

粗面上の粒子の浮遊機構 Mechanism of Particle Suspension

京都大学防災研究所 正員 芦田 和 男
京都大学大学院 学生員 藤 田 正 治
京都大学工学部 学生員 向 井 健

1. 緒 言

河川中上流域においても、混合粒径の河床砂礫の中かなりの細粒成分が含まれていることが多い。この細粒成分の土砂は主として浮遊砂として流送されるので、流出土砂量の算定や河床変動の問題を取り扱う場合には、粗面上の粒子の浮遊砂量を推定することが必要である。

粒子の浮遊砂量の推算式に関する研究はこれまで多くあるが、浮遊機構を詳細に検討しているものは少ない。著者ら¹⁾は精度の良い浮遊砂量式を求めるために、浮遊機構に関する研究を行っているが、いままで、粒子の運動と流れとの関連を直接計測しておらず、粒子を浮上させる外力が何であるかなど不明確な点があった。そこで、本研究では、流れを可視化して河床付近の流れと粒子の浮遊運動を同時に高速ビデオ撮影して、浮遊機構を詳細に議論する。また、その検討結果より、浮遊機構を定式化するとともに、その成果を用いて粗面上の粒子の浮遊限界を理論的に明らかにする。

2. 粗面河床付近の流れと浮遊機構

粗面河床上の粒子の浮遊機構を明らかにするために、次に述べるような実験により、河床付近の流れの特性と粒子の浮遊現象との関連性を詳細に検討した。

2-1 実験方法および条件

実験水路は幅30cm、長さ8m、勾配1/1000であり、河床には粒径 $d_r=0.48\text{cm}$ の礫が均一に敷かれている。底面付近の流れの特性を調べるため、水路の上流端から5mの位置に、外径1mmの注射針を水路の下から礫の頂部付近まで差し込み、図-1に示すような装置で染料（ローダミンB）を一定速度で河床面に供給できるようにした。

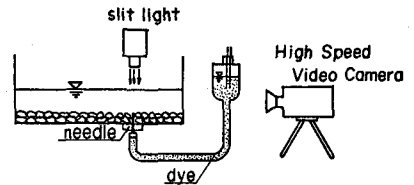


図-1 実験装置

実験は、流量 $Q=1.2\text{l/s}$ 、水深 $h=2.8\text{cm}$ 、摩擦速度 $u_* = 1.53\text{cm/s}$ 、砂粒レイノズル数 $R_* (=u_* d_r / \nu) = 73$ （ ν : 動粘性係数）の条件で行われ、染料で可視化された河床付近の流れと、上流から供給された粒径0.14cm、比重1.05のポリスチレン粒子の運動を、図-1に示すようにスリット光線を照射して高速ビデオ（1フレーム1/200秒で再生可）で同時に撮影した。染料の鉛直方向の注入速度は、実験と同じ水深の静水中に染料を注入して調べた結果、あまり大きくなく、鉛直方向の乱れに対する注入による影響はほとんどないものと思われる。また、実験に際し、水路内に置かれたスケールを撮影し、それを用いて粒子の軌跡を求めた。

2-2 河床付近の流れと浮遊現象

写真-1, 2は、粒子の運動と河床付近の流れとの関連を連続写真で示したもので、写真中の白く丸いものがポリスチレン粒子、河床上の不定形のものが染料であり、上方の数値は撮影時刻（1/1000秒単位）を表わすものである。また、図-2(a), (b), (c)は、浮遊粒子の飛行高さ z_p と、粒子に作用する鉛直方向の流体力 F_D の時間変化を示したものである。 F_D は次章で述べる運動方程式(9)式と粒子の軌跡から求めた。

最初に、これらの写真や図から、粒子が河床を離脱する過程について考察しよう。写真-1に見られるように、粒子は流体塊とともに急激に持ち上げられ河床を離脱し((a), (b))、その流体塊の影響をうけながら、さらに浮上している((c))。離脱時に粒子に作用する力は、このような現象から判断すると河床付近で

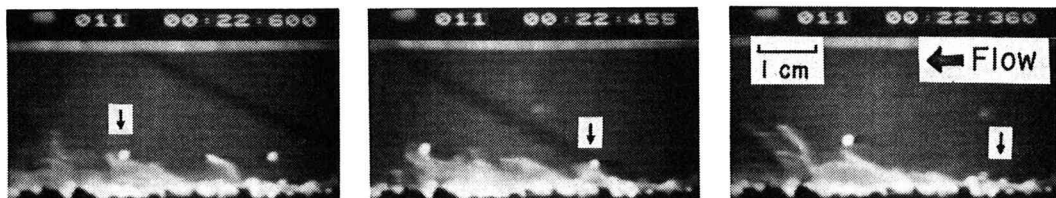


写真-1 河床付近の流れと粒子の離脱過程 (右から(a), (b), (c))

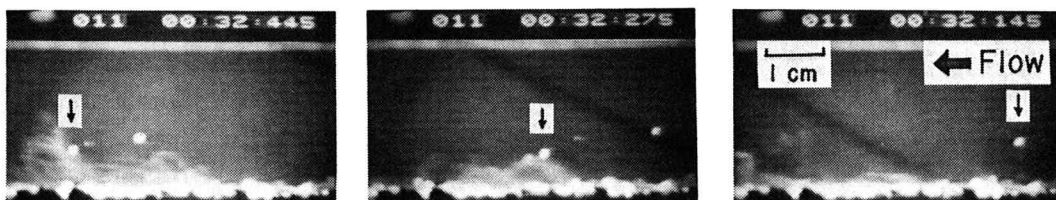


写真-2 河床付近の流れと粒子の再浮上過程 (右から(a), (b), (c))

生じる揚圧力であり、河床面との衝突による反発力ではない。離脱後初速 w_{p0} を得た粒子は、図-2に示すようになりかなり大きい流体力の作用によりさらに浮上している。すなわち、離脱後の粒子の運動は w_{p0} によってのみ決まるのではなく、粒子とともに上昇する流体塊による流体力の影響をうけて決定されることがわかる。流体力は、上昇する流体塊の寿命時間を過ぎると急激に減少し、粒子はやがて沈降し始める。

ついで、浮遊粒子が再浮上する過程について考察する。沈降し始めた粒子には、図-2(b), (c)のように再浮上するものと図-2(a)のように着床するものがある。写真-2は前者の場合を示したもので、上流から流下沈降してきた粒子が、河床付近で発生した上昇する流体塊の影響をうけて((b)), 再浮上している((c))。また、再浮上時には、図-2(b), (c)に示すように、大きな流体力が急激に作用しており、粒子は上昇流による流体力により再浮上していることがわかる。一方、沈降中に流体力が作用しない場合は、図-2(a)のように再浮上せず着床する。

このように、粒子の浮遊現象は河床付近で生じる上昇流の影響を強くうけているが、この上昇流は間欠的に生じる強い乱れであり、Grass²⁾や禰津³⁾が水素気泡を用いた可視化実験で観察した粗面乱流でのエジェクションに相当するものであると思われる。染料注入点の少し下流の位置で、上昇する流体塊の通過周期 T_L をを測定し、外部パラメータで無次元化した値で示すと $\bar{T}_L u_{max}/h \approx 2$ (u_{max} : 最大流速, $\bar{T}_L$: T_L の平均値) であった。滑面におけるバースティングの平均周期 $\bar{T}_B$ の無次元表示は、中川, 禰津⁴⁾によると $\bar{T}_B u_{max}/h = 1 \sim 3$ であるので、 T_L と T_B はほぼ等しい値である。したがって、本実験のような粗面河床でも、 T_B と同じオーダーの周期でエジェクションが生起しており、粒子の浮遊現象はこれの影響を強くうけていると考えられる。

2-3 粒子の浮遊機構

2-2で検討した結果より、粒子の浮遊機構は次のようであると考えられる。粗面においてもほぼ滑面のバースティング周期と同じオーダーの周期で、河床付近でエジェクションが生起し、それに伴って鉛直方向

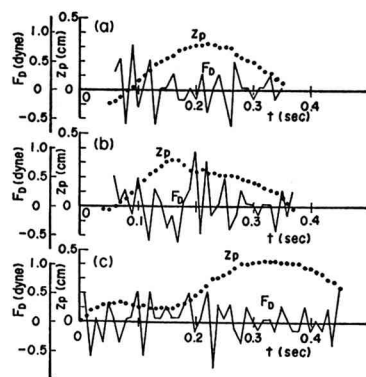


図-2 粒子の飛行高さと粒子に作用する流体力の時間変化

の強い上昇流が生じるとともに、粒子は揚圧力の作用で河床を急激に離脱する。河床を離脱した粒子は、同時に発生した上昇する流体塊から流体力をうけて、さらに浮上する。流体塊の寿命時間が過ぎ流体力が減少すると、やがて粒子は沈降し着床する。沈降する過程で、エジェクションによる上昇する流体塊から再び強い流体力をうけると粒子は再浮上する。このように、粒子の浮遊機構では、揚圧力と上昇する流体塊からうける流体力とその作用時間（寿命時間）が重要であり、次章でこれらの力や作用時間を評価して浮遊機構をモデル化し、粒子の浮遊運動を解析する。

3. 粒子の浮遊機構に関する理論

3-1 浮遊機構のモデル

2章で得られた知見から、浮遊機構を鉛直方向に関して次のようにモデル化する。（図-3参照）

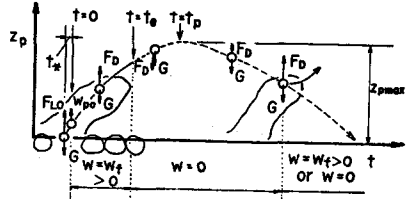


図-3 粒子の浮遊機構のモデル

(i) 河床の粒子に揚圧力 F_{L0} が t_* 時間作用し、粒子は時刻 $t = 0$ に初速 w_{p0} で河床を離脱する。

(ii) 河床を離脱した粒子には、同時に発生した鉛直方向速度 w_f の上昇流による流体力 F_D がその寿命時間 t_e の間作用して、粒子は浮上する。

(iii) $t = t_e$ で上昇流が消滅し、 $t > t_e$ では粒子に作用する流体の鉛直方向速度は 0 となる。このとき、粒子の上昇速度は減速して、 $t = t_p$ において 0 となり、重力の作用により河床へ沈降する。

(iv) 沈降の過程で鉛直方向の速度 w_f の上昇流が粒子に作用すると、再び F_D がその寿命時間 t_e の間作用し、再浮上する。

3-2 浮遊機構の定式化

ここでは、3-1の(iv)の過程は(ii)の過程と同様の解析となるので、(i)～(iii)の過程について解析する。

(1) 粒子の鉛直方向の初速度 w_{p0} とその確率分布

これに関しては著者らの研究¹⁾に解析されており、詳しい説明は省略する。平均 0、標準偏差 F_{L0}' の正規分布で与えられる揚圧力 F_{L0} が $t_* = \alpha d / w_{p0}$ (実験より $\alpha = 1$) の間作用するとすると、 w_{p0} とその条件 ($w_{p0} > 0$) 付確率密度関数は (1), (2) 式で表わされる。

$$w_{p0} = \sqrt{a_3 (F_{L0} - G)} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$f_{w_{p0}}(w_{p0}) = \frac{2 w_{p0}}{\sqrt{2\pi} F_{L0}' a_3} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \frac{(w_{p0}^2/a_3 + G)^2}{F_{L0}'^2} \right\} / \int_G^\infty f_{F_{L0}}(F_{L0}) dF_{L0} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $a_3 = 6/(\pi d^2 \sigma)$ 、 G ：水中重力である。また、 F_{L0}' は $F_{L0}' \propto \rho w'^2 \cdot d^2$ (w' ：鉛直方向の乱れ強度) および粗面での礫の遮蔽効果を考慮した $w' = k u_*$ (k ：遮蔽係数) の関係を用いると (3) 式となる。

$$F_{L0}' = c k^2 \rho u_*^2 d^2 \quad (c: \text{比例係数}) \quad \dots\dots\dots (3)$$

(2) 離脱後の粒子の運動

Tchen による粒子の鉛直方向の運動方程式である (4) 式を用いて、離脱後の粒子の運動を解析する。

$$\frac{\pi}{6} d^3 (\sigma - \rho) \frac{dw_p}{dt} = F_D + F_L + \frac{1}{2} \frac{\pi}{6} d^3 \rho \left(\frac{dw}{dt} - \frac{dw_p}{dt} \right) - G \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 d ：粒径、 σ 、 ρ ：粒子および流体の密度、 w_p 、 w ：粒子および流体の鉛直方向の速度である。

(4) 式中の F_D 、 F_L 、 G は粒子に働く流体力、揚圧力および水中重力で (5)～(7) 式で表示される。

$$F_D = \frac{1}{2} \rho C_D |w - w_p| (w - w_p) \frac{\pi}{4} d^2 \quad \dots\dots\dots (5) \quad F_L = \frac{\pi}{6} d^3 \rho \left(\frac{dw}{dt} - \frac{dw_p}{dt} \right) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$G = (\pi/6) d^3 (\sigma - \rho) g \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 C_D ：抵抗係数で Rubey の半理論式を適用すると (8) 式で表わされる。

$$C_D = 2 + 24/R_e \quad (R_e = |w - w_p| d / \nu) \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 R_e : レイノズル数、 ν : 動粘性係数である。

著者らの研究¹⁾によると、 F_L は粒子が河床を離脱した後急激に減少し 0 となることが明らかにされており、ここでも $F_L = 0$ とおくと、(4) 式は次式のように変形される。

$$(\pi/6) d^3 (\sigma + \rho/2) dw_p/dt = F_D - G \quad \dots\dots\dots (9)$$

(9) 式を次の初期条件と w の条件のもとで解けば w_p や z_p の時間変化が求められる。

$$t = 0 ; w_p = w_{p0}, \quad z_p = a_1 d \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$0 < t \leq t_e ; w = w_f (> 0), \quad t > t_e ; w = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 $a_1 d$: F_{L0} が作用する厚さで、著者らの研究¹⁾によると $0.5d$ である。

(9) 式を解くと、 w_{p0} , w_f , t_e の値に応じて色々な解がでてくるが、ここでは代表的な例として、3-1 で述べたような場合、すなわち、 $w_{p0} < w_f$, $w_f - w_0 > 0$ (ここに、 w_0 : 粒子の沈降速度)、 $t_p > t_e$ の場合について、 w_p や z_p の解析結果を示すことにする。

(i) $0 \leq t \leq t_e$ ($w = w_f > 0$) のとき

$2A_1 w_p + B_1 + P_1 \geq 0$ の場合 (離脱後 w_p が減小し、 $w_f - w_0$ に近づく場合)

$$w_p(t) = -\frac{B_1}{2A_1} + \frac{P_1}{2A_1} \frac{1 - e^{P_1(t+D_1)}}{1 + e^{P_1(t+D_1)}} \dots\dots (12) \quad z_p(t) = -\frac{B_1}{2A_1} t + \frac{1}{2A_1} \ln \frac{e^{P_1(t+D_1)}}{\{1 + e^{P_1(t+D_1)}\}^2} + D_2 \dots\dots (13)$$

$2A_1 w_p + B_1 + P_1 < 0$ の場合 (離脱後 w_p が増加し、 $w_f - w_0$ に近づく場合)

$$w_p(t) = -\frac{B_1}{2A_1} + \frac{P_1}{2A_1} \frac{1 + e^{P_1(t+D_1)}}{1 - e^{P_1(t+D_1)}} \dots\dots (14) \quad z_p(t) = -\frac{B_1}{2A_1} t + \frac{1}{2A_1} \ln \frac{e^{P_1(t+D_1)}}{\{e^{P_1(t+D_1)} - 1\}^2} + D_3 \dots\dots (15)$$

ここに、 $A_1 = \frac{3}{2d} \frac{\rho}{\sigma + \rho/2}$, $B_1 = -A_1(2w_f + \frac{12\nu}{d})$, $C_1 = A_1(w_f^2 + \frac{12\nu}{d}w_f) - \frac{\sigma - \rho}{\sigma + \rho/2}g$, $P_1 = \sqrt{|B_1^2 - 4A_1C_1|}$,

$D_1 = \frac{1}{P_1} \ln \left| \frac{2A_1 w_{p0} + B_1 - P_1}{2A_1 w_{p0} + B_1 + P_1} \right|$, $D_2 = a_1 d - \frac{1}{2A_1} \ln \frac{e^{P_1 D_1}}{(1 + e^{P_1 D_1})^2}$, $D_3 = a_1 d - \frac{1}{2A_1} \ln \frac{e^{P_1 D_1}}{(e^{P_1 D_1} - 1)^2}$ である。

(ii) $t_e < t \leq t_p$ のとき ($w = 0$)

$t = t_e$ で $w_p = w_{pe}$, $z_p = z_{pe}$ ((i) で計算される。) の条件で (9) 式を解くと、次のようになる。

$B_2^2 - 4A_2C_2 \geq 0$ の場合 ($d \leq \sqrt[3]{54\nu^2/[(\sigma/\rho - 1)g]}$ の場合)

$$w_p(t) = -\frac{B_2}{2A_2} + \frac{P_2}{2A_2} \frac{1 + e^{P_2(t+E_1)}}{1 - e^{P_2(t+E_1)}} \dots\dots (16) \quad z_p(t) = -\frac{B_2}{2A_2} t + \frac{1}{2A_2} \ln \frac{e^{P_2(t+E_1)}}{\{e^{P_2(t+E_1)} - 1\}^2} + E_2 \dots\dots (17)$$

$B_2^2 - 4A_2C_2 < 0$ の場合、($d > \sqrt[3]{54\nu^2/[(\sigma/\rho - 1)g]}$ の場合)

$$w_p(t) = -\frac{B_2}{2A_2} + \frac{P_2}{2A_2} \tan \left\{ \frac{P_2}{2}(t + E_3) \right\} \dots\dots (18) \quad z_p(t) = -\frac{B_2}{2A_2} t - \frac{1}{A_2} \ln \left| \cos \frac{P_2}{2}(t + E_3) \right| + E_4 \dots\dots (19)$$

ここに、 $A_2 = -\frac{3}{2} \frac{1}{d} \frac{\rho}{\sigma + \rho/2}$, $B_2 = A_2 \frac{12\nu}{d}$, $C_2 = -\frac{\sigma - \rho}{\sigma + \rho/2}g$, $P_2 = \sqrt{|B_2^2 - 4A_2C_2|}$,

$E_1 = \frac{1}{P_2} \ln \frac{2A_2 w_{pe} + B_2 - P_2}{2A_2 w_{pe} + B_2 + P_2} - t_e$, $E_2 = z_{pe} + \frac{B_2}{2A_2} t_e - \frac{1}{2A_2} \ln \frac{e^{P_2(t_e+E_1)}}{\{e^{P_2(t_e+E_1)} - 1\}^2}$, $E_3 = \frac{2}{P_2} \arctan \left(\frac{2A_2 w_{pe} + B_2}{P_2} \right)$

$-t_e$, $E_4 = z_{pe} + \frac{B_2}{2A_2} t_e + \frac{1}{A_2} \ln \left| \cos \frac{P_2}{2}(t_e + E_3) \right|$ である。

また、最大飛行高さ z_{pmax} とその時の時刻 t_p は次式となる。

$$B_2^2 - 4A_2C_2 \geq 0 ; t_p = (1/P_2) \ln \{(B_2 - P_2)/(B_2 + P_2)\} - E_1 \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$z_{pmax} = z_p(t_p) \quad ((17) \text{ 式}) \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$B_2^2 - 4A_2C_2 < 0 ; t_p = (2/P_2) \arctan (B_2/P_2) - E_3 \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$z_{pmax} = z_p(t_p) \quad ((19) \text{ 式}) \quad \dots\dots\dots (23)$$

(Ⅲ) $t > t_p$ のとき ($w = 0$)

$t = t_p$ で $w_p = 0$, $z_p = z_{p \max}$ の条件で(9)式を解くと次のようになる。

$$w_p(t) = -\frac{B_2}{2A_3} + \frac{p_3}{2A_3} \frac{1 - e^{p_3(t+F_1)}}{1 + e^{p_3(t+F_1)}} \dots (24) \quad z_p(t) = -\frac{B_2}{2A_3}t + \frac{1}{2A_3} \ln \frac{e^{p_3(t+F_1)}}{\{1 + e^{p_3(t+F_1)}\}^2} + F_2 \dots (25)$$

ここに, $A_3 = -A_2$, $p_3 = \sqrt{|B_2^2 - 4A_3C_2|}$, $F_1 = \frac{1}{p_3} \ln \left| \frac{B_2 - p_3}{B_2 + p_3} \right| - t_p$, $F_2 = z_{p \max} + \frac{B_2}{2A_3}t_p - \frac{1}{2A_3}$

$\ln \frac{e^{p_3(t_p+F_1)}}{\{1 + e^{p_3(t_p+F_1)}\}^2}$ である。

3-3 浮遊運動に関する解析結果と実験結果との比較

図-4は, F_{L0} に関する研究成果¹⁾より, (3)式中の ck^2 の値を5.06として, w_{p0} の頻度分布の理論値を求め, 実験値¹⁾と比較したものである。理論値は実験値より分散が大きい, 両者はほぼ適合している。

図-5は, 図-2(b), (c)の z_p, F_D の時間変化を前述の解析に従ってシミュレートしたもので, (a)は河床から離脱する場合, (b)は再浮上する場合を対象としている。 w_{p0} を軌跡から与え, 図-5のように理論値と実験値がよく一致するときの w_f と t_e の値は, 図中に示すように, $w_f = 6 \text{ cm/s}$, $t_e = 0.05 \sim 0.07 \text{ sec}$ であった。可視化された上昇流をビデオ解析し, w_f や t_e の値を推定すると, $w_f = 1 \sim 7 \text{ cm/s}$, $t_e = 0.02 \sim 0.08 \text{ sec}$ であり, このことより, 本モデルの妥当性がうかがえる。

ついで, 実河川で対象となるような $d = 200 \mu$, $\sigma/\rho = 2.65$ の粒子が河床を離脱するとき, 本研究のシミュレーションで, w_f の値によってどのような運動をするのかについて検討する。図-6は $w_{p0} = 3 \text{ cm/s}$, $w_f = 0, 1$ および 4 cm/s , $t_e = 0.02 \text{ sec}$ として, z_p の時間変化を求めたものである。なお, w_{p0} の平均値が 3 cm/s となるのは(2)式から $u_* \approx 4 \text{ cm/s}$ のときである。この図より, 粒子の飛行高は w_f の影響を強くうけ, w_f が大きくなると $z_{p \max}$ の値は急激に増加することがわかる。 w_f や t_e は確率変数であり, $z_p(t)$ の値は図-6の $w_f = 0$ の場合を最小値として確率的に分布するが, これに関する検討は今後の課題としたい。

4. 粗面上の粒子の浮遊限界

粒子が河床を離脱する機構として, 揚圧力によるものと河床砂礫との衝突によるものが考えられる。揚圧力が作用するような場では, エジェクションによる上昇流が存在するので, 離脱した粒子はこの上昇流による流体力を受けて, かなりの高さまで浮上する。一方, 衝突による場合, 離脱した粒子は, 離脱時の初速によるサルテーション運動をし, 両者で粒子の運動軌跡が非常に異なる。浮遊砂は上昇流によって浮上する粒子であるから, 著者らは, 粒子の浮遊限界を粒子が揚圧力で河床から離脱する限界と定義することが妥当であると考え。

上述の定義に従うと, 粒子の浮遊条件は, $F_{L0} > G$ で与えられ, F_{L0} の確率分布を正規分布とすると, (3)

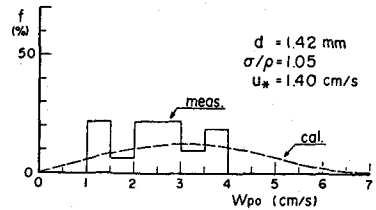


図-4 w_{p0} の頻度分布の実験値と理論値の比較

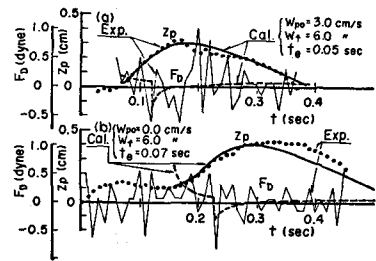


図-5 z_p, F_D の時間変化の実験値と理論値の比較

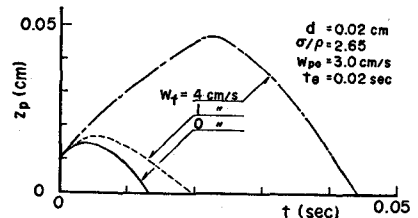


図-6 z_p の時間変化に及ぼす w_f の影響

式より、河床の粒子が P_α ($F_{L0} > \alpha F_{L0}'$ となる確率) 以上の確率で河床を離脱する条件は、 $\alpha F_{L0}' \geq G$ となり、この条件の限界摩擦速度 $u_{*s}(P_\alpha)$ は次式のようになる。

$$\frac{u_{*s}(P_\alpha)^2}{(\sigma/\rho - 1)gd} = \frac{\pi}{6} \frac{1}{\alpha ck^2} \dots\dots\dots (26)$$

(26) 式中の ck^2 は F_{L0} や遮蔽係数に関する係数であり、理論的に求めることは困難である。そこで、著者らの行った浮遊限界の実験値⁵⁾ が $\alpha = 3$ に対応するとして、 ck^2 の値を推定し、それを $d/(d_r - a)$ (d_r : 河床上の粗粒子の粒径、 a : 粒径 d の粒子の堆積厚) と d をパラメータにして整理したものが図-7 である。図-7 より、 $d \geq 163 \mu$ では ck^2 が一定となることが推察されるので、 $d/(d_r - a) = 0.05$ と 0.15 の場合について、図-7 や著者らの浮遊限界の理論解析⁵⁾ を参考にして、 $\alpha = 3$ に対する浮遊限界 u_{*s} (0.13%) を (26) 式から求めると、図-8 のようになる。図中には、参考のため沈降速度 w_0 や無次元限界掃流力 τ_{*c} を表わす曲線と u_{*s} の実験値が示されている。

この図より、粒子が河床を離脱し始めるとき、 $u_* d/\nu < 2$ では $u_* > w_0$ の条件となっており、かなりの高さまで上浮するのに対し、 $u_* d/\nu > 2$ では、 $u_* < w_0$ であり、離脱してもあまり上浮しないことが考察される。

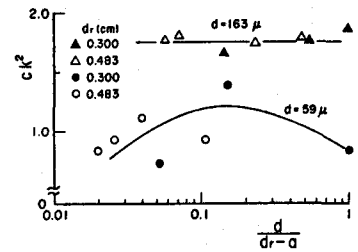


図-7 ck^2 の値

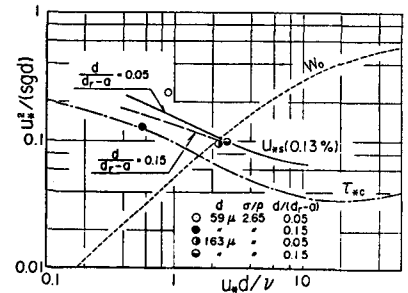


図-8 粗面上の粒子の浮遊限界

5. 結 語

以上、粗面上の粒子の浮遊現象は河床付近で発生するエジェクションと関連があり、粒子はその際発生する揚圧力によって河床を離脱し、同時に生じる上昇流による流体力によってさらに上昇することが明らかにされた。また、そのような浮遊機構を揚圧力や上昇流の流速とその作用時間(寿命時間)を与えて定式化して、粒子運動の軌跡を解析する理論式を提案し、飛行高の時間変化について実験値と理論値を比較して、その妥当性を検証した。さらに、浮遊機構のモデルに従って、粗面上の粒子の浮遊限界を明らかにした。

今後、浮遊機構のモデルに確率的な検討を加えて、浮遊砂量の算定式を求めていきたい。

最後に、本実験及び資料整理に御協力して頂いた、京都大学防災研究所技官吉田義則氏に謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 芦田和男, 藤田正治: 粗面上の粒子の浮遊機構と浮遊限界に関する研究, 京都大学防災研究所年報, 第26号B-2, 1983.
- 2) Grass, A. J.: Structural features of turbulent flow over smooth and rough boundaries, J. Fluid. Mech., Vol. 50, 1971, pp. 233 ~ 255
- 3) 福津家久: 開水路流の乱流構造に関する基礎的研究, 京都大学学位論文, 昭.52, p. 72
- 4) 中川博次, 福津家久: セン断乱流の bursting 現象とその物理モデル, 第22回水理講演会論文集, 1978, pp. 29 ~ 36
- 5) 芦田和男, 岡部健士, 藤田正治: 粒子の浮遊限界と浮遊砂量に関する研究, 京都大学防災研究所年報, 第25号B-2, 1982.