x 軸方向と同じとする。 $x = \pm x$ 、 $y = \pm y$ で囲まれる断面から単位時間に通過する粘着物質の量は、粘着物質の移動に伴う結合部分の単位時間当たりの変形

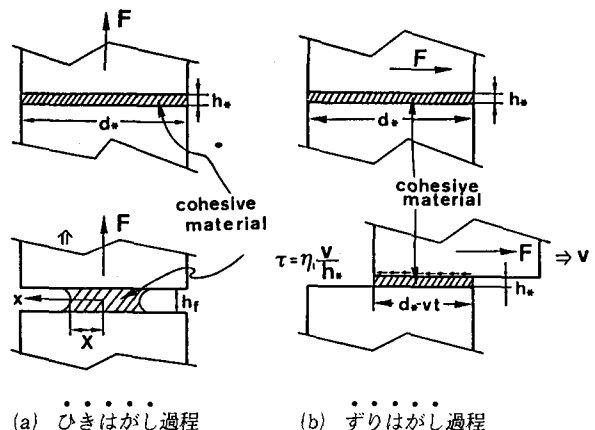


図3 底泥の離脱過程の模式図

量に等しい、という関係から式 (3-1) が成立する。

$$8\pi \frac{h_f^3}{12\eta_1} \frac{dP}{dx} = 4x^2 \frac{dh_f}{dt} \quad (3-1)$$

式 (3-1) の左辺が通過量、右辺が変形量である。ここで、 h_f : 粘着物質の厚さ、 P : 圧力である。 $x=X$ で $P=0$ という境界条件で式 (3-1) の両辺を x について積分すると、圧力 P は

$$P = 3 \frac{\eta_1}{h_f^3} \frac{dh_f}{dt} (x^2 - X^2) \quad (3-2)$$

で表わされる。 $\dot{h}$ は $\dot{g}$ に必要な力 F と圧力 P の間には、

$$F = \int_0^X 8\pi P dx \quad (3-3)$$

なる関係がある。式 (3-2)、式 (3-3) より

$$F = -6X^4 \frac{\eta_1}{h_f^3} \frac{dh_f}{dt} \quad (3-4)$$

なる関係が導かれる。さらに、 $\dot{h}$ は $\dot{g}$ 過程では粘着物質の容積 V_* は一定で、 $V_* = 4X^2 h_f = d_*^2 h_*$ が成立する。この関係を式 (3-4) に代入し、両辺を t について積分して $t=t_d$ において $h_f \rightarrow \infty$ とすると

$$F t_d = -\frac{3}{32} \eta_1 \frac{V_*^2}{h_*^4} = -\frac{3}{32} \eta_1 \frac{d_*^4}{h_*^2} \quad (3-5)$$

となる。式 (3-5) が $\dot{h}$ は $\dot{g}$ に必要な力積である。

次に $\dot{g}$ は $\dot{g}$ に必要な力積を求めることにする。図 3 (b) で、 $\dot{g}$ が x 軸方向のみに起こり、せん断応力は $\dot{g}$ 過程で一定と仮定する。この場合の力積は

$$\int_0^{t_d} F' dt = d_* \int_0^{t_d} (d_* - vt) \cdot \eta_1 \frac{dv}{dy} dt \quad (3-6)$$

となる。ここで、 F' : $\dot{g}$ は $\dot{g}$ 力、 v : 粒子の移動速度で仮定より一定値、 $d_*(d_* - vt)$: せん断応力の作用面積である。 $t=t_d$ で粒子の $\dot{g}$ は $\dot{g}$ が終了したと考えると、 $v = d_*/t_d$ 、 $dv/dy = d_*/(h_* t_d)$ が成立する。これらの関係を式 (3-6) に代入して整理すれば次式が得られる。

$$\bar{F} t_d = \int_0^{t_d} F' dt = \eta_1 \frac{d_*^3}{h_*} \int_0^{t_d} \left(1 - \frac{t}{t_d}\right) dt = \frac{1}{2} \eta_1 \frac{d_*^3}{h_*} \quad (3-7)$$

ここで、 $\bar{F}$: t_d 時間内の平均的力。式 (3-7) が $\dot{g}$ は $\dot{g}$ に必要な力積である。

式 (3-6)、式 (3-7) はいずれも、限界時の静的釣り合い状態を示したのではなく、動き始めてから離脱するまでに必要な力積を示したものであるが、両式ともその力積が離脱に要する時間に無関係であることになり興味深い。さてここでは、 t_d 時間に粒子が離脱する場合に必要な力の大きさによって、 $\dot{h}$ は $\dot{g}$ による離脱と $\dot{g}$ は $\dot{g}$ による離脱とで、どちらが起こりやすいかを判定する。 F と $\bar{F}$ の大きさの比を F_* とし、 $a_* = h_*/d_*$ とすると、 F_* は式 (3-8) となる。

$$F_* = \frac{|F|}{|\bar{F}|} = \frac{3}{16} \frac{d_*}{h_*} = \frac{3}{16} \frac{1}{a_*} \quad (3-8)$$

図 4 は F_* と a_* の関係である。 $a_* \leq 3/16 (=0.1875)$ で $F_* \geq 1$ なる関係があり、 a_* が小さくなるほど F_* は反比例して大きくなる。いま、粒子の充填形式として、 a_* が最も大きくなる球粒子の単純立方充填を考える (図 5)。粒子の直径を d_0 とすると上下の粒子間の間隙容積 V_* は $V_* = (6-\pi) d_0^3/6$ となる。一方、上

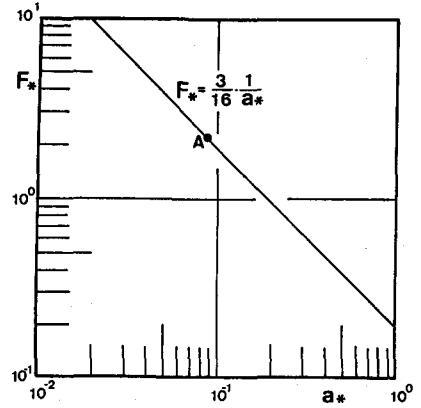


図 4 F_* と a_* の関係

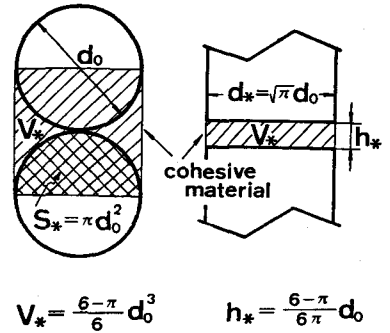


図 5 単純立方充填の場合の d_* 、 h_* のモデル

下の粒子が相対している面積 S_* は $S_* = \pi d_0^2$ である。換算結合部厚 h_* を $h_* = V_*/S_*$ で定義すると、 $h_* = (6-\pi) d_0/6\pi$ となり、換算結合部長 d_* を $d_* = (V_*/h_*)^{1/2}$ で定義すれば、 $d_* = \sqrt{\pi} d_0$ となる。これらの h_* 、 d_* の値を式 (3-8) に代入すれば、

$$F_* = \frac{3}{16} \frac{\sqrt{\pi}}{(6-\pi)/6\pi} \approx 2.19 > 1 \quad (\alpha_* \approx 0.086) \quad (3-9)$$

となり、図4ではA点で示される。式(3-9)より、最も α_* が大きいと考えられる充填方式の条件ですら、ずりはがしによる離脱のほうが起こりやすい(力が少なくすむ)ことがわかる。一般に、粘着力が支配力となっている状態では、 $d_* \gg h_*$ が成立していると考えられ底泥の場合も例外でない。以上の考察により底泥の離脱は力の少なくすむ滑動離脱(ずりはがれ)が主要となり、転動や浮上離脱(ひきはがれ)は補足的なものであると判断した。観察結果でも、それは確認されており、河床から一旦離脱してしまった後は、滑動から跳躍・浮遊まで種々の形態で流下するのが観察された。

4. 底泥の無次元飛び出し率の推定式

2.に示した実験値の無次元表示結果は、底泥の粘度が飛び出し量 P_m を規定する重要な因子であることを示している。粘度は物質が流動した際に関与する物性であり、このことは底泥の飛び出し率を算定するにあたって、粒子が静的な力の均衡が破れたときに瞬時に動くという解析では不適当であり、運動方程式に基づく評価が必要であることを示唆している。即ち、砂粒の場合と同様、³⁾

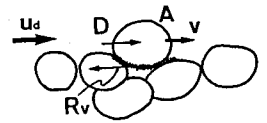


図6 記号図

底泥粒子の離脱を時間のかかる現象と捉え、粒子の離脱時間から飛び出し率 p_m を評価する考え方である。砂粒との相違点は、底泥の流送抵抗力が重力ではなく粘着力であること、高粘性のために慣性項が無視でき移動直後に粒子速度は平衡値に達すること、さらに3.で示した理由で離脱様式が転動離脱ではなく滑動離脱であることなどである。さて図6に示される状態の粒子が、流れから力を受け床面に沿って滑動で離脱するものとする。粒子Aには抗力Dと粘性抵抗力 R_v が作用するとし、揚力や水中重量による抵抗力は無視する。粒子Aの流れ方向の運動方程式は次式で与えられるものとする。

$$A_3 (1 + C_M) (\rho_0 - \rho) d_0^2 \frac{dv}{dt} - k_3 A_1 \mu (u_d - u_c) d_0 + k_4 A_1 \eta v d_0 = 0 \quad (4-1)$$

ここで、 A_3 ：体積に関する形状係数、 A_1 ：抗力および粘性抵抗力に関する形状係数、 C_M ：付加質量係数、 d_0 、 ρ_0 ：離脱時の底泥の代表粒径および密度、 ρ ：水の密度、 k_3 、 k_4 ：比例定数、 v ：粒子速度、 u_d ：粒子近傍の水流速、 u_c ：限界速度、 η ：底泥の粘度、 μ ：水の粘度である。左辺第二項は抗力項で、 d_0 が微小なため床面が水理学的滑面となることに対応させてストークス則を適用した。左辺第三項は粘性抵抗力項で、 η が大きいため、やはりストークス則を適用した。

$$A_0 = \frac{A_1}{A_3} \frac{1}{(1 + C_M) (\rho_0 - \rho) d_0^2} \quad (4-2)$$

として、式(4-1)を整理して解くと

$$\frac{v}{v_0} = 1 - \exp(-k_4 A_0 \eta t) \quad (4-3)$$

を得る。ここで v_0 は

$$v_0 = \frac{k_3}{k_4} \frac{\mu}{\eta} (u_d - u_c) \quad (4-4)$$

で与えられる粒子の平衡速度である。 k_3 、 k_4 の値は、流体力と粘性抵抗力が粒子の上下半分ずつに作用すると仮定して0.5とした。

底泥粒子が移動し始めてから、 $v/v_0 = 0.9$ と

表1 t_p および T_d の値 (表中の①、②は図7のそれと対応)

	ρ_0 (g/cm ³)	d_0 (μ m)	$A_0 \times 10^3$	$t_p \times 10^3$ (sec)	$T_d \times 10^3$ (sec)	T_d/t_p
①	2.3	20	2308	0.002	2.34	1670
②	1.2	38	4155	0.001	6.33	6330

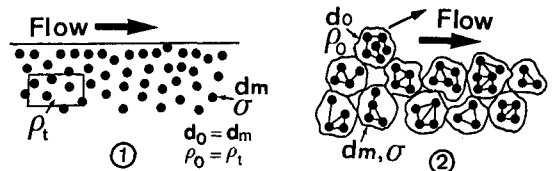


図7 ρ_0 と d_0 のモデル

なる時刻を t_p 、粒子が粒径分移動するのに要する時間を T_d とすると、 $T_d/t_p \gg 1$ であれば、粒子は移動直後から平衡速度 v_0 で移動すると近似できよう。粒子を球形と仮定し、図7に示す二つの状態での ρ_0, d_0 に対して T_d/t_p を求めて表1に示した。表中の t_p, T_d はそれぞれ最大、最小をとりうる条件で求めた値である。

表1の結果より、粒子は移動直後から v_0 なる速度で移動すると考えてよいことがわかる。

さて、単位時間、単位面積当たりの底泥の飛び出し率は、

$$p_m = -\frac{p_0 \hat{t}_0}{T_d} \cdot \frac{1}{\hat{t}_0} = \frac{p_0}{T_d} \quad (4-5)$$

で与えられる。ここで、 $\hat{t}_0$ 底泥粒子の初期を考える際の剪断応力 τ の変動を捉える時間単位、 p_0 ： $\tau > \tau_c$ なる確率（無次元）、 τ_c ：底泥の限界掃流力、 T_d ：改めて底泥粒子の離脱時間とする。 p_0 と T_d を評価できれば、 p_m は推定できる。まず T_d について考察する。簡単のため、底泥の移動に伴う粒子の接触面積の減少は無視し、粘度や粒子速度の変化はないとする。底泥が $a_1 d_0$ （ a_1 ：比例定数）だけ移動したときを離脱と捉えると、 T_d は

$$T_d = \frac{a_1 d_0}{v_0} = \frac{a_1 \eta d_0}{(u_d - u_c)} \quad (4-6)$$

で与えられる。底泥表面を水理学的滑面としているので

$$u_d = \frac{a_2 d_0 \tau}{\mu}, \quad u_c = \frac{a_2 d_0 \tau_c}{\mu} \quad (4-7)$$

が成立する。ここで a_2 ：定数で $a_2 d_0$ は u_d の作用高さを示す。式(4-7)を式(4-6)に代入し、さらに底面剪断応力の変動を考慮すると、

$$T_d = \frac{a_1}{a_2} \eta \frac{1}{E[\tau | \tau > \tau_c] - \tau_c} \quad (4-8)$$

となる。ここで $E[\tau | \tau > \tau_c]$ は $p_0 \hat{t}_0$ 時間内に作用する条件付平均底面剪断応力である。なお式(4-8)

は、底泥表面を粗面と考えても導かれる。その場合には、式(4-1)の左辺第二項の抗力を $(u_d^2 - u_c^2)$ に比例するとし、 u/u_* の関係式としては粗面对数則を適用する。

底面せん断応力については、中川、辻本³⁾と同様に正規分布を仮定して解析を進めると、 T_d は結局

$$T_d = \frac{a_1}{a_2} \frac{\eta}{\bar{\tau}} \left\{ 1 + \delta_0 \frac{\Phi(y_c)}{p_0} - \frac{\tau_c}{\bar{\tau}} \right\}^{-1} = \frac{a_1}{a_2} \frac{\eta}{\bar{\tau}} g\left(\frac{\bar{\tau}}{\tau_c}\right)^{-1} \quad (4-9)$$

となる。ここで $\bar{\tau}, \sigma_0, \delta_0$ ：それぞれ τ の分布の平均値、標準偏差、変動係数、 $\Phi(y)$ ：誤差関数、 $y = (\tau - \bar{\tau})/\sigma_0$ 、である。よって無次元飛び出し率 p_{m*} は式(4-5)と式(4-9)より次式で与えられる。

$$p_{m*} = \frac{\eta}{\bar{\tau}} p_m = \frac{a_2}{a_1} p_0 \left\{ 1 + \delta_0 \frac{\Phi(y_c)}{p_0} - \frac{\tau_c}{\bar{\tau}} \right\} = \frac{a_1}{a_2} p_0 g\left(\frac{\bar{\tau}}{\tau_c}\right) \quad (4-10)$$

式(4-10)では改めて $\tau = \bar{\tau}$ と置いた。図8は、 $a_1 = 1, a_2 = 0.75, \delta_0 = 0.5$ として、式(4-10)で与えられる p_{m*} と τ/τ_c の関係を示したものである。図8の推定曲線の特徴は、 $\tau/\tau_c < 1$ で p_{m*} は τ/τ_c に対して急勾配で増加するが、 $\tau/\tau_c > 1$ ではその勾配は急激に低下してゆき $p_{m*} \rightarrow \text{const} (= 0.75)$ となる。

底面せん断応力に対する今回の仮定は、底泥表面が滑面の場合少し検討の余地がある。滑面乱流場でのせん断応力の分布や壁面近傍での圧力や流速の分布を対象としたものに、Corcos⁴⁾, Willmarth et al.⁵⁾, Grass⁶⁾, Blinco et al.⁷⁾の研究がある。しかしこれらの研究では滑面乱流場でのせん断応力分布に対して決定的な結論を引き出すに至っていない。これらの研究結果を総合的に判断する限りでは、今回の仮定でも大きな誤まりはないと思われる。

5. 無次元飛び出し率の推定式と実験結果との比較

式(4-10)の誘導の過程では、限界掃流力 τ_c は τ_{c1} (流送限界)¹⁾でも、 τ_{c2} (破壊限界)¹⁾でもとくに支障

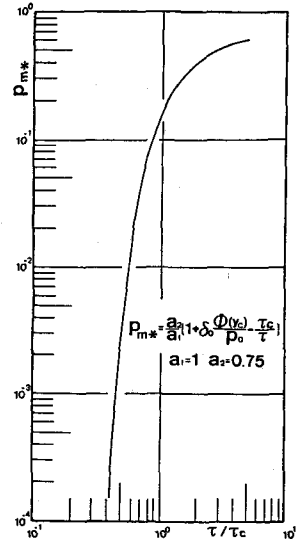


図8 p_{m*} の推定曲線

はない。せん断応力の変動を考慮したことにより、平均せん断応力が限界掃流力以下でも底泥粒子の飛び出しが定義可能となった。 τ_c としてどちらの限界値を用いるべきかは、実験結果との対応の良さで判定される。流送実験で求められる飛び出し量 P_m と無次元飛び出し率 p_{m*} との間には、

$$p_{m*} = \frac{\eta}{\tau} P_m = \frac{\eta}{\tau} \frac{A_2}{A_1} \frac{P_m}{\rho_0 d_0} \quad (5-1)$$

なる関係がある。底泥粒子を球と仮定し ($A_2 = \pi/6$; $A_1 = \pi/4$)、粘度 η として η_1 を用いて P_m の実験値から p_{m*} を計算し、 τ/τ_{c1} および τ/τ_{c2} との関係求めた。図9は p_{m*} と τ/τ_{c1} の関係の一例であり、図10は p_{m*} と τ/τ_{c2} の関係の一例である。この際、 d_0 、 ρ_0 としては既報²⁾のモデル化の結果を用いた。図中の破線は式(4-10)で与えられる p_{m*} の推定曲線である。 $\tau_c = \tau_{c1}$ とした図9では $\tau/\tau_{c1} > 1$ において推定曲線と実験値曲線とで勾配が全く異なり、値そのものも推定値が1オーダー以上大きくなっている。一方 $\tau_c = \tau_{c2}$ とした図10では、推定曲線と実験値との整合性が良い。他の底泥についても同様な結果となった。以上のことから、 $\tau_c = \tau_{c2}$ とすれば式(4-10)は意味の不明な実験定数を導入することなく底泥の飛び出し率を推定できることがわかる。図10の結果は、とりもなおさず図2の実験的事実の合理的説明にもなっている。

底泥の飛び出し量の推定式の特徴は、砂粒の場合 p_{s*} が $\tau/\tau_c > 1$ の範囲で定義されるのに対して、 p_{m*} が $\tau/\tau_{c2} \leq 1$ の範囲で定義さ

れることである。底泥の場合、 $\tau > \tau_{c2}$ の状態では底泥は表層部のみならず下層も流動することになるので、河床は広い範囲で破壊されやすくなる。河床が破壊されると流れも河床に平行に作用しなくなり、局所的に大きな付加せん断応力が作用する。このような状態では底泥の再浮上現象はここで展開した移動機構とは全く異なったものになり、式(4-10)は適用できない。式(4-10)が適用できる底泥の条件としては、底泥が降伏値をもち、その値が 2 N/m^2 以下の高い含水比であることが挙げられる¹⁾。

6. 底泥の含水比の鉛直方向変化の影響

現地で堆積している底泥は、自重圧密により含水比が鉛直方向に変化している。そのため、底泥の粘度や降伏値は深さ方向に大きくなっている。ここでは含水比の鉛直方向変化が底泥の再浮上現象に及ぼす影響を河床高さの時間的変化を例にとって検討する。簡単のため、流れは時間的に変化せず、浮上した粒子の流下距離は無限大とする。この場合、底泥床面の連続方程式は、河床高さを z として次式で表わされる。

$$\frac{dz}{dt} = A_1 d_0 p_m = \frac{A_1 A_2}{A_3} \frac{P_m}{\rho_0} \quad (6-1)$$

ここで、 A_1 ：粒子の形状係数である。また、無次元飛び出し率の推定式を便宜的に次式で近似する。

$$p_{m*} = \frac{\eta_1}{\tau} \frac{A_2}{A_3} \frac{P_m}{\rho_0 d_0} = a \left(\frac{\tau}{\tau_{c2}} \right)^\beta \quad (\text{for } \tau/\tau_{c2} < 1) \quad (a, \beta : \text{定数}) \quad (6-2)$$

式(6-2)を式(6-1)に代入し、さらに実験結果¹⁾をもとに $\tau_{c1} = \alpha \tau_{y1}$ (τ_{y1} ：降伏値¹⁾、 α ：定数)と近似して整理し、無次元表示したものが次式である。

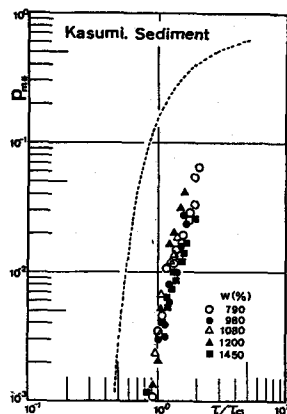


図9 p_{m*} と τ/τ_{c1} の関係

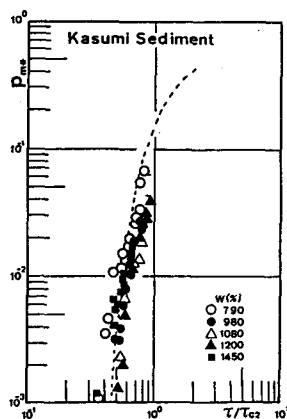
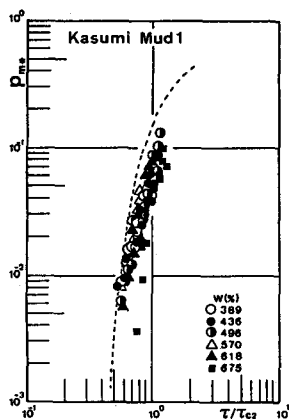


図10 p_{m*} と τ/τ_{c2} の関係

$$\frac{dz_*}{dt_*} = A_1 a \left(\frac{d_0}{z_0}\right) \left(\frac{\tau}{\alpha \tau_{y0}}\right)^{\beta+1} \left(\frac{\tau_{y1}}{\tau_{y0}}\right)^{\beta} \left(\frac{\eta_1}{\eta_0}\right)^{-1} \quad (6-3)$$

ここで、 $z_*: z/z_0$, $t_*: t(\alpha \tau_{y0}/\eta_0)$, z_0 : 規準河床深さ, τ_{y0}, η_0 : $z=z_0$ における τ_{y1} および η_1 の値である。式(6-3)の τ_{y1}, η_1 は深さ方向に変化するもので、これらを z の関数として表示する必要がある。

底泥の降伏値および粘度と濃度との関係は実験的に次のように近似される¹⁾。

$$\tau_{y1} = k_1 C^m, \quad \eta_1 = k_2 C^n \quad (k_1, k_2, m, n: \text{実験定数}) \quad (6-4)$$

一方、含水比を濃度で置き換えて考えた場合、その鉛直方向変化はある深さまでは $C \propto z^\ell$ (ℓ : 定数) が成立している。よって、 τ_{y1}/τ_{y0} や η_1/η_0 は次のように z の関数として表現される。

$$\frac{\tau_{y1}}{\tau_{y0}} = \left(\frac{C}{C_0}\right)^m = \left(\frac{z}{z_0}\right)^{\ell m}, \quad \frac{\eta_1}{\eta_0} = \left(\frac{C}{C_0}\right)^n = \left(\frac{z}{z_0}\right)^{\ell n} \quad (6-5)$$

式(6-5)を式(6-3)に代入して整理すれば、 dz_*/dt_* の関係式は

$$\frac{dz_*}{dt_*} = A_1 a \left(\frac{d_0}{z_0}\right) \left(\frac{\tau}{\alpha \tau_{y0}}\right)^{\beta+1} z_*^{-\ell(\beta m+n)} \quad (\tau/\tau_{c2} < 1) \quad (6-6)$$

となり、 t_* について容易に積分できる形となる。 $t_*=0$ において、 $z_*=0$ が初期条件となる。 β, m, n の値としては、図9から $\beta=5$ とし、実験結果から¹⁾ $m=n=4$ とする。 ℓ に対しては、霞ヶ浦底泥の現地観測結果(図11)より $\ell=1/5$ とした。 $\{\ell(\beta m+n)+1\}=29/5 \div 6$ と近似すれば、 z_* の時間的変化は次式となる。

$$z_* = (6 A_1 a \frac{d_0}{z_0})^{1/6} \left(\frac{\tau}{\alpha \tau_{y0}}\right)^{1/6} t_*^{1/6} \quad (6-7)$$

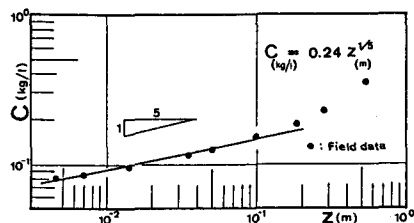


図11 底泥濃度の鉛直方向変化

底泥が図11に示す $C(z)$ の分布形をもつ場合、 z_* は t_* の $1/6$ 乗に比例することになる。 $C(z)=\text{const.}$ の場合、 z_* が t_* に比例するのに比べて、河床低下量が大幅に減少することになる。式(6-7)からはもう一つの別の興味深い知見が得られる。それは

t_* が同じ時点での z_* は、 $\tau/\alpha \tau_{y0}$ に比例するということである。これは $C(z)=\text{const.}$ の場合 z_* が $\tau/\alpha \tau_{y0}$ の6乗に比例するのは大きな違いである。濃度が深さ方向に増加(含水比では減少)している場合、せん断応力の大小が z の変化に及ぼす影響は、一定濃度の場合よりかなり小さいことを示している。以上、底泥の含水比の鉛直方向変化は底泥の再浮上現象に大きな影響を及ぼすことがわかった。現地での浮上量などを精度よく推定するためには、含水比の鉛直方向変化を考慮した解析が必要であろう。

7. あとがき

本研究の成果は次のようである。平坦床での底泥の飛び出し量は、式(2-5)に示した無次元化によって、実験的には無次元掃流力との間にはほぼ一義的な関係が得られた。次の段階として、底泥の飛び出し率を粒子の初期移動に対する運動方程式から導いた。まず、離脱に要する力(力積)の大小から滑動離脱が主要となることを示した。それをもとに、粒子間の粘着力を主な抵抗力と考えた初期移動に関する滑動方程式を立て、粒子の離脱に要する時間を評価し、それに流体力の変動を加味することによって、無次元飛び出し率の推定式を導いた(式(4-10))。この推定式は、降伏値が 2N/m^2 以下の底泥について、その種類、含水比の影響を包括しており、図2の実験的事実に対しても合理的説明を与えるものである。最後に、含水比の鉛直分布の存在によって河床低下量は一様分布の場合より大幅に減少することを示した。

参考文献

- 1) 大坪(1982): 国立公害研究所研究報告, 第42号。
- 2) 大坪・村岡(1982): 第26回水講演文集。
- 3) 中川・辻本(1975): 土木学会論文報告集, 第244号。
- 4) Corcos(1964): J. Fluid Mech., vol. 18
- 5) Willmarth et al.(1962): J. Fluid Mech., vol. 14.
- 6) Grass(1971): J. Fluid Mech., vol. 50.
- 7) Blinco et al.(1974): A.S.C.E., EM2, April.