

移流モデルによる短時間降雨予測手法の検討
Investigation of Short-Term Rainfall Prediction
Method by a Translation Model

京都大学工学部 正 員 椎葉 充晴
京都大学工学部 正 員 高 棹 琢馬
京都大学大学院 学生員 中北 英一

1. はじめに

本研究は、レーダ雨量計によって時々刻々得られる面的な降雨強度データを外挿して、2～3時間先までの降雨強度を予測する手法を提案し、その適用性を検討するものである。

レーダ雨量計を用いた降雨予測手法はすでにいくつか提案されており、予測に用いる移流ベクトルの設定方法の違いによる大倉ら¹⁾の分類によると、(1)運動学的方法(高層風による移流)²⁾、(2)変形テンソルによる方法³⁾、(3)カルマンフィルターによる方法⁴⁾、(4)相互相関関数による方法⁵⁾、(5)重心の移動に着目する方法⁶⁾などがあり、さらに大倉らによる(6)関連係数を用いる雨域追跡法¹⁾がある。最近、筆者らは(7)重みつき相関法⁷⁾を検討した。

本研究で検討する降雨予測手法は、予測に用いる移流ベクトルを位置座標の一次式で設定するもので、雨域の平行移動、回転、せん断の歪み、膨張などを考慮することができる。平行移動に限らないこのような雨域の変形を考慮する方法についてはすでに下垣ら⁴⁾が検討しているが、座標系で議論しているために変形のパラメータを求めるのに非線形探索問題を解く必要が生じている。変形テンソル法は、雨域変形の点对を人為的に与えることでこの非線形探索問題を避けたものである。ここで検討する方法では Euler 座標系を用いるため、雨域変形のパラメータを求める問題を線形最小二乗推定問題として定式化することが可能となり、計算機によって容易に解けるという利点を持っている。

2. 移流モデルとその同定・予測の方法

2.1 移流モデル

地上の点 (x, y) における時刻 t の降雨強度が z であるとき、曲面 $z = z(x, y, t)$ を降雨強度面とよぶ。降雨予測はこの降雨強度面の変化の予測に他ならない。現在のところ、定性的議論は別として、定量的に実時間予測に役立つような気象力学的根拠をもった降雨強度変化の支配方程式は得られていないようである。そこで、本研究では、立平ら²⁾による簡単な移流モデル

$$\frac{\partial z}{\partial t} + u \frac{\partial z}{\partial x} + v \frac{\partial z}{\partial y} = w \quad (1)$$

を用いる。さらに、移流ベクトル (u, v) 、発達・衰弱項 w は、位置 (x, y) の一次式として、

$$u = c_1 x + c_2 y + c_3, \quad v = c_4 x + c_5 y + c_6, \quad w = c_7 x + c_8 y + c_9 \quad (2)$$

と近似されるものとする。ここで、 $c_1, \dots, c_9$ は推定すべきパラメータである。

2.2 パラメータの同定法

レーダ雨量計の観測域に含まれる長方形領域をとり、それを $\Delta x \cdot \Delta y$ の長方形メッシュに分割するものとし、 $i = 1, \dots, M, j = 1, \dots, N, k = 0, -1, \dots, -K-1$ について

$$x_i = i\Delta x, \quad y_j = j\Delta y, \quad t_k = k\Delta t, \quad z_{ijk} = z(x_i, y_j, t_k) \quad (3)$$

と表わすものとする。ただし、 Δt は時間間隔であり、 M, N はそれぞれ x 方向、 y 方向のメッシュ数、 $(K+1)\Delta t$ はパラメータ同定に使用する過去のデータの長さである。点 (x_i, y_j) 、時刻 t_k の偏微分を

$$\left[\frac{\partial z}{\partial t} \right] = \frac{z_{ij(k+1)} - z_{ij(k-1)}}{2\Delta t}, \quad \left[\frac{\partial z}{\partial x} \right] = \frac{z_{(i+1)jk} - z_{(i-1)jk}}{2\Delta x}, \quad \left[\frac{\partial z}{\partial y} \right] = \frac{z_{i(j+1)k} - z_{i(j-1)k}}{2\Delta y} \quad (4)$$

で近似し,

$$v_{ijk} = -\left[\frac{\partial z}{\partial t}\right] - \{(c_1 x_i + c_2 y_j + c_3) \left[\frac{\partial z}{\partial x}\right] + (c_4 x_i + c_5 y_j + c_6) \left[\frac{\partial z}{\partial y}\right] - (c_7 x_i + c_8 y_j + c_9)\} \quad (5)$$

とおく。これまでに述べた近似が妥当であり, パラメタ $c_1, \dots, c_9$ が正しく同定されれば, v_{ijk} は 0 となるべきものである。よって

$$J_c = \sum_{k=-K}^{-1} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N v_{ijk}^2 \quad (6)$$

を最小にするように $c_1, \dots, c_9$ を推定することにする。 v_{ijk} は $c_1, \dots, c_9$ の一次式であるから, $c_1, \dots, c_9$ は, J_c を $c_1, \dots, c_9$ で偏微分し 0 に等値して得られる連立一次方程式を解いて得られる。

実際の計算は次のようにすると, 記憶容量の点でも分析の上でも有利である。まず, (5) 式を未知パラメタ $\underline{c} = (c_1, \dots, c_n)$ ($n=9$) の観測式とみなして,

$$a_{ijk}^1 d_1 c_1 + a_{ijk}^2 d_2 c_2 + \dots + a_{ijk}^n d_n c_n = b_{ijk} - v_{ijk} \quad (7)$$

の形で考える。ただし, d_p は(2)式でパラメタ c_p をとり除くとき 0, そうでないとき 1 と定める係数である。 $a_{ijk}^1, \dots, a_{ijk}^n, b_{ijk}$ はそれぞれ(5)式中の対応する係数である。このとき, J_c を最小にするパラメタ $\underline{c}$ は, 平方根情報フィルター (SRIF)⁸⁾ によって求められる。詳細は省略して手順だけ述べておく。以下では m を $M \cdot N \cdot K$ の約数とする。

- (i) $(n+m) \times (n+1)$ 次の行列 S を用意し, その上 n 行を 0 とおく。また, J_c を 0 とおく。
- (ii) 各メッシュについて $a_{ijk}^1, \dots, a_{ijk}^n, b_{ijk}$ を計算し, S の $n+1$ 行目以降に次々と追加する。
 S の行数が $n+m$ になったら初めの n 列が上三角行列になるように S に Householder 変換を施した後

$$J_c := J_c + \sum_{i=n+1}^{n+m} s_{i,(n+1)}^2 \quad (8)$$

とする。ここで, $:=$ は右辺の値を左辺の変数の値とすることを意味する。

- (iii) すべてのメッシュについて処理が終るまで(ii)を繰り返す, 最後に連立一次方程式

$$\sum_{j=i}^n s_{i,j} c_j = s_{i,n+1}, \quad i=1, \dots, n \quad (9)$$

を後代入によって解けば求める $\underline{c}$ が得られる。この $\underline{c}$ を用いた評価値 J_c も(8)式によって求められている。

参考のため, Householder 変換と(9)式を解く FORTRAN77 によるプログラムを本文末に示す。

2.3 降雨予測の方法

同定されたパラメタが 2~3 時間先まで持続すると仮定して将来の降雨強度を予測する。予測計算は特性曲線の逆追跡による。(7)式で導入した係数 d_p も含めて, 移流モデル(1), (2)の特性曲線が従う微分方程式は,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} x(t) &= d_1 c_1 x(t) + d_2 c_2 y(t) + d_3 c_3 \\ \frac{d}{dt} y(t) &= d_4 c_4 x(t) + d_5 c_5 y(t) + d_6 c_6 \\ \frac{d}{dt} z(t) &= d_7 c_7 x(t) + d_8 c_8 y(t) + d_9 c_9 \end{aligned} \quad (10)$$

で与えられる。

よって, 時刻 $t_J = J\Delta t$ ($J > 0$) の位置 (x_i, y_j) での降雨強度 $z(x_i, y_j, t_J)$ は次の手順で求められる。

る。

(i) $x(t_J) = x_i, y(t_J) = y_j$ とおく。

(ii) $k = J, J-1, \dots, 1$ について、(10)式を差分近似して

$$\begin{aligned} x(t_{k-1}) &= x(t_k) - (d_1 c_1 x(t_k) + d_2 c_2 y(t_k) + d_3 c_3) \Delta t \\ y(t_{k-1}) &= y(t_k) - (d_4 c_4 x(t_k) + d_5 c_5 y(t_k) + d_6 c_6) \Delta t \\ \tilde{z}_k &= (d_7 c_7 x(t_k) + d_8 c_8 y(t_k) + d_9 c_9) \Delta t \end{aligned} \quad (11)$$

とおく。

(iii) 点 $(x(0), y(0))$ での現在時刻の降雨強度 $z(x(0), y(0), 0)$ をその点に最も近いメッシュ点の降雨強度として、 $z(x_i, y_j, t_J)$ を

$$z(x_i, y_j, t_J) = z(x(0), y(0), 0) + \sum_{k=1}^J \tilde{z}_k \quad (12)$$

によって求める。ただし、点 $(x(0), y(0))$ がレーダ雨量計の観測域外に出るときは $z(x_i, y_j, t_J)$ を求めることはできない。これは移流モデルの意味からして当然である。

3. 発達・衰弱項 w の地点ごとの評価

レーダ雨量計の観測領域の大きさ(半径百数十km程度)からみて、移流ベクトル (u, v) を x, y の一次式で表わして十分であって、それ以上細かく考える必要はないと思われる。以下では、発達・衰弱項について考察する。

大倉ら¹⁾は、関係係数を用いて移流ベクトルを求めた後、その移流ベクトルを用いて発達・衰弱項 w を評価するという方法を提案している。そこで、本研究でも、移流ベクトルの算定と発達・衰弱項の算定を切り離して考える方法を追加検討する。

すなわち、すでに述べたパラメタの同定ステップで、 $d_7 = d_8 = d_9 = 0$ として移流ベクトルのパラメタ $c_1, \dots, c_6$ を求めた後、それを用いて各地点 (x_i, y_j) の発達・衰弱項 $w(x_i, y_j)$ を

$$\begin{aligned} w(x_i, y_j) &= \frac{1}{L(K+1)-1} \sum_{k=-(L(K+1)-1)}^{-1} \left\{ \left[\frac{\partial z}{\partial t} \right] + u(x_i, y_j) \left[\frac{\partial z}{\partial x} \right] + v(x_i, y_j) \left[\frac{\partial z}{\partial y} \right] \right\} \\ u(x_i, y_j) &= d_1 c_1 x_i + d_2 c_2 y_j + d_3 c_3 \\ v(x_i, y_j) &= d_4 c_4 x_i + d_5 c_5 y_j + d_6 c_6 \end{aligned} \quad (13)$$

によって定める。ただし、時間間隔 $\Delta\tau$ を $\Delta t/L$ ($L > 0$) とし、 $\{ \}$ 中の偏微分項は、(3), (4)式で Δt を $\Delta\tau$ で置き換えて評価する(図1参照)。



図1 (u, v) 算定の時間間隔 Δt と w 算定の時間間隔 $\Delta\tau$ の関係

この場合の降雨予測も2.と同様に取り扱ってよい。ただ、(11)式の第3式の右辺を、点 $(x(t_k), y(t_k))$ に最も近いメッシュ点の発達・衰弱項で置き換えるだけでよい。

4. 適用例とその検討

4.1 適用データ

深山レーダ雨量計による台風8210のMTIデータを用いる。このレーダ雨量計の定量観測半径は120kmとされている。ここでは、 $\Delta x = \Delta y = 7\text{ km}$ 、 $M = N = 40$ の一辺280kmの正方形メッシュ領域をとり、約 9 km^2 ほどの放射状メッシュの元のデータを雨量強度に変換した後、正方形メッシュ内で平均化したものを用いる。データの時間間隔は5分である。

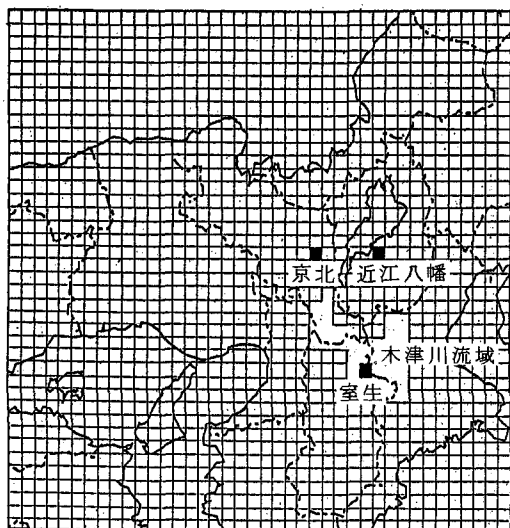


図2 解析対象領域のメッシュ分割と木津川流域の位置

4.2 計算結果とその検討

ここで示す計算例では、すべて $\Delta t = 30$ 分、 $K = 1$ とした。すなわち、過去 / 時間の30分ごとのデータを用いて移流ベクトル、発達・衰弱項のパラメタを同定する。ただし、発達・衰弱項を地点ごとに考える場合は、 $\Delta t = 5$ 分とした。

最初に、(2)式のパラメタを全て組みこんだ結果を考える。図3は移流ベクトルの、図4は発達・衰弱項の時間変化を、京北、近江八幡、室生(図2参照)の3地点について示したものである。31日20時頃降雨強度の小さいところで異常な移流ベクトルが算出されている他は、直観とほぼ一致する変化が求められている。このような異常値を防ぐには、情報配列 S の初期値を0とせず、対角成分にある正の値を入れておくことよ。図5は木津川流域(図2参照)の流域時間雨量の / 時間先、2時間先の予測結果、図6は、図2のメッシュ領域すべてでの予測の決定係数 CD (相関係数の2乗) 有効性係数 CE 、標準誤差 σ の時間変化を全領域平均降雨強度の時間変化とともに示したものである

次に、発達・衰弱項を地点ごとに考える場合について述べる。図7は、移流ベクトルを位置の一次式として同定した後で地点ごとに同定した発達・衰弱項の時間変化を、京北、近江八幡、室生の3地点について示したものである。発達・衰弱項の値は大きく変動し、地点ごとにも大きく異っている。これは発達・衰弱項の取扱いが難しいことを示唆している。実際、木津川流域の流域時間雨量の予測と実測の相関係数を示した表1で、発達・衰弱項を地点ごとに考えるケースは総体としてよい結果を与えていないことがわかる。この表には、移流ベクトルを一樣とした場合や発達・衰弱項を無視した場合の相

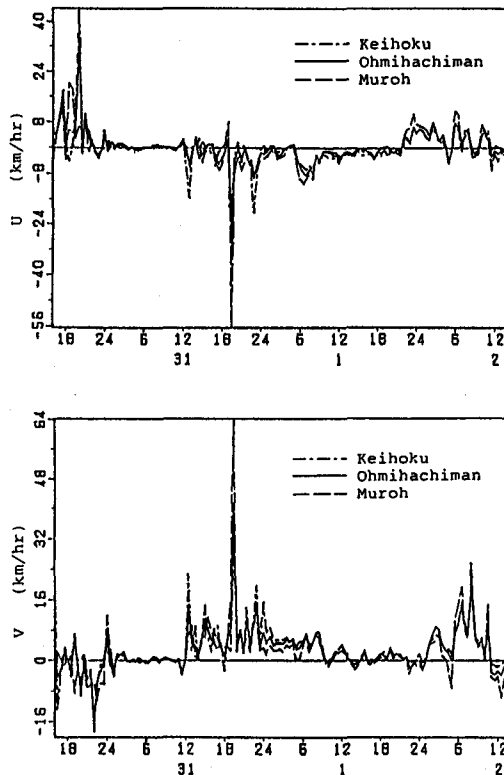


図3 同定された移流ベクトル (u, v) の時間変化

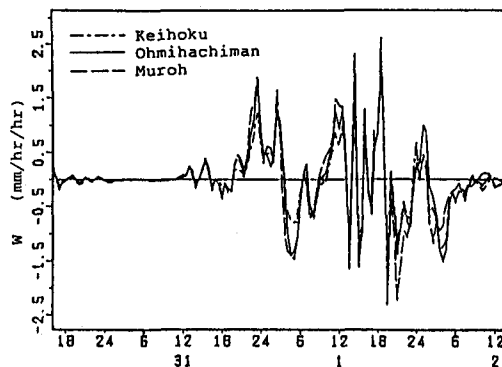


図4 同定された発達・衰弱項 w の時間変化

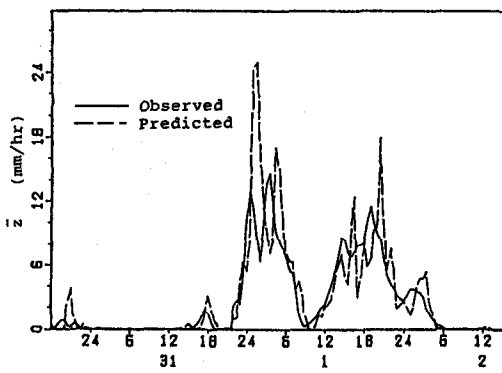
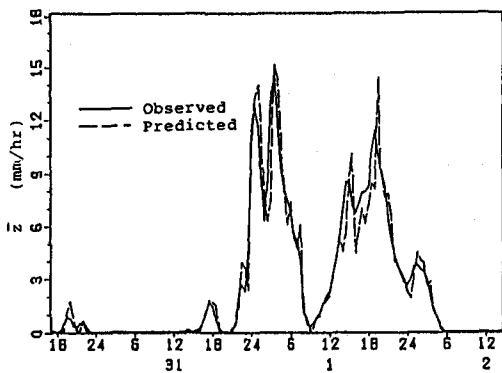


図5 木津川流域時間雨量の予測値と実測値との比較 (左: 1時間先, 右: 2時間先)

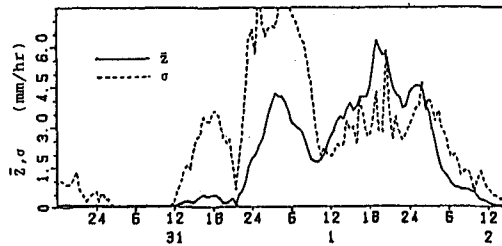
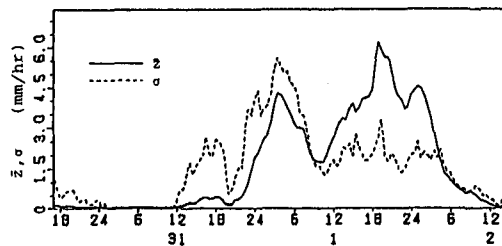
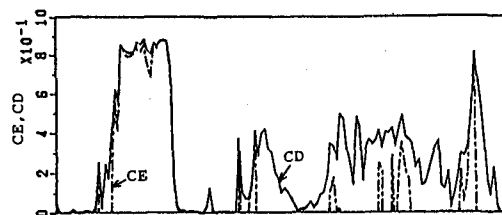
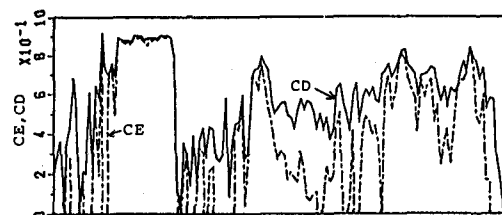


図6 解析対象領域での予測値と実測値の適合度 (左: 1時間先, 右: 2時間先),
(CD: 決定係数, CE: 有効性係数, $\bar{z}$: 平均降雨強度, σ : 予測値の標準誤差)

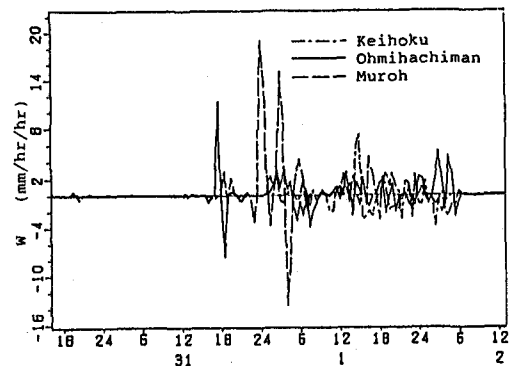


図7 (u, v) 項を位置の一次式として, 地点ごとに同定された発達・衰弱項 w の時間変化

表1 木津川流域時間雨量系列の予測と実測との相関係数

		U, V 項		
		0	一次式	一様
W 項	0	0.940	0.954	0.950
		0.766	0.794	0.824
		0.630	0.679	0.747
	一次式	0.944	0.953	0.952
		0.791	0.798	0.825
		0.715	0.689	0.741
	地点ごと	0.916	0.896	0.926
		0.672	0.609	0.704
		0.626	0.576	0.641

上 段: 1 時間後
中 段: 2 時間後
下 段: 3 時間後

Appendix A Householder 変換プログラム

```

C=====
C TRIANGULARIZATION OF A RECTANGULAR MATRIX S(M,N)
C USING HOUSEHOLDER TRANSFORMATION
C      K=M<N      M=N=K      M>N=K      M>N>K
C      N          N          N          N
C      $ * * * * $ * * * * $ * * * * $ * * * *
C      O $ * * * * O $ * * * * O $ * * * * O $ * * * *
C M      O O $ * * * O O $ * * * O O $ * * * O O $ * * *
C      O O O $ * * O O O $ * * O O O $ * * O O $ * *
C
C INPUT
C      M : NUMBER OF ROWS OF MATRIX S
C      N : NUMBER OF COLUMNS OF MATRIX S
C      K : NUMBER OF COLUMNS TO BE TRIANGULARIZED
C S(M,N) : MATRIX S TO BE TRIANGULARIZED
C OUTPUT
C S(M,N) : TRIANGULAR MATRIX
C (CAUTION) K IS RE-SET TO BE MINO( M,N,K )
C WORK AREA
C      V(M), I, J, L, A, C
C=====
      K=MINO( M,N,K )
      DO 1004 J=1,K
      C=0.
      DO 1001 I=J,M
      V(I)=S(I,J)
      S(I,J)=0.
1001 C=C+V(I)**2
      IF( C.LE.0. ) GO TO 1004
      C=SQRT(C)
      IF( V(J).GT.0. ) C=-C
      S(J,J)=C
      C=1./(C*V(J))
      DO 1003 L=J+1,N
      A=0.
      DO 1002 I=J,M
1002 A=A+S(I,L)*V(I)
      A=A*C
      DO 1003 I=J,M
1003 S(I,L)=S(I,L)+A*V(I)
1004 CONTINUE

```

Appendix B 連立一次方程式(9)を解くプログラム

```

C=====
C INPUT
C      N : NUMBER OF UNKNOWN VARIABLES
C      S(N,N+1) : SQUARE ROOT INFORMATION ARRAY
C OUTPUT
C      X(N) : LEAST SQUARES ESTIMATE
C WORK VARIABLE
C      I,J,SIG
C=====
      DO 2000 I=N,1,-1
      X(I)=0.
      IF( S(I,I).EQ.0. ) GO TO 2000
      SIG=S(I,N+1)
      DO 1000 J=I+1,N
1000 SIG=SIG-S(I,J)*X(J)
      X(I)=SIG/S(I,I)
2000 CONTINUE

```

関係数も示している。この例だけでは即断できないが、雨域の歪みや回転、発達・衰弱項は乱れとして扱った方が安定した予測を与えるようである。

本研究で用いたデータは近畿地方建設局淀川ダム統合管理事務所から提供して頂いた。謹んで謝意を表する。なお、筆者らの論文7)でも同じデータを用いているが、同事務所城尾氏の御指摘により、データの取扱いに錯誤があることが判明した。同氏の御指摘に感謝するとともに、ここで訂正しておくものである。

参考文献

- 1) 石崎・中尾・森本 (1980) : レーダ雨量計による短時間降雨予測, 第35回年講.
- 石崎・中尾・森本 (1981) : レーダ雨量計による短時間降雨予測 (発達・減衰項の導入), 第36回年講.
- 大倉・石崎・中尾・森本 (1983) : レーダ雨量計を用いた短時間降雨予測, 第27回水理講演会論文集.
- 2) 立平・牧野 (1974) : デジタル化されたエコーパターンの予測への利用, 研究時報26巻.
- 3) 竹内 (1978) : 雨域・雨量強度分布変化の短時間予測, 第22回水理講演会論文集.
- 4) 下垣・室田・江藤 (1978) : 雨量観測レーダーによる降雨量分布の解析とそのオン・ライン予測, 第22回水理講演会論文集.
- 5) Bellon, A. and G.L. Austin (1978) : The evaluation of two years of real-time operation of a short-term precipitation forecasting procedure (SHARP), J. Appl. Meteor., 17, 1778-1787.
- 6) Wilk, K.E. and K.C. Gray (1970) : Processing and analysis techniques used with the NSSL weather radar system, Proc. 14th Radar Met. Conf., 369-374.
- 7) 高樺・椎葉・中北 (1983) : レーダー雨量計による短時間降雨予測の検討, 京大防災研究所年報, B-2.
- 8) G.J. Bierman (1977) : Factorization methods for discrete sequential estimation, Academic Press.