

室見川流域の透水量係数と非定常地下水位の推定

Estimation of Transmissivity and Unsteady Groundwater Level in Muromi River Basin

九州大学工学部 上田年比古 神野健二

清水建設機研究所 平野文昭

1. はじめに

広領域地下水流動に関する計算精度は、用いられる帯水層の水文地質パラメータである透水量係数や貯留係数などの空間分布の精度に大きく左右されるが、これらのパラメータの分布は揚水試験の経費が高いことなどから数少ない揚水試験箇所から定めていて、地下水流動に関する計算結果にあまり高い精度を期待できないようである。さて最近、透水量係数のような水文地質パラメータに対して自己回帰モデルを適用し、パラメータの空間分布の最適推定値を求める研究が行われている¹⁾。これらの研究では水文地質パラメータの空間分布を一つのシステムとして数学的に表わそうとするもので、これまでのように観測地点のデータの線形補間だけでは表わし得なかったパラメータの統計的性質、あるいはその分布構造についても検討を加えることが可能であると考えられる。著者らは先にKalman filter理論を用いて領域内の水文地質パラメータの空間分布と地下水頭の変動の推定法について研究を行ってきた²⁾³⁾。本報は、この推定法を福岡市室見川流域に適用し、透水量係数と非定常の地下水頭の推定とその検討を行ったもので、用いた資料は流域内の貯留係数および透水量係数に関する21箇所の野外データと、昭和56年8月から昭和57年7月までの41箇所のそれぞれ24回の地下水位の実測結果に検討を加えたものである。

2. 透水量係数の空間分布式

2-1. 透水量係数の空間分布式

一般に透水量係数の空間分布の値は、空間的傾向を示すトレンド部分と、隣接する地点相互で相関をもつ自己回帰部分と、全くランダムな白色雑音部分とからなると考えられる。

さてこれまで、透水量係数の分布の検討に当たってはしばしば透水量係数そのままではなくその対数値が用いられているが、本報でも透水量係数の空間分布の検討に当たってはその対数値を取り扱うことにする。ここでは透水量係数の対数値から、そのトレンド部分(対数値)を除いた透水量係数(自己回帰部分と雑音部分の和)の対数値を Y として、 Y の空間分布について検討する。 Y について、R.E. Freezeらは¹⁾⁴⁾⁵⁾1次元、2次元の浸透領域を1次元あるいは2次元のブロックで区切り、離散点の Y について次の自己回帰式を適用している。すなわち2次元について、

$$Y_{i,j} = \alpha_x (Y_{i+1,j} + Y_{i-1,j}) + \alpha_y (Y_{i,j+1} + Y_{i,j-1}) + \epsilon_{i,j} \quad (1)$$

ここに i, j は正方形ブロックの x, y 座標の離散点番号である。また α_x, α_y は隣接する x, y 方向のそれぞれ2つのブロックの値の $Y_{i,j}$ に対する重みを表わす自己回帰パラメータ、 $\epsilon_{i,j}$ は (i,j) ブロック

点における正規性白色雑音である。式(1)は従来画像解析の分野で一般に用いられているモデルであり、 α_x, α_y と $Y_{i,j}$ の自己相関係数との関係、 $\epsilon_{i,j}$ の分散と Y の分散との関係などが詳しく検討されている⁶⁾⁷⁾⁸⁾⁹⁾。この形の自己回帰モデルとは別にA. Rosenfeldらのテキスト¹⁰⁾あるいは砂原氏のテキスト¹¹⁾には種々のモデルについて解説が加えられているが、これらのモデルはいずれも画像処理を対象にしたものであり、空間分布に対する透水量係数に対してそれぞれのモデルがどのような推定値を与えるのか、また透水量係数に影響する地層の風化の程度、堆積過程の相違などとモデ

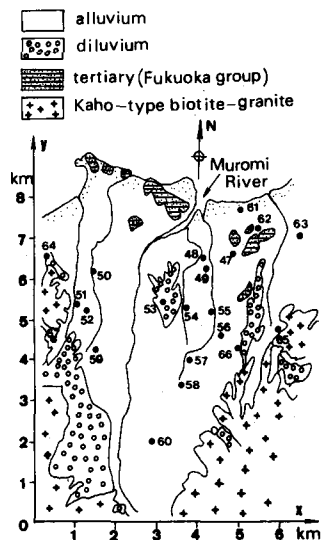


図-1 対象領域の地質概要図
(番号はFEM解析の節点)

ルとの関係について現在のところほとんど検討されていない。本報ではまず透水量係数を連続量として表示することにし、また式(1)の $\varepsilon_{i,j}$ を除いた式が次の2次元のLaplaceの式: $a_x \partial^2 Y / \partial x^2 + a_y \partial^2 Y / \partial y^2 = 0$ (2) の差分式になっていることからここではYの自己回帰式(空間分布式)として式(2)に 白色雑音 ε を加えた次式を用いることにする。

$$a_x \partial^2 Y / \partial x^2 + a_y \partial^2 Y / \partial y^2 + \varepsilon = 0 \quad (3)$$

次に現地の透水量係数の実測値から式(3)の a_x 、 a_y を求める方法を述べる。まず a_x 、 a_y を与えて式(3)からシミュレーションによりYの空間分布を発生させ、これから自己相関係数を求め、ついで積分特性距離を求める。この計算を種々の a_x 、 a_y について行って、 a_x 、 a_y と積分特性距離との関係を求めておく。こうすれば現地の実測の透水量係数の空間分布から自己相関係数、積分特性距離を求めれば、上述の関係から a_x 、 a_y が定まる。ここでは福岡市室見川流域の実測値を用いて、算定過程を説明する。

2-2. 室見川流域の水文地質と透水量係数

図-1に室見川流域の地質図を示す。図中に記した番号は、昭和53年の福岡大洪水の年に、市内の小、中学校で実施した揚水試験箇所(21箇所)で、後で行う有限要素法解析の節点番号である。次に図-2に地下岩盤等高線(標高)と地質調査ボーリング地点(No.1-No.3)を示している。また図-3に地質柱状図を示している。詳しい地質特性については別途検討を加えている¹²⁾。表-1に図-1の揚水試験箇所の座標、貯留係数、透水量係数を示す。最後の欄 Yは次のようである。

$$Y = \Delta \ln T = \ln T - \langle \ln T \rangle \quad (4)$$

ここに $\langle \ln T \rangle$ は表-1のTの対数値 $\ln T$ の x 、 y (単位m) に関する2次式での最小2乗法により算定された分布式:

$$\begin{aligned} \langle \ln T \rangle = & -8.73 + 0.477 \times 10^{-3} x + 0.494 \times 10^{-3} y \\ & - 0.645 \times 10^{-7} x^2 - 0.202 \times 10^{-7} y^2 \end{aligned} \quad (5)$$

である。図-4はYの度数分布で、データが少ないのでYの確率分布が正規分布であるとは明言出来ないが、データが多ければ正規分布に漸近するのではないかと考えられる。なお、表-1に示すように、Yの分散は2.30となる。

2-3. Yのシミュレーション

まず、式(3)の a_x 、 a_y 、 ε を与えて、シミュレーションによりYを発生させる。いま領域を図-5のように総節点数89の三角形要素に分割し、式(3)を有限要素法により離散化すれば、

$$B Y + \varepsilon = 0 \quad (6)$$

ここにBは式(3)の a_x 、 a_y と節点座標とからなる係数行

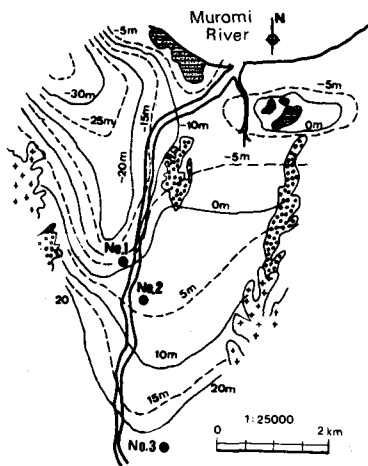


図-2 基礎等高線及び地質柱状図地点 (曲線の数値は標高を示す)

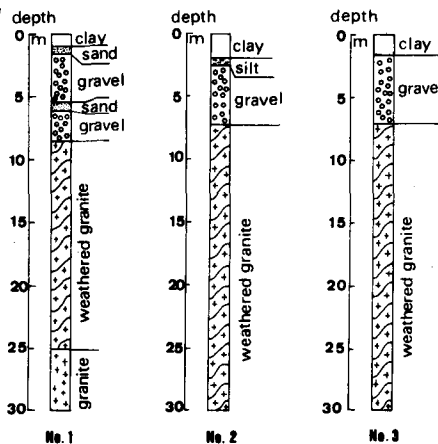


図-3 地質柱状図

表-1 揚水試験解析結果

Nb.	x(m)	y(m)	storage coefficient S	transmissivity T (m ² /s)	residual Y
47	4875	6850	1.22×10 ²	5.412×10 ³	0.300
48	4125	6700	4.50×10 ¹	3.166×10 ³	-0.286
49	4150	6425	6.12×10 ²	5.516×10 ³	0.333
50	1300	6300	2.87×10 ²	9.482×10 ³	1.250
51	900	5475	1.00×10 ²	4.410×10 ³	0.764
52	1175	5350	1.05×10 ³	1.084×10 ³	1.670
53	3075	5600	8.00×10 ¹	2.000×10 ³	-2.770
54	3700	5475	6.65×10 ¹	4.120×10 ³	0.266
55	4375	5375	4.00×10 ²	3.344×10 ³	-2.180
56	4625	4775	2.40×10 ²	5.391×10 ³	0.798
57	3800	4150	7.23×10 ²	5.774×10 ³	1.000
58	3650	3450	2.68×10 ²	3.387×10 ³	0.704
59	1425	4325	3.95×10 ¹	8.194×10 ³	1.620
60	2925	2050	5.29×10 ³	8.054×10 ³	-0.163
61	5050	7950	1.37×10 ¹	4.385×10 ³	-0.094
62	5500	7475	9.92×10 ³	2.973×10 ³	-0.300
63	6600	7325	2.90×10 ¹	1.660×10 ³	-0.508
64	100	6675	1.40×10 ²	5.002×10 ³	0.985
65	6125	5000	1.40×10 ⁴	1.243×10 ²	1.910
66	5100	4500	2.06×10 ³	6.860×10 ³	-1.100
67	325	4525	1.80×10 ⁶	1.800×10 ⁵	-4.170

unbiased variance $\sigma_Y^2 = 2.30$

列、 Y は節点値の列ベクトル、 ϵ は節点の正規性白色雑音列ベクトルで

$$E[\epsilon \cdot \epsilon^T] = \sigma_\epsilon^2 I \quad (7)$$

と仮定する。ところで式(3)に対する境界条件としては、① Y に、ある境界値を与える場合、② $\partial Y / \partial n$ (n は領域境界外向きの法線方向)を与える場合、③ Y と $\partial Y / \partial n$ との関係式を与える場合が考えられるが、このうち②、③のような Y の微分係数に関する条件の設定は一般にきわめて困難と考えられ、ここでは①について考える。①の場合は観測値が存在する境界節点には観測値を与え、観測値の無い節点には式(5)に示すトレンドの境界上の値を与えるか、あるいは境界条件の影響が、対象としている領域の内部に及ばない程度に拡大した境界を新たに考え、その境界について適宜境界値を設定することが考えられる。本報では一応観測値の無い境界上の節点にはトレンド値を与えることにする。いま領域内の内部節点に添字1、領域境界上の節点に添字2をつけ式(6)を分解すると

$$B_{11}Y_1 + B_{12}Y_2 + \epsilon_1 = 0, \quad B_{21}Y_1 + B_{22}Y_2 + \epsilon_2 = 0 \quad (8-1), (8-2)$$

式(8-1)の Y_2 には前述のように境界条件として既知量を与えると式(8-1)から

$$Y_1 = -B_{11}^{-1}B_{12}Y_2 - B_{11}^{-1}\epsilon_1 = FY_2 + G\epsilon_1 \quad (9)$$

$$\text{ここに、} F = -B_{11}^{-1}B_{12}, \quad G = -B_{11}^{-1} \quad (10)$$

このとき Y_1 の期待値及び共分散行列は

$$E[Y_1] = FE[Y_2] \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \text{cov}[Y_1] &= E[(Y_1 - E[Y_1])(Y_1 - E[Y_1])^T] = \sigma_Y^2 R \\ &= E[(FY_2 - FE[Y_2])(FY_2 - FE[Y_2])^T] + GE[\epsilon_1 \epsilon_1^T]G^T \\ \text{後者は、} \quad \sigma_Y^2 R &= \sigma_Y^2 FRF^T + \sigma_\epsilon^2 GG^T \end{aligned} \quad (12)$$

となる。ところで、 F は式(8)および(9)に示すように領域境界上の Y_2 の値が内部領域の点に及ぼす影響の重みを表わす行列であるが、この影響が及ぶのは相関係数の積分特性距離程度で、したがって式(12)の右辺第一項は第二項に比べて十分に小さい量であると考えられ、

$$\sigma_Y^2 R \approx \sigma_\epsilon^2 GG^T \equiv \sigma_\epsilon^2 M \quad (13)$$

2-4. 自己相関係数の算定

Y に対する2次元確率場の自己相関係数は

$$\begin{aligned} R(\xi, \eta; x, y) &= E\{[Y(x, y) - E[Y(x, y)]] \times \\ &\quad [Y(x + \xi, y + \eta) - E[Y(x + \xi, y + \eta)]]\} / \sigma_Y^2 \end{aligned} \quad (14)$$

で定義される。自己相関係数の実際の計算にあたっては、図-6に示すように節点 a の $Y(a)$ と節点 b の $Y(b)$ との積をとるとき、節点 b が節点 a からの距離 (ξ, η) を中心にそれぞれ $\Delta\xi, \Delta\eta$ (本報では500m)の斜線で示す長方形領域内に入っておれば $Y(a)Y(b) = Y(x, y)Y(x + \xi, y + \eta)$

のようにみなした。したがって例えば

$$R(0, \eta) = E\{[Y(x, y) - E[Y(x, y)]] [Y(x, y + \eta) - E[Y(x, y + \eta)]]\} / \sigma_Y^2 \quad (16)$$

の値を求める場合には a 点と b 点との x 座標の差が、 $|x(a) - x(b)| \leq (\Delta\xi)/2$ 、 y 座標の差が、 $|y(a) - y(b) - \eta| \leq (\Delta\eta)/2$ である組合せを求め式(15)のような積を計算し、これらの算術平均をとる。次に大きな η に対しては算術平均をとる個数が少なくなるので、仮想の領域を現在の領域外に拡張しこの領域の節点にはトレンド値を与えて相関係数を計算する。さて図-5に示す有限要素メッシュで分割した室見川流域について、上述の算定を行ってみよう。

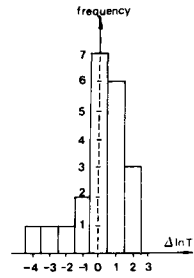


図-4 トレンドからの残差 Y の度数分布

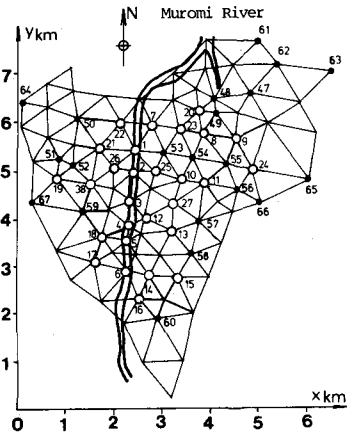


図-5 領域の要素分割図

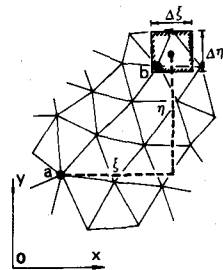


図-6 $R(\xi, \eta)$ の計算

いま式(3)で $a_x=a_y=0.35$ とし ε の分散を $\sigma_\varepsilon^2=2.3$ として、式(3)の離散式(9)を用いて各節点の Y_1 をシミュレートし、これの自己相関係数を上述の方法で求め、これを10回行って算術平均をとった。これを図-7の点線で示している。

さて次に、式(1)の自己回帰モデルに対する相関係数は指数関数で近似されることが知られている¹³⁾。すなわち x 方向および y 方向の積分特性距離をそれぞれ L_x 、 L_y とすると

$$R(\xi, \eta) = \exp[-\xi/L_x - \eta/L_y] \quad (16)$$

したがって

$$R(\xi, 0) = \exp[-\xi/L_x] \quad (17-1)$$

$$R(0, \eta) = \exp[-\eta/L_y] \quad (17-2)$$

これらの式から、 L_x 、 L_y を与えれば自己相関係数を算定できる。いま、 $L_y=500\text{m}$ 、 1000m 、 2000m とした場合の式(17-2)による自己相関係数を図-7の実線で示している。 $L_y=1000\text{m}$ の実線は先に得られた点線とほぼ良い一致を示している。これから式(9)により発生させた Y_1 の空間分布の自己相関係数は近似的に式(16)のような指数関数で示されることが、及び式(3)の $a_x=0.35$ 、 $a_y=0.35$ は積分特性距離 $L_y=1000\text{m}$ にほぼ対応することがいえる。これらのことから式(16)の積分特性距離 L_x 、 L_y と式(3)の a_x 、 a_y との間に或る関係が存在することが考えられ、この点については今後検討したいと考えている。

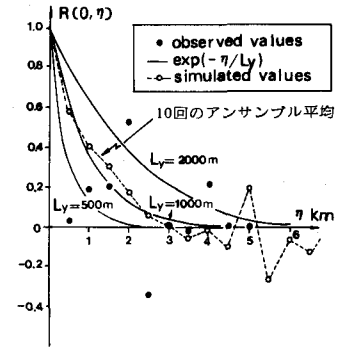


図-7 y方向の自己相関係数 $R(0, \eta)$

2-5. 実測の透水量係数の自己相関係数

本報で取り扱う領域には一部こう積層の地域があること、室見川の上流域では風化花崗岩が、下流域では古第三紀層が基盤を形成していることを考えると、自己相関係数が場所に依らず不変であるかどうか、すなわち均質な確率場と考えてよいかどうかは疑問であるが、とりあえず簡単のためここでは式(14)が場所 (x, y) に依存しないものと仮定する。図-5の黒丸の節点は、表-1の透水量係数の測定点であるが、これらの各節点の値(対数値)からトレンド値の式(4)の値を差し引いた値 Y_1 を求め、これについて図-6で説明した方法で、自己相関係数を計算した。これの y 方向の自己相関係数 $R(0, \eta)$ を図-7の黒丸印に示している。透水量係数の実測値が少なく、これから積分特性距離を求めることは困難である。なお、透水量係数の x 方向についての分布は y 方向に比べて相関は小さく、その自己相関係数 $R(\xi, 0)$ については図示しなかった。

以上のように現地の透水量係数の実測値から自己相関係数を求めて、これから積分特性距離を求め、これから式(3)の a_x 、 a_y を求めることはかなり多くの測定点がないと困難である。ここでは一応、実測点が多くなれば、上記の方法で式(3)の a_x 、 a_y を求めることが出来る可能性を示したものである。

3. Kalman filterによる地下水頭および透水量係数の推定

3-1. 基礎式の離散化とシステム方程式

本研究の対象領域では浅層の不圧地下水流動が形成されているものと考えられる。したがって、地下水頭に対して

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial (T \frac{\partial h}{\partial x})}{\partial x} + \frac{\partial (T \frac{\partial h}{\partial y})}{\partial y} - q(x, y, t) + r_1(x, y, t) + r_2(x, y, t) + \varepsilon(x, y, t) \quad (18)$$

ここに S は貯留係数、 h は不圧地下水頭(標高 m)、 $q(x, y, t)$ はこの領域の民家の実測揚水量(福岡市水道局資料)、 $r_1(x, y, t)$ は実測減水深(福岡市水道局資料)、 $r_2(x, y, t)$ は降雨による浸透量である。透水量係数 T は不圧地下水の場合には k を透水係数とすると $T=k \times h$ で、式(18)は h に関し非線形の微分方程式となり、Kalman filterの適用が複雑となる。ここでは一般に使われている線形のKalman filterを使用する場合を対象にすることにして、 h については各時間ステップごとの算定過程で1ステップ前の h を近似的に用いるか、あるいは地下水面の時間変動が少ないときには時間的平均値を用いるこ

とによって、式(18)をhについて線形化して考えることにする。図-5のように領域を三角形要素に分割し、式(18)に有限要素法を適用すれば

$$S \dot{h} + P h + R + \epsilon = 0 \quad (19)$$

(・印は時間微分を示す)

ここにSは貯留係数(既知とする)と節点座標を含む係数行列、Pは透水量係数、節点座標を含む係数行列、hは節点の地下水頭ベクトル、Rは $r_1(x, y, t)$ 、 $r_2(x, y, t)$ および $q(x, y, t)$ からなる地下水流出、流入量で、ここでは一括して外力項とよぶことにする。また ϵ は雑音項である。地下水頭を分けて、 h_1 を領域内任意節点の地下水頭、 h_2 を境界条件を設定する境界の節点の地下水頭とし、式(19)を小行列に分割すれば

$$\left. \begin{aligned} S_{11} \dot{h}_1 + S_{12} \dot{h}_2 &= -(P_{11} h_1 + P_{12} h_2) - R_1 - \epsilon_1 \\ S_{21} \dot{h}_1 + S_{22} \dot{h}_2 &= -(P_{21} h_1 + P_{22} h_2) - R_2 - \epsilon_2 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式(20)の第一式をimplicit法で差分化し、 h_1 を改めてhとおけば、

$$h(\nu+1) = \Phi_h(\nu) h(\nu) + \Psi_h(\nu) + F(\nu) + w_h(\nu) \quad (21)$$

これがKalman filter適用に当たっての地下水頭hのシステム方程式である。ここに、

$$\Phi_h = [S_{11} + \Delta t P_{11}]^{-1} A_{11}, \quad \Psi_h = -[S_{11} + \Delta t P_{11}]^{-1} \{ \Delta t P_{12} h_2 + S_{12} (h_2 - h_2) \}, \quad F = -[S_{11} + \Delta t P_{11}]^{-1} \Delta t R_1, \quad w_h = -[S_{11} + \Delta t P_{11}]^{-1} \Delta t \epsilon_1 \quad (22)$$

ν は時間ステップ数、 Δt は時間きざみである。次にYのシステム方程式についてはKalman filterのアルゴリズムが利用できるように、式(6)の右辺を非定常項 $A \partial Y / \partial t$ で置きかえ、有限要素法で離散化しYを領域内部と境界の値 Y_1 、 Y_2 に分けて小行列に分割すれば

$$\left. \begin{aligned} A_{11} \dot{Y}_1 + A_{12} \dot{Y}_2 &= -(B_{11} Y_1 + B_{12} Y_2) - \epsilon_1 \\ A_{21} \dot{Y}_1 + A_{22} \dot{Y}_2 &= -(B_{21} Y_1 + B_{22} Y_2) - \epsilon_2 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

式(23)の第一式をimplicit法で差分化し、 Y_1 を改めてYとおけば、

$$Y(\nu+1) = \Phi_Y(\nu) Y(\nu) + \Psi_Y(\nu) + w_Y(\nu) \quad (24)$$

ここに $\Phi_Y = [A_{11} + \Delta t B_{11}]^{-1} A_{11}$ 、 $\Psi_Y = -[A_{11} + \Delta t B_{11}]^{-1} \cdot \{ \Delta t B_{12} Y_2 + A_{12} (Y_2 - Y_2) \}$ 、

$$w_Y = -[A_{11} + \Delta t B_{11}]^{-1} \Delta t \epsilon_1 \quad (25)$$

システム方程式(21)、(24)の左辺および右辺のh、Yは真の状態量、またシステム雑音 w_h および w_Y はそれぞれ平均値0、分散 $\sigma_h^2 I$ および $\sigma_Y^2 I$ の正規性白色雑音であり、ここでは $\sigma_h^2 = 0.1 m^2$ 、 $\sigma_Y^2 = 2.30$ を与えた。

3-2. 観測方程式

観測量を地下水頭に対し、 $y_1(\nu) \sim y_n(\nu)$ 、透水量係数に対し $y_{n+1}(\nu) \sim y_N(\nu)$ とすると、観測方程式は、

$$y(\nu+1) = C(\nu+1)x(\nu+1) + v(\nu+1) \quad (26)$$

ここに $y(\nu+1)$ は $(\nu+1)$ ステップでの観測量、 $C(\nu+1)$ は観測行列、 $x(\nu+1)$ は $(\nu+1)$ ステップでのシステムの真の状態量、 $v(\nu+1)$ は平均値0、分散 $\sigma_v^2 I$ の正規性雑音ベクトルである。また観測方程式には水頭および透水量係数の実測値を使った。すなわち式(26)において観測行列Cを単位行列とした。観測雑音vについてはhおよびYに対しそれぞれ $0.05 m^2$ 、 0.230 とした。

4. 外力項について

計算に用いた式(21)の外力項 $F(\nu)$ は浸透層への流出入量で、この値の設定はかなり困難である。ここでは、次のようにして定めた。図-8に各節点の算定過程を例示している。図の(a)、(b)、(c)はそれぞれ降雨量、実測減水深、民家の井戸揚水量を各節点毎に振りわけた値(m^3/sec 単位)を示している。これらを用いて算定した外力項を(d)に示している。(d)は次のようにして求めた。(b)のかんがい期間Aでは、水田はたん水いることから、降雨(a)は考慮からはずして、

$$(d) = (b) - \text{蒸発散量}^{14)} - (c) \quad (27)$$

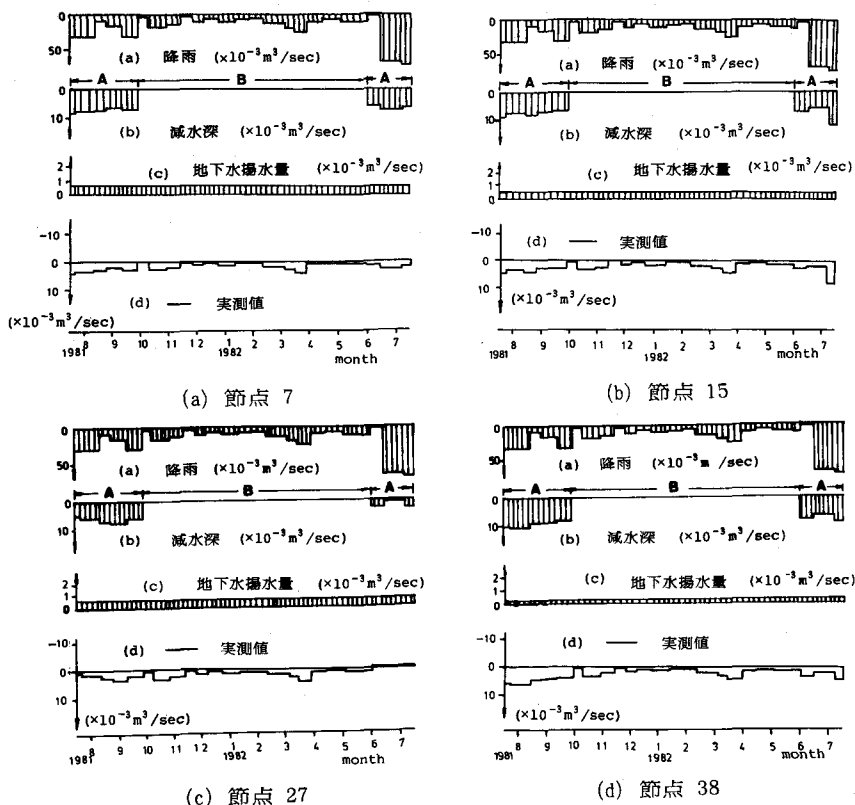


図-8 外力項の実測値の例

ここで蒸発散量は文献(14)を参考にし、期間(A)中の平均値として $4 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ をすべての節点に共通に用いた。次に、(b)の非かんがい期間Bでは、

$$(d) = \theta \times (a) - (c) \quad (28)$$

ここに θ は降雨量に対するその地下水かん養量の比率である。ここでは一応 $\theta = 20\%$ を用いた。

5. Kalman filterによる推定結果

ここでは図-5の領域についてYの空間分布式として、式(3)を用い、この式で $a_x = a_y = 0.35$ 、 $\sigma_e^2 = 2.3$ とし、貯留係数を既知とし、外力項として前述の図-8の(d)に例示する値を用いた。地下水頭はこの領域内の41ヶ所の民家の井戸につき、昭和56年8月から昭和57年7月までの合計24回実測した。41ヶ所のうち14ヶ所の水頭は有限要素解析で境界条件として用いた。したがって、領域内部の水頭の観測点は41-14=27箇所(図-5の白丸点)があるが、本計算では地下水頭の観測点として、このうちの15箇所(節点番号1~15)を用いた場合と27箇所全部(節点番号1~27)を用いた場合を行った。次に透水量係数の観測点は表-1の21箇所の点(図-5の黒丸点)を用いた。上記の計算条件のもとに、式(21)、(24)及び式(26)を用いて、Kalman filter理論により h 、Yの推定値が求まる。すなわち式(21)、(24)、(26)に最もよく合うような h 、Yが推定される。次に、Yにトレンド式(5)を加え指数変換して透水量係数Tが得られる。したがって、 h 、Tは上記の計算条件と式(21)、(24)、(26)及びそれに含まれる雑音の大きさ、及び透水量係数のトレンド値が影響する。

5-1. 地下水頭の推定結果

図-9(a)、(b)の実線は1982年7月30日時点の41箇所の地下水頭の実測値から外挿した水頭の等高線である。また、図-9(a)の一点鎖線は15箇所の地下水頭の観測値を用いてKalman filterの計算により

得られた実線と同じ時点の全節点の地下水頭の推定値から外挿した等高線である。また、図-9(b)の破線は、27箇所の地下水頭の観測値を用いて得られた全節点の推定値から外挿した等高線である。

以上のように図-9(a),(b)の実線が41点から画かれているのに比べると、1点傾線または破線は推定計算で算定される全節点(89ヶ)から画かれていることから、より細かなところまで表現されること、および本法で得られた全節点の推定値は、前述のように与えられた計算条件及び状態方程式、観測方程式に最もよく適合する最適値となっていることから、本法が広領域の水頭分布の推定に優れた方法であるといえる。なお、このことは次の透水量係数の空間分布の推定についてもいえる。なお、観測点が増している図-9(b)が図-9(a)より、実測値の実線に近づいているといえる。右岸上流部の35mの凸部は外力項が大きい(例えば、節点60の減水深は他の節点に比べて3-4倍大きい)ことから現われたものであり、外力項の影響は大きくこの値には十分な検討が必要と考えられる。

5-2. 透水量係数の推定結果

式(6)に人為的に導入した $A \partial Y / \partial t$ の係数Aの値は式(24)が安定な範囲内で適当に選ぶことにより、式(26)のYを速く定常値に収束させることができる。ここでは $A=1.0$ とした。このときYは4-5ステップで定常値に収束した。図-10(a)に最終時点(1982年7月30日)の透水量係数の推定結果を示している。図中の等値線の数値は透水量係数 $T(\times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{sec})$ の値である。これはKalman filterによって推定されたYに式(4)のトレンドを加え、指数変換して求めたものである。また、図-10(b)はYの推定誤差分散の等値線を示している。室見川に沿った図の中央部付近の誤差分散が大きい。これはこの付近の透水量係数の実測値が無いためと考えられる。したがって、この地域の推定精度を上げるためには例えば節点52と53を結ぶ線、および59と58とを結ぶ線上の midpoint 付近にそれぞれ1箇所ずつ観測点を追加すればかなり推定精度が向上すると考えられる。

6. 結び

ここでは透水量係数の自己回帰分の空間分布式(3)を示し、この係数 a_x 、 a_y の与え方について、若干の考察を行った。すなわち a_x 、 a_y を与えて、シミュレーションによりY(トレンドを除いた透水量係数(対数値))の空間分布を求め、その自己相関係数の積分特性距離と a_x 、 a_y の関係を求めておけば、現地の透水量係数の実測による空間分布から a_x 、 a_y が求めることが可能であることを示した。なお、 $a_x=a_y=0.35$ としたシミュレーションによるYの積分特性距離は $L=1000\text{m}$ が得られた。次に、室見川流域の実測の透水量係数について自己相関係数を求めたが、観測点が少なく、積分特性距離を算定

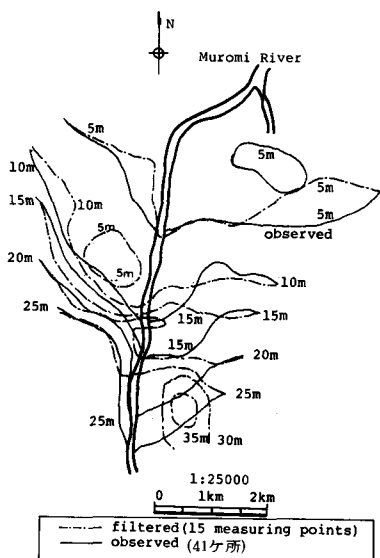


図-9(a) 実測外力項を用いた水頭分布推定結果(1982年7月30日)(15ヶ所の観測値の場合)

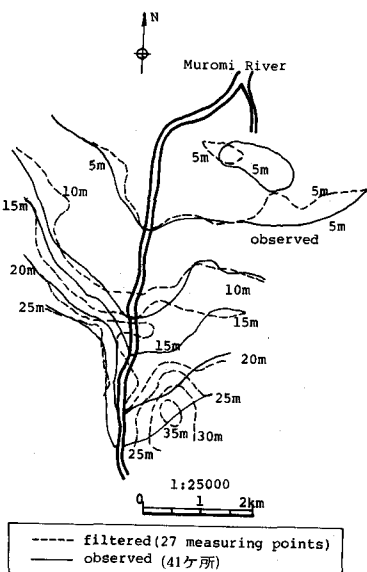


図-9(b) 実測外力項を用いた水頭分布推定結果(1982年7月30日)(27ヶ所の観測値の場合)

するに至らず、したがって a_x 、 a_y を定めることは出来なかった。次に観測点から地下水頭及び透水量係数の空間分布を求める場合、観測点の数が一般に多くないことから精度の良い空間分布を求めることが困難である。ここで述べるKalman filter理論による計算によれば、種々の与えられた条件及び地下水頭と透水量係数に関するシステム方程式と観測方程式を出来るだけ満足させた地下水頭及び透水量係数の最適な推定値が全節点について求められることから、精度の良い空間分布を求めることができると考えられる。次に、観測点を増せば、推定精度を上げることができるが、観測点を追加する位置は推定誤差分散の等高線図を参考にすれば、合理的に決められる。

なお、今後Kalman filter理論の適用に当たって、システム雑音、観測雑音の大きさ、地下水頭のシステム方程式の外力項及び透水量係数の空間分布式などの検討が必要と考えられる。

参考文献：1) L. Smith et al.; Stochastic Analysis of Steady State Groundwater Flow in a Bounded Domain, 2. Two-Dimensional Simulations, Water Resources Research, vol. 15, No. 6, pp1543-1559, 1979 2) 上田他; 非常確率過程における地下水頭の予測と透水(量)係数の空間分布の推定、第27回水理講演会論文集、pp467-474、昭和58年2月 3) 上田他; 2次元地下水流動場における水頭の予測と透水(量)係数の推定に及ぼす雑音の影響、九大工学集報、第56巻、第2号、pp101-110、昭和58年3月 4) R. A. Freeze; A Statistical-Conceptual Analysis of One-Dimensional Groundwater Flow in Nonuniform Homogeneous Media, Water Resources Research, vol. 11, No. 5, pp725-741, 1975 5) L. Smith et al.; Stochastic Analysis of Steady State Groundwater Flow in a Bounded Domain, 1. One-Dimensional Simulations, Water Resources Research, vol. 15, No. 3, pp521-528, 1979 6) 出口他; 2次元場自己回帰モデル—画像の一生成モデル表現—、計測自動制御学会論文集、第18巻、第2号、pp15-21、昭和57年2月 7) 川添; 階層形推定法による画像復元、電気学会論文誌(c)、102巻、10号、pp9-14、昭和57年10月 8) J. C. Woods; Two-Dimensional Discrete Markovian Fields, IEEE Trans. Inform. Theory, vol. IT-18, No. 2, pp232-240, 1972 9) A. K. Jain; Partial Differential Equations and Finite-Difference Methods in Image Processing, Part I; Image Representations, Journal of Optimization Theory and Applications, vol. 23, No. 1, pp65-91, 1977 10) A. Rosenfeld and A. C. Kak; Digital Picture Processing, Academic Press Inc. (長尾真監訳、ディジタル画像処理、近代科学社、pp241-258、昭和56年) 11) 砂原善文編; 確率システム理論、朝倉書店、pp55-77, 1982 12) 神野他; 室見川流域の水文地質パラメータの空間分布について、九大工学集報、第56巻、第4号、pp. 421-428、昭和58年8月 13) 文献10)に同じ、pp39-46 14) 石橋他; 農業水利学、朝倉書店、p. 60、昭和54年

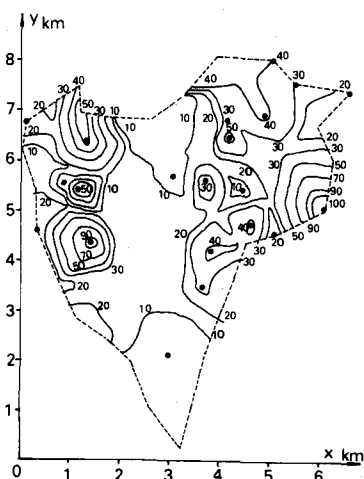


図-10(a) 透水量係数 T の推定結果
($\times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$)

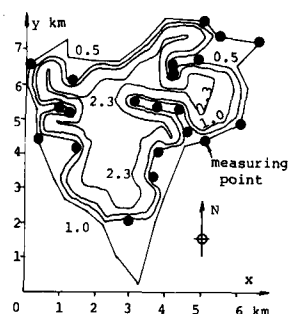


図-10(b) Y の推定誤差分散等値線