

模型流出実験の相似律について

On the Similitude of Runoff Experiment

名古屋大学 正員 松 林 宇一郎

名古屋大学 正員 高 木 不 折

まえがき

自然流域の流出現象は非常に複雑であり、流出解析を行なう基礎として現象の物理的解明が必要とされる。この問題に対する接近法の1つである模型実験は、実験条件の設定が容易である事などの利点のため有力な方法として従来からしばしば用いられている。

ところで、この模型実験は一般に適切な相似律に従って実施しなければならない。これについては表面流出に関して下島らが、飽和・不飽和浸透流全般について吉田が、準一樣飽和浸透流については赤井、著者らが、又不飽和鉛直浸透については谷が研究している。しかし一般にこうした研究は少なく、とくに流出現象を主眼に置いたものは少ない。そこで本研究では流出現象の相似律として模型実験を行なう上で何を重要要素として取り上げ、何を無視してよいかを明らかにすることを目的としている。

山地小流域の流出観測

模型と対比するための原型として現地観測が必要となるが、ここでは昭和57年秋より実測を始めた兼平試験流域（岐阜県恵那郡：庄内川水系）を取り上げる。

本流域は流域面積0.078 km²の1つの沢に相当する小さな流域であり、植生はスギ、ヒノキの人工樹林である。地質は近くで建設中の防災ダムの調査によると深層風化の進んだ花崗岩（マサ）であり、透水係数は 10^{-3} ～ 10^{-5} cm/sec（湧水圧測定）である。昭和52年～55年間の年平均降雨量は1651mm（建設省山岡雨量観測所）でありわが国の平均的降雨量である。

観測は降雨については自記雨量計1台、流量の測定を直角三角堰にたよって行なってきたが流出土砂が多いため現在パーシャルフリュームを併用している。観測を開始してまだ日が浅いためトラブルも多く本研究に用いたデータは昭和58年6/28～7/15のものである（図-1）。

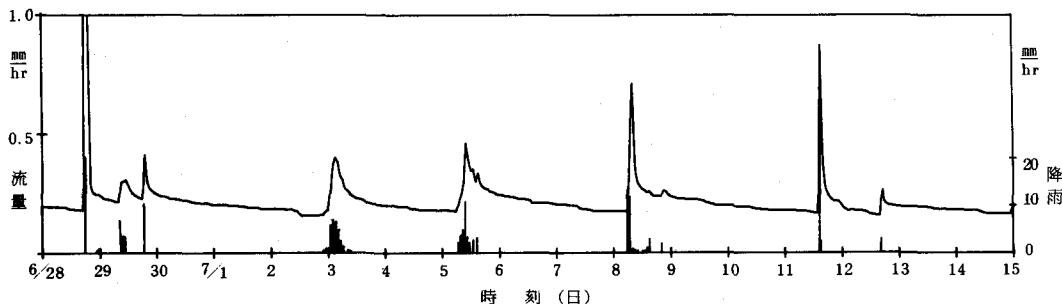


図-1 実測流出ハイドログラフ

模型流出実験

1) 実験装置

実験装置は図-2に示すように、砂層、降雨発生部、流量測定部、含水率測定部、飽和水深測定部およびデータ集収を制御するマイコンから構成されている。

砂層：砂槽は巾20cm、長さ約2m、高さ約1mの亚克力製であり、使用砂は間隙率0.4、透水係数0.068 cm/secの細砂と間隙率0.44、透水係数1.0 cm/secの粗砂である。各々の水分特性曲線、不飽和透水係数、水分拡散係数を図-3、図-4に示す。前節で述べたように本流域は地層構造がかなり均一なマサであり表

層のみでなく深部も流出に関与すると考えられるので、現地の斜面形状を参考にして三角形の砂層とした。

含水率の測定：本実験はこのように鉛直2次元であるため不飽和な現象がとくに重要になると考えられる。そこで含水率を測定するため抵抗線式プローブを作成しこれを砂中に埋設した。ただし、このプローブの精度は浸透流の計算に耐えるほどには十分でなく、今回の実験では含水率分布の形状を大まかに知る程度に用いた。

流出流量の測定：後述するように、相似条件より降雨強度、継続時間は共に小さく、又砂層も小さいため、微少な流出流量をしかも細かな時間々隔で測定する必要が生じた。これは従来のようなメスシリンダーでは測定が不可能であり、新たに微少流量の自動計測システムを製作した。この基本的な考え方は微少流量の変動を水位の大きな変化として計測しようというものであり、内径1cmの有底の亚克力パイプの下方に直径1mmの流出孔をあけたものに流出水を導びきその水位を計測した。水位の計測はいくつかの方式が考えられるが今回は圧力変換器を用いた。計測はマイコンにより制御し、6秒毎に水位を計測し、

$$A \frac{dh}{dt} = Q - C_a a \sqrt{2gh}$$

により流出流量 Q （流量計測パイプへの流入量）を計算した。ここに A はパイプ断面積、 h はパイプ内水位、 C_a はノズルの流量係数、 a はノズル断面積である。

飽和水面の計測：砂層内の飽和水深は下流端から15、55、95、135、175cmに設置されたマンメータにより計測した。

2) 実験条件

相似律の考え方：実験条件の設定に際しあらかじめ基礎とした相似律は次にあげるものである。i)幾何形状…歪まない模型、ii)速度の基準量…飽和透水係数 k_s をとる、iii)時間の基準量… l/k_s をとる（ l ：長さの基準量）、iv)初期条件…平均的な降雨パターンで周期的に雨を降らせ、定常となった状態を初期条件とする。

実験条件：実際の実験にあたっては、上記の基準に従った条件とそれと比較するための条件を設定した。表-1にそれらをまとめて示した。それぞれの特徴は次のとおりである。Run 9は相似律をはば満す基準の実験、Run10は粗砂を用いて透水性の影響を見た実験、Run11は砂層の大きさを約半分にし

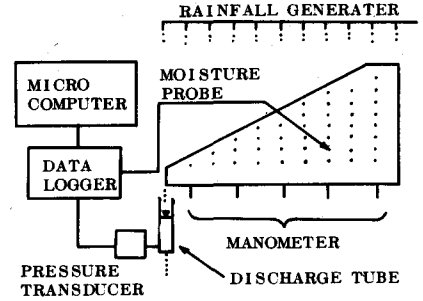


図-2 実験装置の概要

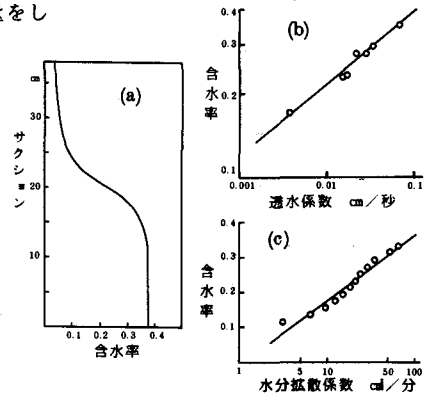


図-3 細砂の(a)水分特性曲線 (b)透水係数 (c)水分拡散係数

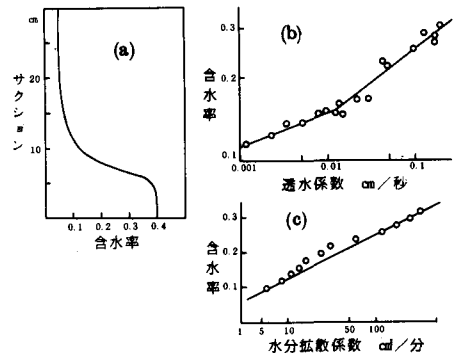


図-4 粗砂の(a)水分特性曲線 (b)透水係数 (c)水分拡散係数

表-1 実験条件

Run No.	降雨強度 mm/分	砂	備 考
9	6.8	細砂	継続時間 12秒 周期 2分30秒
10	6.6	粗砂	
11	6.5	細砂	
12	2.6	細砂	
14	6.2	細砂	

ケールの効果を見た実験、Run12は砂層はRun11と同じで降雨強度を小さくした実験、Run14は現地地層の透水係数の分布を考慮し、その効果を部分的に水路断面を狭くすることによって表した実験である。

実験結果のハイドログラフを図-5に示す。

模型実験の流出特性

相似律の考察を行なうためには模型実験で実際どのような現象が生じているかを明らかにしておく必要がある。そこでここでは模型実験における流出特性を主としてOutputとしての流出ハイドログラフと砂層内部での飽和・不飽和浸透流について考察する。

1) 流出ハイドログラフ

図-5を見ると流出ハイドログラフは平均的なものは一定の基底流出成分とそれに上乗せされた、降雨に応答する直接流出成分とから成っている。以下それぞれについて考察する。

a) 直接流出

各実験の流出ハイドログラフを見ると、まず粗砂を用いたRun10においては直接流出が生じないことがわかる。この点については後で考察することにする。次にその他のRunについて、図-6は1サイクルの直接流出総量を降雨強度と対比したもののものである。この図で重要な点は直接流出総量が降雨総量ではなく降雨強度と関係があること、しかもそれが砂層の規模・構造の異なる全ての実験に見られることであり、このことは、直接流出が砂層全体から一率に流出するのではなく限られた一定面積から出てくることを意味している。又図-7は飽和水深の1サイクル内の変化と同時刻の流出量(●—印)を示したものであるが、この図より下流端から15cmの位置の水深のみが降雨に反応して変化し、他のものはほとんど変化しないことがわかる。又この変動はハイドログラフの変動によく対応しており、この水深と下流端水深(ゼロと仮定)とを用いて計算した飽和浸透流量(—○—印)はその変動の大きさもハイドログラフとはほぼ対応している。さらに図-8は砂層内の含水率分布の一例(Run9)を示したものであるが、飽和水深変化の大きい下流端付近は砂層表面まで含水率がかなり高い、飽和に近い状態であることがわかる。

以上の諸点より本実験における直接流出現象は、下流端近傍(15~18cm)に降った雨水が速やかに流出したものと推論できる。この現象は実流域における partial source area の概念に対

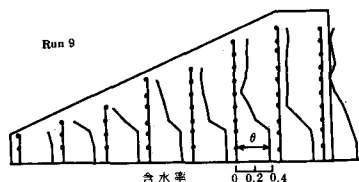


図-8 含水率分布(Run9)

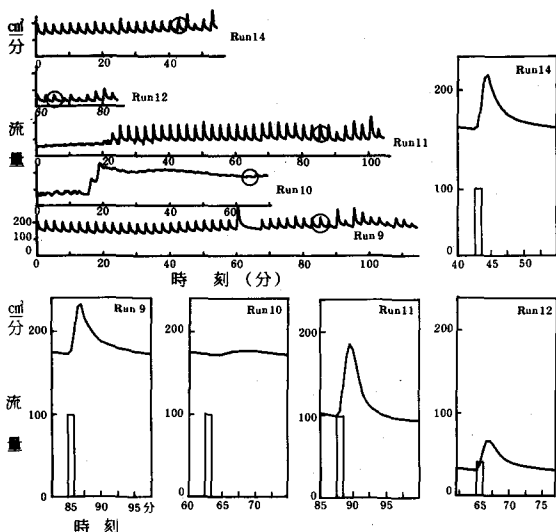


図-5 実験結果のハイドログラフ

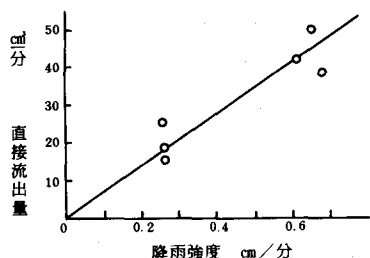


図-6 直接流出量と降雨強度の関係

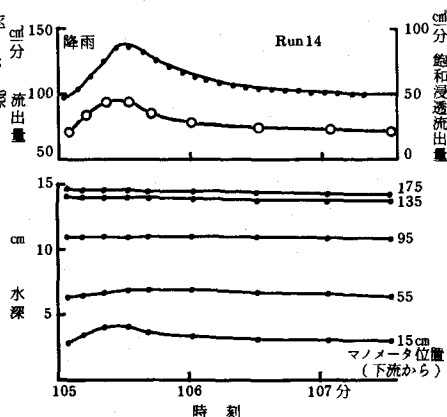


図-7 飽和水深変動と流出量

応じたものと考えられる。

b) 基底流出

図-9は基底流出流量と1サイクルの全降雨量との関係を示したものである。この図は基底流出が直接流出とは異なり降雨総量に比例すること、いいかえれば時・空間的に平均化された降雨に関係することを示している。

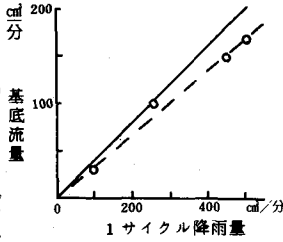


図-9 基底流量と1サイクル降雨量

ところで、こうした基底流出は砂層のどの部分を通過して来たものであろうか。この点について最初考えられるのは飽和水の浸透流出である。図-10は各Runの飽和水深分布 $h_s(x)$ 、およびそれを基に計算した飽和浸透流量 $q_s(x)$ 、さらに1サイクル平均降雨による各断面通過流量 $q(x)$ を示したものである。なお飽和水深は各サイクルの降雨開始後30秒に撮られているが、これは図-7で見た、下流端から15cmの水深が丁度降雨に应答して上昇した時に対応している。そこで浸透流量の計算においては、この水深にかぎりその上昇分を差引いて用いる。

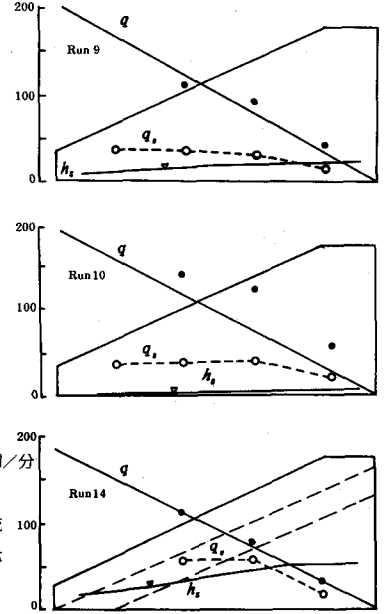


図-10 飽和水の挙動

さて、この図よりまず、飽和浸透流が基底流出の一部分にすぎず、残りは不飽和域を通過して流出していることがわかる。そこで次にRun 9と水路断面を変化させたRun 14を比べると、Run 14の飽和浸透量の方が多いことがわかる。これは不飽和流出の場が狭くなったため飽和流の割合が増加したものと考えられるが、もし不飽和側方流がRun 9、14で水路巾が同じ表層付近で生じているならばこのような差違は生じないはずであり、この事実は不飽和流が飽和水面近傍で生じていることを示唆している。又図-3、4で見たように透水係数の大きな高含水部は飽和水とその上の毛管水縁であることも上記の考えを裏付けている。そこで、いまこの不飽和流を評価するため飽和水面上の含水率分布が水路方向に一樣であると仮定しよう。そうすると不飽和流の水路方向のポテンシャル勾配は飽和水面の勾配に等しくなり、不飽和流量は次式で計算できる。

$$Q_s = \int_{h_s}^{z_s} k_s(z) \left(\frac{dh_s}{dz} \right) dz \quad (1)$$

ここに h_s ：飽和水深、 z_s ：砂層の深さ、 $k_s(z)$ ：高さ z の位置の不飽和透水係数である。図-10中の・印がその結果でありとくにRun 9、Run 14などよく合っている。

2) 鉛直不飽和浸透

前節の結果はⅠ)直接流出は下流端の高含水部での速やかな応答(速やかな鉛直浸透)、Ⅱ)基底流出は砂層中上流部で平滑化された recharge、いいかえれば遅い浸透と不飽和水分散の卓越によるということが出来る。本節ではこれら2点を不飽和浸透理論に基づいて検討する。

a) 鉛直浸透の移流速度

ここでは不飽和部のみを取り扱い、基礎式としてkluteの水分拡散方程式を用いる。又、鉛直一次元を仮定し側方への流動は考えないものとする。基礎式は z を鉛直上向きに取れば

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + \frac{\partial k(\theta)}{\partial z} \quad (2)$$

となる。ここに θ ：含水率、 $D(\theta)$ ：水分拡散係数、 $k(\theta)$ ：不飽和透水係数である。この式はさらに

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} - \left(\frac{\partial D}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{\partial k}{\partial \theta} \right) \frac{\partial \theta}{\partial z} - D \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = 0 \quad (3)$$

と変形すると、第2項が移流項、第3項が拡散項であり、 z の向きを考慮すると $\left(\frac{\partial D}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{\partial k}{\partial \theta} \right)$ が鉛直下向きの伝播速度である。ここではまずこの移流速度をRun 9、10の下流端および中上流部で算定する。その

評価にあたっては式中 $\frac{\partial D}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial z}$ の $\frac{\partial \theta}{\partial z}$ が後で示すように分散効果により速やかに小さくなるので $\frac{\partial k}{\partial \theta}$ のみで計算する。計算結果は表-2に示されているが、これによる

表-2 鉛直浸透水の伝播

Run No.	位置	深さ cm	θ	$\frac{\partial k}{\partial \theta}$ cm/sec	伝播時間
9	下流部	15	0.38	0.72	20 秒
	中上流部	40~80	0.20	0.13	5~10分
10	下流部	20	0.11	0.07	5 分
	中上流部	40~80	0.11	0.07	10~20分

Run 9、10の中上流部の伝播は非常に遅くなっている。また、Run 10の下流端においてもかなり遅くなっているが、これは粗砂の毛管水縁が低いため下流端の含水率が中上流部と同様に小さな値となっているためであり、Run 9との相違は流出特性を考える上で注目すべきである。これらについてはさらに分散効果とともに考察する。

b) 分散効果

分散効果について考えるために(3)式で簡単のため伝播速度 ω および D を一定と仮定し、さらに $\zeta = z - \omega t$ を用いて変換すると基礎式は(4)式 $\frac{\partial \theta}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \theta}{\partial \zeta^2}$ (4) となる。

さらに場の含水率分を実測例図-8を参考にして一様な値として $\theta = \theta_i + u$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D \frac{\partial^2 u}{\partial \zeta^2} \quad (5) \quad \text{と表すと(4)式は(5)式}$$

となる。この式に初期条件 $u(\zeta, t) = f(\zeta)$ を与えて解くと変動成分 u の解は(6)式

$$u(\zeta, t) = \frac{1}{2\sqrt{D\pi t}} \int_{-\infty}^{\infty} f(v) \exp \left\{ -\frac{(\zeta - v)^2}{4Dt} \right\} dv \quad (6)$$

で与えられる。初期条件 $f(v)$ は降雨による初期の含水率増加量 $(\theta_0 - \theta_i)$ (θ_0 : r によって決まる値) と $rt_i = (\theta_0 - \theta_i) \Delta \zeta$ の $\Delta \zeta$ を用いて矩形で近似する。なお、この解は無限領域での解であるが、分散効果を知るための近似解として用いることにする。図-11はRun 9、10について水分の拡散状況を示したものであるが、いずれも非常に速く拡散してゆくことがわかる。

Run 9、10の中上流部及びRun 10の下流部におけるこうした遅い伝播と速やかな拡散は地下水帯への recharge が平滑化されて行なわれることを示している。この結果は、基底流出のゆっくりとした変動を説明するとともにその変動特性と地質特性との関連性を示している。又、粗砂を用いたRun 10において直接流出を生じなかった原因がこの平滑化のせいであることを示すとともに、模型実験を行なう場合の毛管水縁と砂層厚の関係の重要性をも示している。

3) 相似律に関する考察

相似律は本来流れのプロセスそのものについて幾何学的・力学的・運動学的に考えなければならないが、その議論をするために必要な原型の資料をまだ得ていないため、ここでは output としての流出ハイドログラフの相似を中心に考察する。

a) 相似比

表-3は流出特性量・水水量について原型と模型の相似比について検討したものであり、左端から特性量名、原型、各Runの結果及びカッコ内に相似比を示している。又備考欄に＊印のついたものは実験の条件として与えたものであり、相似比は次元毎には対応している。一方○印のついたものが流出特性であり、これらが実験条件の相似比と対応するかどうか問題である。なお降雨について、実験は1サイクルの流出率がほぼ1であるが、原型では損失等のため、6/28~7/14の期間で0.47となっており、実験値と比較するため原型の降雨強度は0.47倍したものを示している。

さて表を見て第1に気付く点は直接流出に関する量①⑩が他とかなり異なることであり模型は原型と比べるとピークの遅れが大きく値も小さいといふかなり平滑化されたものとなっていることがわかる。

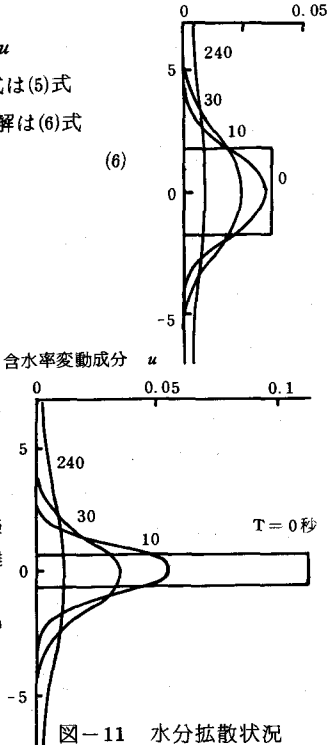


図-11 水分拡散状況

表-3 相似比

特 性 量	原 型	Run 9	Run 10	Run 11	Run 14	備 考
1 ピーク遅れ T	30 min	6 sec (0.0033)	— (—)	10 (0.0056)	6 (0.0033)	○
2 降雨継続時間 T	8 hr	12 sec (0.0004)	12 (0.0004)	12 (0.0004)	12 (0.0004)	*
3 周期 T	3.5 day	2.5 min (0.0005)	2.5 (0.0005)	2.5 (0.0005)	2.5 (0.0005)	*
4 低減係数の逆数 T	81 hr	112 sec (0.0004)	— (—)	79 (0.0003)	100 (0.0003)	*
5 一雨雨量 L	35 mm	1.4 mm (0.04)	1.3 (0.037)	1.3 (0.037)	1.2 (0.034)	*
6 起伏量(規模) L	70 m	0.85 m (0.012)	0.85 (0.012)	0.46 (0.007)	0.85 (0.012)	*
7 降雨強度 L/T	2.4 mm/hr	6.8 mm/min (174)	6.6 (168)	6.5 (166)	6.2 (157)	*
8 1 サイクル平均降雨 L/T	0.19 mm/hr	0.56 mm/min (179)	0.52 (166)	0.52 (166)	0.48 (153)	*
9 基底流出高 L/T	0.18 mm/hr	0.46 mm/min (150)	0.4 (130)	0.50 (170)	0.39 (130)	○
10 直接流出のピーク流出高 L/T	0.35 mm/hr	0.016 mm/min (2.7)	— (—)	0.045 (7.7)	0.017 (2.9)	○
11 透水係数 L/T	0.0005 cm/sec	0.068 cm/min (136)	1 (2000)	0.068 (136)	0.068 (136)	*

次に低減係数について見ると、砂層の大きさ、構造の異なる Run 9、10、14 ともほぼ一定であり、しかも他の時間の相似比ともほぼ一致している。このことは直接流出で述べた様に 3 ケース共通な下流部の高含水部での流出特性が現れたものと考えられる。なお今回の実験で透水係数の効果を見た Run 10 が別の要因で直接流出を生じなかったため、低減係数との関係は明らかにならなかったが、理論的には直接流出に關与する地下水の場所的広がりや透水係数が関係すると考えるのが自然である。

最後に、基底流出高は砂層構造や透水係数の異なる Run 9、10、11、14 の 4 ケースともほぼ一致しているが、これはこれらが異なっても図-7 に見るように水深勾配が変化することによって定常流量を流しうよう自己調整するためと考えられる。さて、図-12 は表-3 の相似比に応じて原型・模型の縦軸・横軸を伸縮して両者を比較したものである。これより模型では上で述べたように直接流出のピークが平滑化されていることがわかる。すなわち本実験は単位時間が半日～1 日程度の現象に対応したものであるといえる。

ま と め

以上の考察を通じて、模型実験を行なう上での注意点(相似律)は以下の様にまとめられる。

- i) 直接流出成分は下流の高含水部からの流出が中心でありこの部分の面積割合を正しく評価することが大切である。又その時の下流端砂層厚は毛管水縁程度に取らねばならない。
- ii) 基底流出成分は中上流部に降った雨水がゆっくりした鉛直浸透で平滑化されて飽和・不飽和側下流として流出して来たものである。したがってとくに長期間の基底流出の変動を見る場合、この平滑化の度を正しく評価しなければならない。
- iii) 透水係数の役割について、今回は実質的に一種類しか実験できなかったため明らかではないが、時間に関する量である低減係数が、下流の高含水部を生起場とする直接流出の特性であることから、理論的には(その場の広がりと共に)時間についての重要な要因であることを否定できない。

以上、本研究では模型流出実験と山地小流域での実測を基にして流出現象の相似律について考察した。その結果模型での流出現象、実験にあたっての注意点について明らかにすることができた。しかし一方で現地での浸透水の挙動そのものについての知識が不十分であり流れのプロセスについてはまだ問題も残っている。例えば、下流の高含水部の広がりや、実際の沢近辺の状況に対応しているのか、山体内部の地下水面が実施のそれと同様に発達しているのかといった問題は今後現地調査を通じて明らかにしていかなければならない。最後に流出観測にあたり御助力いただいた建設省小里川ダム工事事務所の皆様に謝意を表します。

- 参考文献** ①吉田昭治：飽和浸透流の相似律と模型実験則について、農土研別冊第5号、1～9、1963
 ②吉田昭治：浸透流の相似律—自由表面がある場合—、農土論集第15号、12～15、1966 ③石原安雄・下島栄一：洪水流出の模型実験について、京大防災研年報第15号B、305～319、1972 ④高木不折・松林宇一郎：遅い中間流出・地下水流出の非線型性について、土木学会論文報告集 283、45～55、1979
 ⑤谷 誠：一次元不飽和浸透によって生ずる水面上昇の特性、日本林学会誌 64(11)、409～416、1982

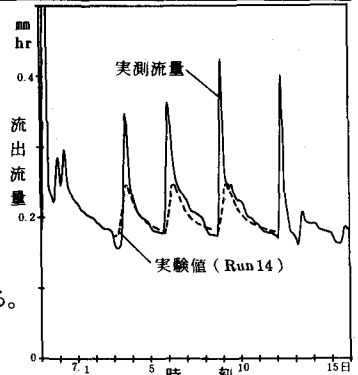


図-12 相似比を考慮した実測と模型実験ハイドログラフの比較