

線形貯水池モデルに基づく流出解析法(その2)

Rainfall-Runoff Simulation Using Linear Reservoirs Model (Part2)

早稲田大学理工学部 正 員 鮎 川 登
 国土館大学工学部 正 員 ○北 川 善 廣
 早稲田大学理工学部 学生員 中 川 徹
 早稲田大学理工学部 学生員 横 山 浩 司

1. はじめに

降雨から流出を算定するための流出解析モデルとしては数多くのモデルが提案されている。それらのモデルのうち最も単純なモデルのひとつに線形貯水池モデルがある。線形貯水池モデルは洪水到達時間に関するパラメーターを含み、流域の土地利用形態の変化に伴う洪水流出の変化を推定しうる可能性をもつものと考え、著者は線形貯水池モデルによる洪水流出の解析法について検討してきた。^{1)~3)} 前論文⁴⁾では、洪水流出量を2段の線形貯水池モデルにより計算する方法について述べた。この方法によると、洪水ハイドログラフのピーク付近は精度よく算定できるが、減水部は計算値が観測値より小さくなる傾向があった。本論文ではこの点を修正するために、洪水流出量を表面流出量と中間流出量とに分離して考え、表面流出量と中間流出量をそれぞれ別々に線形貯水池モデルを用いて計算し、それらの和として洪水流出量を算定する方法について述べる。

2. 線形貯水池モデル

線形貯水池モデルでは流域を貯水池とみなし、雨が貯水池に貯留され、その貯留量に比例した流出量が河川へ流出するものとする。Nash⁵⁾は流域を直列に置かれた m 個の線形貯水池(図1)でおきかえ、そのときの瞬間単位図を次式のように導いている。

$$u(t) = \frac{1}{K \Gamma(m)} \left(\frac{t}{K}\right)^{m-1} \exp\left(-\frac{t}{K}\right) \quad (1)$$

ここで、 $u(t)$ は瞬間単位図、 t は時刻、 K は貯留係数、 m は線形貯水池の数、 $\Gamma(m)$ はガンマ関数である。

貯留係数 K は次式で算定される。

$$K = \frac{T_\ell}{m} = \frac{t_c}{2m} \quad (2)$$

ここで、 T_ℓ は流出の遅れ時間、 t_c は集中時間である。

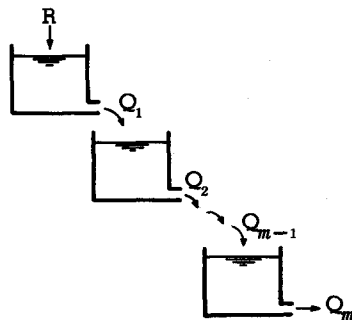


図1. 線形貯水池モデル

3. 洪水流出モデル

流出過程を流域斜面からの河道への流出と河道における合流、伝播とに分けて考えることにし、流域を地形に応じて小流域に分割し、各小流域からの流出量を計算し、河道を伝播させながら合成することにより所定の地点における流量を算定する。

3.1 流域斜面からの流出の計算

流域斜面に降った雨は地中に浸透し、表層土層の間隙を満たし、一部はさらに下層土層へ浸透する。下層土層に浸透した雨水の一部はさらに下層へ浸透し、地下水となり、他は中間流出(中間流出②と呼ぶ)とし

て河道へ流出する。表層土層はある程度飽和すると、中間流出（中間流出①と呼ぶ）が始まる。降雨がさらに続き、表層土層全体が飽和すると、表面流出が始まる。

流域斜面からの流出過程をこのように考え、図2に示すような流出モデルを用いて表面流出と中間流出による流出量をそれぞれ別々に2段の線形貯水池モデルを用いて計算し、それらの和として流域斜面からの流出量を算定することを試みる。

(1) 降雨の表面流出および中間流出への配分

表面流出および中間流出②を計算するための線形貯水池モデルに対する入力 I_s 、 I_{12} 、および中間流出①を計算するための線形貯水池における貯留高 I_1 は次のように与える。

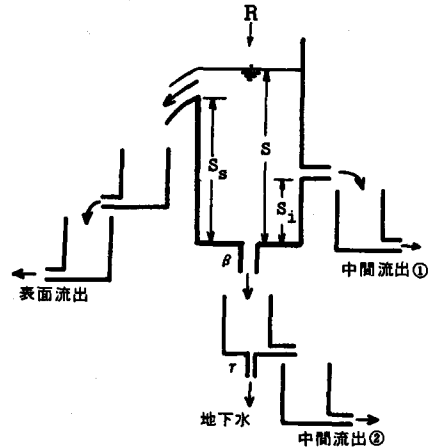


図2. 洪水流出モデル

$$0 \leq S < S_1 : I_s = 0, I_{11} = 0, I_{12} = \beta S$$

$$S_1 \leq S < S_s : I_s = 0, I_{11} = S - S_1, I_{12} = \beta S$$

$$S_s \leq S : I_s = S - S_s, I_{11} = S_s - S_1, I_{12} = \beta S_s$$

(3)

ここで、 S はタンク内の雨水の貯留高、 S_s は表面流出が発生するときの貯留高、 S_1 は表層土層から中間流出①が発生するときの貯留高、 β は下層土中への浸透係数である。

(2) 表面流出の計算

表面流出は2段の線形貯水池モデルを用いて計算する。

表面流はManning則に従うものとしてkinematic wave理論により集中時間 t_{cs} を求めると、次式のようになる。⁶⁾

$$t_r \geq t_{cs} : t_{cs} = (L / \alpha R_s^{2/3})^{3/5}$$

$$t_r < t_{cs} : t_{cs} = t_r + \frac{3}{5\alpha} (L - \alpha R_s^{2/3} t_r^{5/3}) / (R_s t_r)^{2/3}$$

(4)

ここで、 t_r は降雨継続時間、 L は流域斜面長、 $\alpha = \sqrt{\sin \theta} / N$ 、 θ は流域斜面の傾斜角、 N は流域斜面の等価粗度、 R_s は雨量のうち表面流出する分で、 $R_s = I_s$ である。

式(2)および(4)によると、表面流出に対する線形貯水池モデルの貯留係数は雨量の関数となるので、降雨ハイドログラフに対する表面流出ハイドログラフ $Q_s(t)$ は各単位時間雨量ごとにそれぞれの雨量に応じた貯留係数をもつ2段の線形貯水池モデルを設定して表面流出量 $q_s(t)$ を計算し、単位図法のハイドログラフの合成法と同様に、それらのハイドログラフを降雨時刻に応じて時刻をずらしながら重ね合わせることによって求める。すなわち、

$$Q_s(t) = \sum_j q_{s,j} [t - (j - 1) t_r] \quad (5)$$

継続時間 t_r の雨量 R_s による流域斜面からの表面流出量 $q_s(t)$ は次式で求められる。⁴⁾

$$\left. \begin{aligned} t \leq t_r : q_s(t) &= A \cdot R_s \left[\exp\left(4 \frac{t}{t_{cs}}\right) - 4 \frac{t}{t_{cs}} - 1 \right] \exp\left(-4 \frac{t}{t_{cs}}\right) \\ t > t_r : q_s(t) &= A \cdot R_s \left[\exp\left(4 \frac{t_r}{t_{cs}}\right) \cdot \left(4 \frac{t-t_r}{t_{cs}} + 1\right) - \left(4 \frac{t}{t_{cs}} + 1\right) \right] \exp\left(-4 \frac{t}{t_{cs}}\right) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ここで、 A は流域斜面の面積である。

(3) 中間流出の計算

中間流出も 2 段の線形貯水池モデルを用いて計算する。ただし、中間流出②に対する貯水池は底に孔をあけ、地下水への浸透を表現する(図 2)。

中間流は Darcy 則に従うものとして kinematic wave 理論により集中時間 t_{ei} を求めると、次式のようにになる。

$$t_{ei} = \frac{L}{\sin \theta} \frac{\epsilon_s}{k} \quad (7)$$

ここで、 ϵ_s は有効間隙率、 k は透水係数である。

式(2)および(7)によると、中間流出に対する線形貯水池モデルの貯留係数は雨量に関係せず、流域斜面の特性量だけによって決定されるので、中間流出は一つの斜面に対して一つの 2 段線形貯水池モデルを設定し、降雨を貯留しながら算定する。すなわち、時刻 $j t_r$ (t_r は単位降雨継続時間、 j は正整数)における貯水池内の貯留高を $S_{r,j}$ とすると、その時刻の中間流出量 $Q_{i,j}$ は次式で計算する。

$$Q_{i,j} = \frac{A}{K_i} S_{r,j} \quad (8)$$

ここで、 K_i は中間流に対する線形貯水池モデルの貯留係数で、式(2)および(7)により決定される。

時刻 $j t_r$ における貯留高 $S_{r,j}$ は次のようにして求められる。まず、

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq S_{j-1} < S_i : S_j &= (1-\beta) S_{j-1} + R_j \\ S_i \leq S_{j-1} < S_s : S_j &= (1-\beta) S_{j-1} - \frac{Q_{i1,j-1}}{A} + R_j \\ S_s \leq S_{j-1} : S_j &= (1-\beta) S_s - \frac{Q_{i1,j-1}}{A} + R_j \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

により S_j を求める。ここで、 S は降雨の配分タンク(図 2)内の貯留高、 R は雨量、 Q_{i1} は中間流出①による流出量である。そうすると、

中間流出①の場合は、式(3)で $S = S_j$ とおき、 I_{11} を求めると、 $S_{r,j} = I_{11}$ となる。

中間流出②の場合は次式のようにになる。

$$S_{r,j} = (1-r) S_{r,j-1} - \frac{Q_{i2,j-1}}{A} + I_{12} \quad (10)$$

ここで、 r は地下水への浸透係数、 Q_{i2} は中間流出②による流出量であり、 I_{12} は式(3)で $S = S_j$ として求める。

3.2 洪水流の河道伝播の計算

各小流域からの流出量はそれぞれ一つの流出点に集中して流出するものとし、各小流域からの流出量の合成を次のようにして行なう。最上流の小流域からの流出量ハイドログラフを一つ下流の小流域からの河道への流出点までの河道区間を洪水の伝播速度に応じて伝播させ、その流出点への流出量ハイドログラフを重ね合わせ、その流出点における流量ハイドログラフを求める(図3)。以下、順次この計算を繰り返し、各小流域からの流出量を合流させていき、所定の地点における流量を算定する。洪水の伝播速度はManningの式を用い、kinematic wave理論により求める。

3.3 パラメーターの値の決定法

上述した流出モデルには、 S_0 、 S_1 、 S_2 、 R 、 r 、 N (k/ϵ_0)₁、(k/ϵ_0)₂ および n の9つのパラメーターが含まれる(S_0 は降雨配分タンク内の初期貯留高、 n は河道のManningの粗度係数である)。

降雨の配分に関するパラメーター S_0 、 S_1 、 S_2 、 β および r の値は流量ハイドログラフの計算値と実測値が一致するように試行錯誤的に決定する。

流域斜面の流出計算に関するパラメーター N 、(k/ϵ_0)₁ および (k/ϵ_0)₂ のうち表面流出に関するパラメーター N の値は試行錯誤的に決定する。

中間流出①に関するパラメーター(k/ϵ_0)₁ および中間流出②に関するパラメーター(k/ϵ_0)₂の値は実測の流量ハイドログラフに基づいて推定する。実測の流量ハイドログラフの減水部を片対数紙上にプロットすると、図4に示すような折れ線となる。洪水のピークPから第1変曲点Aまでの勾配は洪水ごとに異なるが、第1変曲点以下の勾配はほぼ一定となる。PA間の流量変化は表面流出、AB間の流量変化は中間流出①、BC間の流量変化は中間流出②によって支配されるものと考え、(k/ϵ_0)₁ および (k/ϵ_0)₂の値はABおよびBCの勾配を $-\lambda_1$ 、 $-\lambda_2$ とすると、次式によって推定される。

$$\lambda_1 = \frac{1}{K_{11}} = 2m \frac{\sin \theta}{L} \left(\frac{k}{\epsilon_0} \right)_1, \quad \lambda_2 = \frac{1}{K_{12}} = 2m \frac{\sin \theta}{L} \left(\frac{k}{\epsilon_0} \right)_2 \quad (11)$$

河道のManningの粗度係数 n の値は河道の状況から判断して決める。

各パラメーターの値の決定は次のような手順で行なう。まず、実測の流量データを用いて(k/ϵ_0)₁ および (k/ϵ_0)₂の値を決定する。つぎに、表面流出を生じないような小出水の場合について、 $S_0 = 0$ 、 $r = 0$ として S_1 と β の値を適当に与えて流出計算を行ない、計算と実測による流量ハイドログラフの形状をおおよそ合わせてから、 S_0 および r の値を変えて計算値と実測値が一致するようにする。このようにして、 S_1 、 S_0 、 β および r の値の目安をつける。そして、表面流出が生じているような大出水の場合について S_0 と N の値を適当に与えて流出計算を行ない、計算値と実測値が一致するように、 S_0 により調整しながら S_0 と N の値を決定する。そのさい必要に応じて他のパラメーターの値を修正し、全てのパラメーターの最終的な値を決定する。

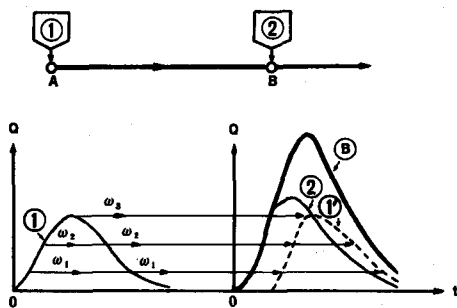


図3. 洪水流の伝播と合成

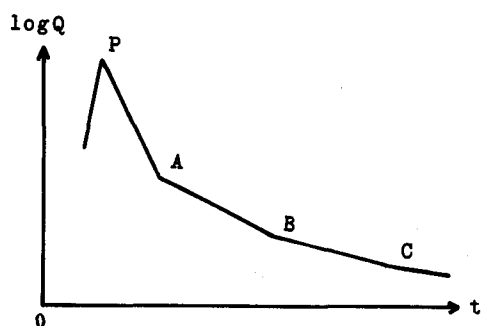


図4. 流量ハイドログラフの減水部

4. 流出計算例

上述した流出計算法を多摩川および渡良瀬川の流出計算に適用した例を以下に示す。

(1) 多摩川の流出計算

多摩川の小河内ダムより上流の流域（流域面積263km²）を対象として、流域を図5に示すような16の小流域に分割して流出計算を行なった。

過去の洪水流量ハイドログラフの実測データを片対数紙上にプロットし、低減係数の値を求めると、表1のようになり、平均値は $\lambda_1 = 0.050 \text{ hr}^{-1}$ および $\lambda_2 = 0.013 \text{ hr}^{-1}$ となる。これらの値および流域斜面の斜面長と斜面勾配を用いて式(1)から $(k/\epsilon_0)_1$ および $(k/\epsilon_0)_2$ の値を求めると、 $(k/\epsilon_0)_1 = 1.23 \sim 3.56 \text{ cm/s}$ 、 $(k/\epsilon_0)_2 = 0.33 \sim 0.97 \text{ cm/s}$ となり、平均値は $(k/\epsilon_0)_1 = 2.68 \text{ cm/s}$ 、 $(k/\epsilon_0)_2 = 0.73 \text{ cm/s}$ となる。

まず、小洪水を対象として流出計算を行ない、計算と実測の流量ハイドログラフが一致するように S_1 、 β および r の値の目安をつけた。そのさい初期貯留高 S_0 を用いて計算値を調整した。つぎに、大洪水を対象として流出計算を行ない、計算と実測の流量ハイドログラフが一致するように S_0 と N の値を決定した。この場合も S_0 により計算値を調整した。また、他のパラメーターの値を修正し、最終的な値を決定した。

以上のようにして決定された小河内ダムの流域のパラメーターの値は $S_0 = 170 \text{ mm}$ 、 $S_1 = 60 \text{ mm}$ 、 $\beta = 0.04$ 、 $r = 0.01$ 、 $N = 0.25$ 、 $(k/\epsilon_0)_1 = 2.7 \text{ cm/s}$ 、 $(k/\epsilon_0)_2 = 0.35 \text{ cm/s}$ 、 $n = 0.08$ となった。これらの値を用いて流出計算を行なった結果と実測値を比較した例を図6に示す。図6によると、計算値は実測値と非常によく合致していることがわかる。

なお、降雨配分タンクの初期貯留高 S_0 は先行降雨と関係するので、洪水の5、6日前からの日雨量データを用いて日雨量を降雨配分タンクに貯留し、下層への浸透量および無降雨日には蒸発散量として 3 mm/day を差引いて洪水直前における貯留高を算定し、流出計算で用いた S_0 の値と比較したところ、ある程度の対応が認められ、 S_0 の値

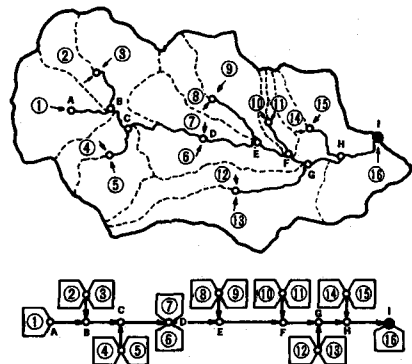


図5. 多摩川（小河内ダム流域）の流域分割図

表1. 多摩川・小河内ダム地点の洪水流量の低減係数

洪水 年月日	総雨量 (mm)	最大流量 (m ³ /s)	低減係数 (hr ⁻¹)		
			表面流出	中間流出	
				λ_1	λ_2
S. 34. 8. 14	381	792	0.229	0.047	0.010
37. 8. 26	165	198	0.122	0.049	0.013
47. 9. 16	277	392	0.123	0.047	0.015
49. 7. 12	143	118	—	0.056	0.010
49. 9. 1	322	711	0.155	0.048	0.018
50. 7. 4	81	137	—	0.045	0.013
56. 10. 22	86	86	—	0.050	0.015
57. 8. 2	474	1147	0.189	0.052	0.012
57. 9. 12	264	434	0.111	0.052	0.013

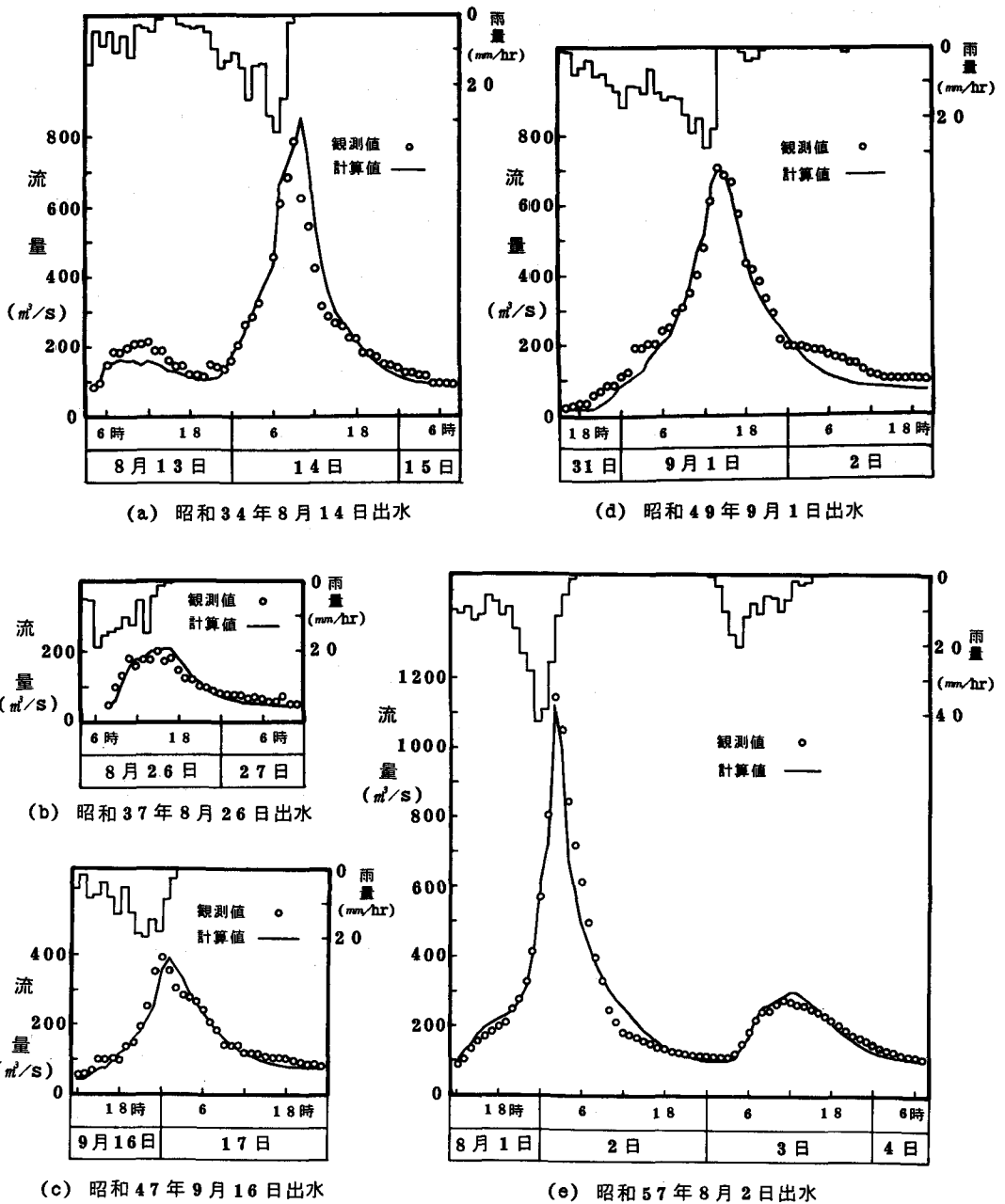


図6. 多摩川(小河内ダム流域)の流出計算例

の目安が得られることが示された。

(2) 渡良瀬川の流出計算

渡良瀬川の草木ダムより上流の流域(流域面積 254km^2)を対象として、流域を図7に示すような24の小流域に分割して流出計算を行なった。

過去の洪水流量ハイドログラフの実測データを片対数紙上にプロットし、低減係数の値を求めると、 $\lambda_1 =$

0.0687 hr^{-1} 、 $\lambda_2=0.0255\text{ hr}^{-1}$ となる。これらの値と流域斜面の斜面長と勾配を用いて式(1)から $(k/\epsilon_0)_1$ および $(k/\epsilon_0)_2$ の値を求めると、 $(k/\epsilon_0)_1=1.46\sim340\text{ cm/s}$ 、 $(k/\epsilon_0)_2=0.54\sim1.26\text{ cm/s}$ となり、平均値は $(k/\epsilon_0)_1=2.5\text{ cm/s}$ 、 $(k/\epsilon_0)_2=0.93\text{ cm/s}$ となる。

前述した多摩川の流出計算の場合と同様にして決定された草木ダムの流域のパラメーターの値は $S_a=150\text{ mm}$ 、 $S_1=60\text{ mm}$ 、 $\beta=0.025$ 、 $r=0.01$ 、 $N=0.25$ 、 $(k/\epsilon_0)_1=2.5\text{ cm/s}$ 、 $(k/\epsilon_0)_2=0.5\text{ cm/s}$ 、 $n=0.08$ となった。これらの値を用いて流出計算を行なった結果と実測値を比較した例を図8に示す。図8によると、計算値は実測値よりピークがはやくでる傾向があるが、流量ハイドログラフの形状およびピーク流量について計算値と実測値はほぼ一致していることがわかる。

草木ダム流域の場合についても洪水の5、6日前からの日雨量データを用いて S_a を算定したところ、この場合には流出計算に用いた値とはほぼ対応する値が得られた。

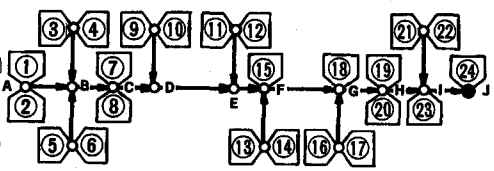
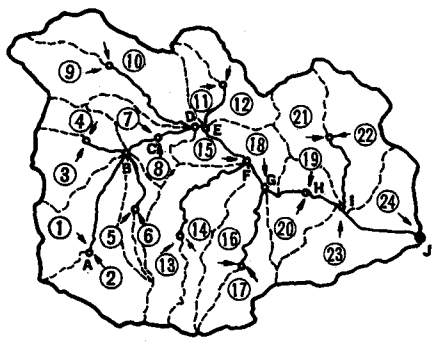
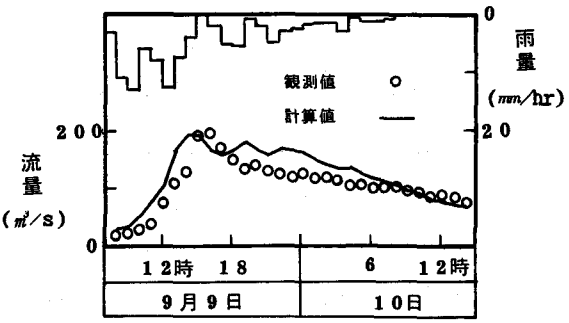
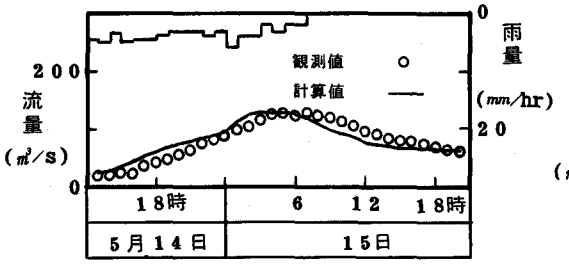


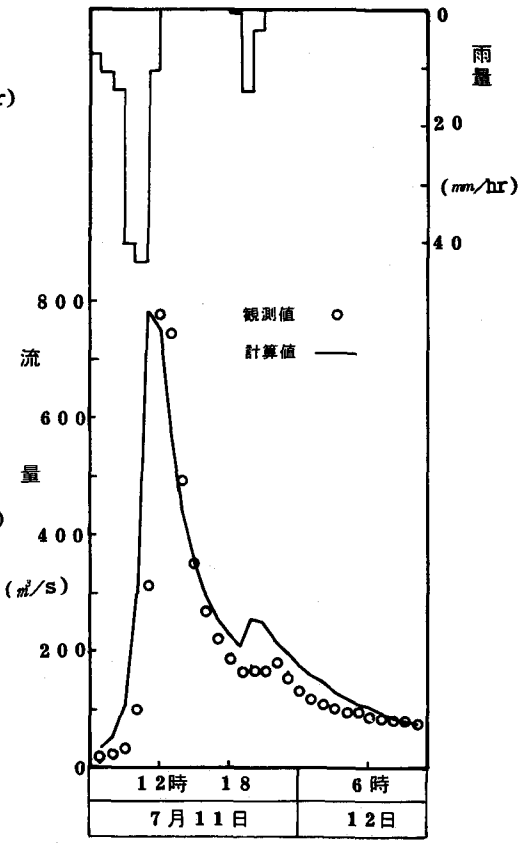
図7. 渡良瀬川（草木ダム流域）の流域分割図



(a) 昭和52年9月9日



(c) 昭和54年5月15日出水



(b) 昭和53年7月11日出水

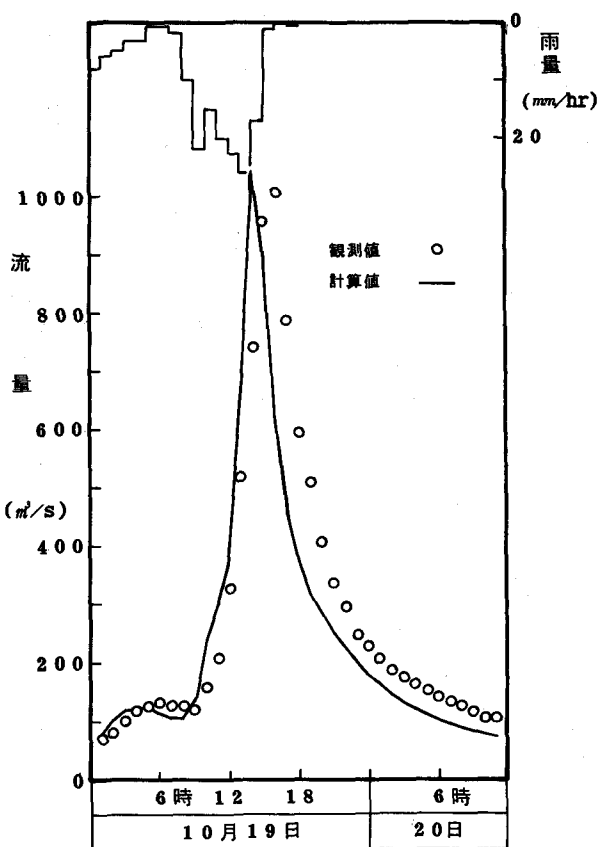
図8. 渡良瀬川（草木ダム流域）の流出計算例

5. ま と め

本論文では洪水流出量を表面流出量と中間流出量とに分離して扱い、表面流出量と中間流出量をそれぞれ別々に線形貯水池モデルを用いて計算し、それらの和として洪水流出量を算定する方法を提案し、この方法を用いて多摩川と渡良瀬川の流出計算を行ない、流出ハイドログラフの計算値を実測値と比較した。その結果、多摩川および渡良瀬川とも小洪水の場合も大洪水の場合も実測値とよく一致する計算値が得られることが示された。

本論文では流出モデルに含まれるパラメーターの値は計算値と実測値が一致するように試行錯誤的に決定したが、今後はこの流出モデルを用いて多くの河川の流出解析を行ない、パラメーターの値と表層土層および下層土層の物理特性との関係を検討するなどしてパラメーターの値の目安をつけられるようにすることが課題である。

謝辞：本研究の遂行にあたり貴重な資料を提供して下さった建設省土木研究所および東京都水道局の関係各位に謝意を表します。また、本研究は文部省科学研究費補助金（総合研究（A）：研究代表者東京大学工学部高橋裕教授）の補助を受けたことを付記し、謝意を表します。



(d) 昭和54年10月19日出水

図8. 渡良瀬川（草木ダム流域）の流出計算例（続き）

参 考 文 献

- 1) 鮎川登・北川善廣・下村哲生：流域の都市化による洪水流出量の変化の予測法に関する研究、第16回自然災害科学総合シンポジウム講演論文集、pp. 159～162, 1979.
- 2) 鮎川登・北川善廣・下村哲生：流域の土地利用形態が洪水流出におよぼす影響の算定法に関する研究、第24回水理講演会論文集、pp. 391～396, 1980.
- 3) 鮎川登・北川善廣：都市化流域の洪水流出モデル、土木学会論文報告集、第325号、pp. 51～59, 1982.
- 4) 鮎川登・北川善廣：線形貯水池モデルに基づく流出解析法、第27回水理講演会論文集、pp. 29～35, 1983.
- 5) Nash, J. E. : The Form of the Instantaneous Unit Hydrograph, IASH, Pub. 45, Vol. 3, pp. 114～121, 1957.
- 6) Eagleson, P. S. : Dynamic Hydrology, McGraw-Hill, pp. 337～344, 1970.