

洪水流出の確率予測における実際的手法

Practical Techniques in Stochastic Real-Time Prediction of Flood Runoff

京都大学工学部 正員 宝 馨

京都大学工学部 正員 高 棹 琢馬

京都大学工学部 正員 椎 葉 充晴

1. 序 論

洪水予報は、降雨流出の実時間観測、降雨流出の実時間予測、予報文の作成・伝達という一連の作業からなる。洪水流出の実時間予測においては、[1] 時々刻々得られるデータを活用すること、[2] それに基づいて迅速に予測計算を行ない予報に有用なデータを導出することが要点である。

今日のわが国の洪水予報システムの現状はというと、毎時の観測データは、無線・電話やその他のオンラインシステムにより直ちに入手できる仕組みになっている。主要河川流域では、高性能の計算機が導入されており、かつての手計算による流出計算よりもはるかに迅速な計算が可能となっている。

近年の通信・情報処理の分野における技術革新によるそのような周辺システムの日々の充実は、しかしながら、高々ここ10年程度のものである。そのため、雨量予測や流出計算モデルそのものは旧態依然たる状況であり改善の余地がある。

すなわち、流出予測計算は、確定的な降雨予測に基づく確定的な流量予測の域を脱しておらず、予報の方も、一般に対しては洪水注意報・洪水警報の2段階予報がなされているのみである。住民が有機的に対応できるようなきめ細かな予報が理想であるが、現状ではそのような見方からすれば不十分であると言える。

したがって我々としては、豪雨・洪水災害防止のために、より有用なきめ細かな予報を実現させ得る方策を考案し、実際の場面に供してゆきたいと考えるのである。

筆者らは、洪水流出の実時間確率予測手法について検討してきた。^{1)~6)} その一連の研究の意図するところは、洪水予報の新しいあり方の確立である。予報というからには、それを利用する側に対して有効な情報を提供できるものでなければならない。本論文では、洪水流出の確率予測の実際的手法を具体的に提示するとともに、求めた予測を洪水予報にどのように用いてゆけばよいか若干の検討を加えた。

2. 洪水流出の実時間予測に関する従来の研究

洪水流出の実時間予測の重要性は以前から認識されていて、多数の文献がある。最近の研究動向としては、Kalmanに始まるフィルタリング・予測理論を適用する手法が主流となっている。これは、日野⁷⁾が流出系にKalmanフィルターを導入して以来、そのアルゴリズムがコンピュータを利用したオンライン計算に適用していることもあって、この10年程の間に国内外で多くの研究がなされてきたものである。^{8)~12)}

それらの研究では、実時間予測（あるいはオンライン予測）を取扱っているには違いないが、専ら計算手法に論点を置いていたり、予測値の確率分布が計算結果として得られるという利点を軽んじていたりするものが多い。そのため、降雨予測については、perfunctory な取扱いがなされていて、例えば、決定論的な値が与えられたり、完全に予測できると仮定されたりしている。出力の確率予測を意識する場合には、入力予測も確率的に取扱うべきである。研究対象流域については、単一流域を想定することが多いが、広い範囲での洪水予報を意識すれば複数の分割流域をもつ流域（ここでは「複合流域」と呼んでおく）における洪水流出の実時間予測も考慮しておく必要がある。また、フィルタリング・予測理論を適用する際に最も問題となるのはノイズ項の統計量である。これに関する記述が極めて曖昧な論文も散見されるが、予測精度に大きく関連するものであるからその取扱いは明確にしておく必要がある。

3. 降雨予測について

洪水流量の実時間予測において、予測時間（リードタイム）は少なくとも2～3時間が望ましく、したがって、その間の降雨予測が必要である。

降雨の短時間予測手法（洪水流出予測に適用可能なもの）は開発途上にある。建設省の現行の洪水予報業務では、前3時間移動平均法（過去3時間の面積平均時間雨量を平均し、それを定数倍して今後数時間の予測降雨とする）が用いられる。^{13),14)} この方法は、従来の業務において特別な不都合を生じなかったこと、簡便であることなどから多用されてきた。現状では実際の手法であるとしてよい。ただ、この場合でも降雨予測の精度を定量的に把握しておく必要がある。当該流域の過去の時間雨量系列を用いて、この方法で生じる予測誤差系列を統計処理することにより、予測誤差の分散、リードタイム毎の予測誤差相互の共分散を単純に求めることができるので、それらの情報も降雨予測としてとり入れるべきである。

レーダ雨量計の設置によって降雨の実況が面的に把握できるようになり、目下、観測精度の定量的評価の研究が進められている。この新しい観測方法とそのデータを活用することによる降雨の短時間予測手法についても検討され始めており今後の発展を期待したい。

4. 流出モデルとフィルタリング・予測理論の適用

洪水流出予測に用いる流出モデルは、降雨・流出現象の物理性を考慮したものがよい。単純な時系列モデルやブラックボックスモデルでは、リードタイムが長くなると予測精度が著しく悪くなるのである。一方、予報システムの計算能力を考えると、極端に精密な流出モデルは不適當であって、適切に集中化された物理モデルを用いるとよい。

流域内の物理量（たとえば、部分系内の雨水貯留量）は連続時間で推移し、入力（降雨）と出力（流量）は離散時間で観測される。このとき、流出モデルは、次のような確率過程的状态空間モデルで表示することができる。

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{f}(\underline{x}(t), \underline{I}_k, t) + \underline{w}(t) \quad , \quad t_{k-1} \leq t \leq t_k \quad (1)$$

$$\underline{Y}(t_k) = \underline{g}(\underline{x}(t_k), t_k) + \underline{v}(t_k) \quad (2)$$

ここに、 $\underline{x}$ は状態量ベクトル（ m 次）、 $\underline{I}_k$ は入力（ $t_{k-1} \leq t \leq t_k$ の間の平均降雨強度）ベクトル（ s 次）、 $\underline{Y}$ は観測出力ベクトル（ n 次）、 t は時間で、 $t_i, i = 0, 1, 2, \dots$ は観測時刻を表す。ドット「 $\cdot$ 」は時間微分 d/dt を表し、 $\underline{f}, \underline{g}$ は一般に非線形関数である。 $\underline{w}(t)$ と $\underline{v}(t_k)$ は、モデル誤差・観測誤差を補償する外乱項で、それぞれシステムノイズ、観測ノイズと呼ばれる。

洪水流出の確率予測においては、このようなモデルの定式化が基本であって、こうしたモデルに対してフィルタリング・予測理論を適用する。すなわち、時々刻々の入出力の観測値を用いて状態をフィルタリング（ろ波）し、その状態推定値と入力予測値を用いて、未来の（1～数時間先の）状態および出力の確率分布（予測値とその共分散）を求めるのである。

ところで、この理論の適用に際しては、2つの異なるやり方がある。1つは、流域内の物理量を状態 $\underline{x}$ とし、その物理量を時々刻々推定してゆく方法（状態推定法と呼ぶことにする）である。これは、フィルタリング・予測理論の正統的な応用の仕方である。ただし、(1),(2)式中の $\underline{f}, \underline{g}$ に含まれるモデルパラメータは既知でなければならない。したがって、モデルパラメータを過去の雨量・流量データから予め求めておくか、あるいは、物理的意義の明確な（すなわち、過去に雨量・流量データがなくても同定できるような）パラメータをもつモデルを採用することが必要である。

もう1つは、モデルパラメータを状態量と読みかえて、モデルパラメータを時々刻々推定してゆく方法（パラメータ推定法と呼んでおく）である。この方法は、本来、流出の物理的特性を表現する固有の時間不変定数として導入されたモデルパラメータを、入出力データに応じて時々刻々変化するものとして推定していくものである。しかし、用いる流出モデルとそのパラメータが適切であれば、パラメータ推定法の効果は小さい。また、もし用いる流出モデルのパラメータの推定値が時々刻々変化するのであれば、むしろそのモデル自体に問題があると言える。このようなモデルを予測に用いるのは好ましくない。

ここで述べたことは、本研究の主題にとって重要であり、筆者らが状態推定法を採用していることの基本的立場となっている。

さて、状態推定法でもパラメータ推定法でも理論適用時に留意しなければならないのは、システムノイズ・

観測ノイズの共分散行列の取扱いである。毎時のフィルタリングにおいて、それらの値は所与のものでなければならず、また、予測精度に大きく関連するからである。

システムノイズ・観測ノイズの確率分布が定常的であると仮定すれば、ノイズの共分散は洪水期間中一定値とする。しかし、洪水流出は、流量（および状態量）が急激に変動する現象であるから、ノイズの非定常性を考慮するのが合理的である。そこで、1つの考え方として、ノイズの統計量を時々刻々推定してゆく方法がある（高棹・椎葉²⁾、星・山岡・茂木¹¹⁾）。別の考え方としては、ノイズの共分散が時間の関数であるとして固定する方法（西村・室田・江藤¹⁰⁾）、流量あるいは状態量に依存するとしてその依存の仕方を固定する方法（高棹・椎葉・宝^{3)~8)}）がある。

これら種々の方法を分類比較したのが下の表である。モデルパラメタとノイズ統計量の取扱い方によってそれぞれの方法に呼称をつけてみた。例えば、筆者らの最近の方法は、ノイズを非定常的に考えているが、ノイズの統計量を時々刻々推定するのではないので、「非適応の状態推定法」と呼ぶ。定常フィルターと呼ばれるものは「定常状態推定法」に属する。適応フィルターと呼ばれるものは「定常パラメタ推定法」に属するが、パラメタ推定法と「適応の状態推定法」を引くくめて適応フィルターと呼ばれることも多いようである。フィルタリング・予測理論を水文系に導入する際、上述のように種々の適用法がある。それらの識別のためには、このような呼称を用いると便利である。

<表> フィルタリング・予測理論を適用した洪水流出の実時間予測手法の分類

	モデル パラメタ	ノイズ統計量		わが国における研究例	手法の呼称
状態推定法	固 定	定 常	固 定	高棹・椎葉 (1979)	定常状態推定法 (定常フィルター)
		非定常	状態量への依存の 仕方を固定 (乗算的ノイズ)	高棹・椎葉・宝 (1982,1983)	非適応の状態推定法
			時々刻々推定	高棹・椎葉 (1980)	適応の状態推定法
パラメタ 推定法	時々刻々 推定	定 常	固 定	日野 (1974) 砂田 (1982)	定常パラメタ推定法 (適応フィルター)
		非定常	時間の関数として 固定	西村・室田・江藤 (1977)	非適応的 パラメタ推定法
			時々刻々推定	星・山岡・茂木 (1981)	適応的 パラメタ推定法

5．非適応の状態推定法による流出系のフィルタリング・予測

洪水流出の確率予測の手法としては、のちに述べるような理由によって、非適応の状態推定法がすぐれている。本章では、非線形連続－離散システム((1),(2)式)における数値解法を具体的に提示する。状態方程式(1)は非線形（確率）常微分方程式である。これを $t_{k-1} \leq t < t_k$ の間で Δt 毎に局所的に線形化・差分化しながら解いてゆき、 $t = t_k^-$ における状態推定値を求める（これが Kalman フィルターにおける $\hat{x}(t_k|t_{k-1})$ に対応すると考える）。そして観測量 $y(t_k)$ とシステムノイズ・観測ノイズの共分散行列とを用いてフィルタリングする。

システム方程式(1),(2)の非線形関数 f, g を局所的に線形化するには、Taylor 展開の1次項までとる方法や統計的線形化による方法があるが、一般には後者の方が精度がよいとされている。¹⁵⁾

まず、状態方程式の線形化・離散化について考える。(1)式を $t (t_{k-1} \leq t < t_k)$ において線形化して

$$\dot{\underline{x}}(t) = A\underline{x}(t) + b$$

(3)

を得る。(3) 式を、たとえば e^{tA} に対するパデ (Padé) 近似¹⁸⁾ によって

$$\underline{x}(t+\Delta t) = F\underline{x}(t) + \underline{d} + B(t)\underline{w}(t) \quad (4)$$

と離散化することができる。ここに

$$F = [I - A \frac{\Delta t}{2} + A^2 \frac{\Delta t^2}{12}]^{-1} [I + A \frac{\Delta t}{2} + A^2 \frac{\Delta t^2}{12}]$$

$$\underline{d} = [I - A \frac{\Delta t}{2} + A^2 \frac{\Delta t^2}{12}]^{-1} \Delta t \underline{b}$$

である ($\underline{b}$, $\underline{d}$ は m 次列ベクトル、 A , F , I は $m \times m$ 行列で I は単位行列)。 $B(t)\underline{w}(t)$ は線形化および離散化の誤差を含むシステム・ノイズ項で、

$$E\{\underline{w}(t)\} = 0, \quad E\{\underline{w}(t)\underline{w}(\tau)^T\} = Q(t)\delta(t-\tau) \quad (5)$$

である ($\delta(t)$ は Dirac デルタ関数)。ここで、(1) 式のシステムノイズ $\underline{w}(t)$ は、(4) 式の $B(t)\underline{w}(t)$ におきかえられていることに注意しておこう。

状態推移式 (4) より

$$\hat{\underline{x}}(t+\Delta t) = E\{\underline{x}(t+\Delta t)\} = F\hat{\underline{x}}(t) + \underline{d} \quad (6)$$

$$P(t+\Delta t) = \text{Cov}\{\underline{x}(t+\Delta t)\} = FP(t)F^T + B(t)Q(t)B(t)^T \quad (7)$$

となり、 t_{k-1} から t_k まで Δt 毎に解いてゆくことにより、 $t = t_k$ における $\underline{x}$ の推定値 $\hat{\underline{x}}(t_k)$ 、 $P(t_k)$ が得られる。

システムノイズの別な取扱い (各観測時刻毎の離散的ノイズにおきなおす方法) として、(4) 式で $B(t)\underline{w}(t)$ を考慮せずに状態の推移を求めてゆき、 $t_{k-1} \leq t < t_k$ の間のシステムノイズは、 $t = t_k$ にまとめて入ってくるとする方法もある。このとき、(1) 式は、次のように書くことができる。

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{f}(\underline{x}(t), \underline{r}_k, t), \quad t_{k-1} \leq t < t_k \quad (8)$$

$$\underline{x}(t_k) = \underline{x}(t_k^-) + B_k \underline{w}_k, \quad t = t_k$$

ここに、

$$E\{\underline{w}_k\} = 0, \quad E\{\underline{w}_k \underline{w}_l^T\} = Q_k \delta_{k,l} \quad (9)$$

である。 ($\delta_{k,l}$ は Dirac デルタ)。

定常状態推定法では、連続ノイズ ((1) 式) の場合、(4) 式の $B(t)$ と (5) 式の $Q(t)$ が、離散ノイズ ((8) 式) の場合 B_k と (9) 式の Q_k がそれぞれ定常 (全期間を通じて一定値) である。

前章でも述べたように、ノイズの非定常性を考慮するために、筆者らは、 $Q(t)$ あるいは Q_k は定数 Q とし、ノイズの係数行列 ($B(t)$ あるいは B_k) は状態量の関数であるとした。^{3)~6)} このようにすれば時々刻々のノイズ統計量を推定することなしに、非定常ノイズを扱うことが可能となる。特に、(4) 式で F の第 i 行ベクトルを $\underline{f}_i$ と書き、 $\underline{x}(t)$, $\underline{d}$, $\underline{w}(t)$ の第 i 成分をそれぞれ、 $x_i(t)$, d_i , w_i と書くことにして ($i=1, \dots, m$)、

$$B(t) = \begin{bmatrix} \underline{f}_1 \underline{x}(t) + d_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \underline{f}_m \underline{x}(t) + d_m \end{bmatrix} \quad (10)$$

とすれば、

$$x_i(t+\Delta t) = (\underline{f}_i \underline{x}(t) + d_i)(1 + w_i) \quad (11)$$

となる。また、(8) 式において、 $\underline{x}(t)$, $\underline{w}_k$ の第 i 成分を $x_i(t)$, w_i と書き ($i=1, \dots, m$)、

$$B_k = \begin{bmatrix} x_1(t_k^-) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & x_m(t_k^-) \end{bmatrix} \quad (12)$$

とおけば、

的に線形化・離散化して解いてゆく。このとき、(3)式において $\underline{A}$ 、 $\underline{b}$ も次元拡大して、それぞれ

$$\underline{A}^* = \begin{bmatrix} \underline{A} & 0 \\ 0 & \underline{I} \end{bmatrix}, \quad \underline{b}^* = \begin{bmatrix} \underline{b} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

となる。こうして、 $\{\hat{\underline{x}}(k+i-1), \underline{P}(k+i-1)\}$, $i = 1, \dots, L$ を得、これより流量の予測値とその分散 $\{\hat{y}(k+i-1), Y(k+i-1)\}$ が求められる【流出予測】。

<5> 時間が進行して時点 k になると、直前の時間ステップ（時刻 $k-1$ から k の間）の降雨観測値 r_k と時点 k における流量観測値 $y(k)$ が得られる【観測】。

<6> $\hat{\underline{x}}(k-1)$, $\underline{P}(k-1)$ と確定降雨強度 r_k に基づいて状態の推移を求め直し、時刻 k^- における状態 $\hat{\underline{x}}(k^-)$, $\underline{P}(k^-)$ を得る。

<7> $\hat{\underline{x}}(k^-)$, $\underline{P}(k^-)$ と流量観測値 $y(k)$ を用いたフィルタリング計算を実行し、時刻 k における状態の推定値 $\hat{\underline{x}}(k)$ とその共分散 $\underline{P}(k)$ を求める【フィルタリング】。

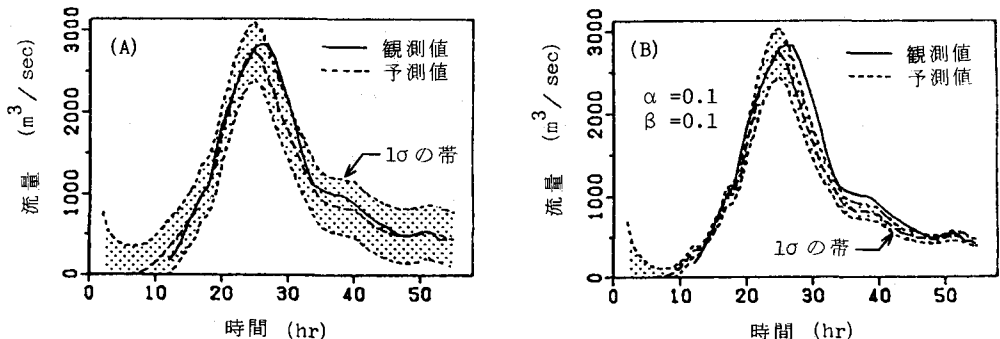
<8> $k = k + 1$ として<1>へ戻る。

7. 複合流域における洪水流出の確率予測^{5), 6)}

流域面積が数百～数千 km^2 の流域では、複数（ s 個とする）の単一流域に分割して流出解析が行なわれる。このような複合流域は多入力・多出力系であるため、単一流域の場合に比してやや複雑な取扱いとなる。まず、入力である降雨は各分割流域ごとの面積平均雨量をリードタイム分だけ予測しなければならないし、その時間的相関とともに空間的相関をも考慮に入れなければならない。すなわち、前章の<2>、<3>でスカラーとしていた $\hat{x}_i$, $i = 1, \dots, m$ はすべて s 次のベクトルであるから予測降雨ベクトル $\underline{u}_{k-1}$ は $(s \times m)$ 次となる。次に、流域内の何か所かにおいて観測流量が得られるので、時々刻々のそれらのデータをすべて状態推定に利用することができる（欠測が生じた場合の処理を考えておく必要がある）。また、各分割流域の流出モデルの次元（状態量の数）が大きいと全体としてかなり大きな次元をもつ状態空間モデルとなるので計算量が増大する。

複合流域への適用例として、由良川福知山流域（ 1350 km^2 ）をとりあげた。この流域では、主要な流量観測所が4か所あり、木村の貯留閘数法の組み合わせ（5流域2河道）で流出モデルを構成している。このような場合は、遅滞時間による“時間ズレ”を考慮して状態空間モデルに統合しなければならない。

図1は、昭和40年9月14日の洪水を対象とした例（福知山地点（警戒水位相当流量約 $1700 \text{ m}^3/\text{sec}$ 、計画高水流量 $5600 \text{ m}^3/\text{sec}$ ）の1時間先予測）である。(A)は定常状態推定法で、ノイズの分散が全期間を通じて一定（ピーク時の10%程度）とした場合；(B)は非適応的状態推定法で観測誤差10%程度（ $\alpha = 0.1$ ）、システムノイズの分散が状態量の10%程度（ $\beta = 0.1$ ）とした場合を示している。(A)の場合、低水時の予測誤差 1σ の幅が大きく評価されてしまう。低水時の誤差は相対的に小さいと考えてよいので、これは不合理な確率予測であると言える。2～4時間先の予測についても、非適応的状態推定法によって良好な結果を



<図1> 洪水流出の確率予測【福知山，1時間先；(A)定常状態推定法，(B)非適応的状態推定法】

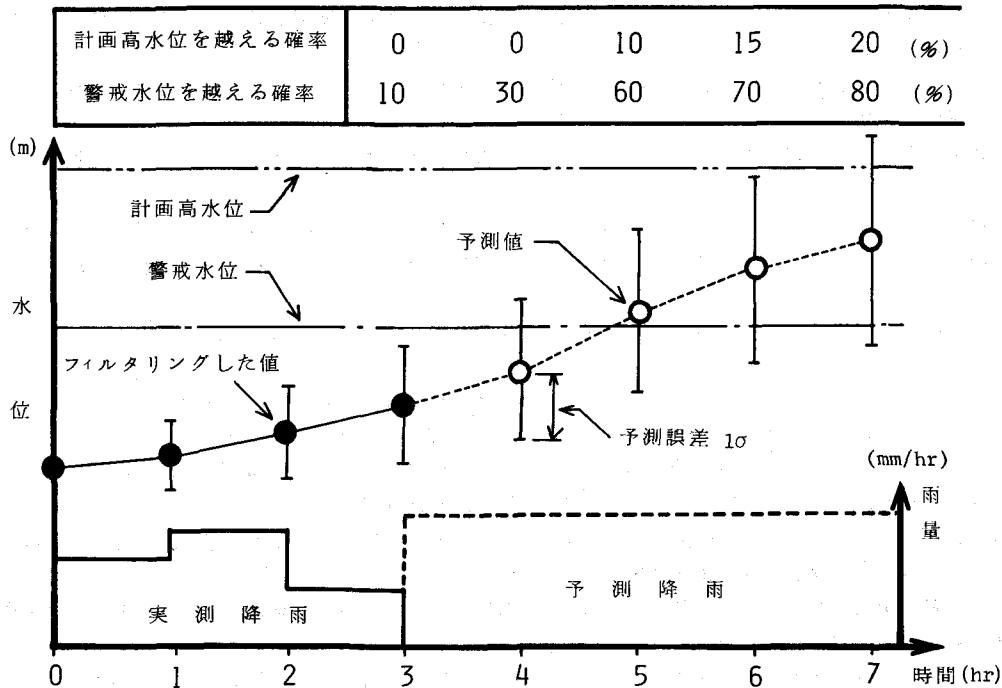
得ている。

8．洪水流出の確率予測の意義

洪水流出の確率予測は、例えば以下のように洪水予報に活用することができよう。

図2は、雨が降り始めて数時間経過した時点（その時刻を3時とする）における予測降雨（の平均値）とそれに基づく予測流量を水位に変換したものを示す概念図である。この時点の予報としては、例えば「2時間後に警戒水位を越える確率は80％、4時間後では80％である」とか、「4時間後に計画高水位を越える確率が20％であるから、〇〇地区の住民は直ちに避難せよ」などが可能である。何時間後に何％になれば、どのような洪水予報を発するか、ということも当該流域の実情に即して検討してゆくべき課題となろう。

洪水流出の確率予測が高い精度で行なわれると、上述のようにより有効な洪水予報が可能となる。これは、河川管理者や住民が差し迫る豪雨・洪水災害に“いつも有機的に”対応できるための必要条件であり、その実現に向けて今後とも努力してゆく必要があると考える。



<図2> 洪水流出の実時間確率予測の概念図

9．結 語

本論文では、洪水流出の実時間予測と洪水予報に関して、3つの主題を取扱った。

洪水流出の実時間予測にフィルタリング・予測理論を適用した研究は多数あるが、個々の手法の位置づけが明確にされないまま今日にいたっている。そのため、それぞれの研究の趣意が広く一般に認識されないばかりでなく、研究者同士の間でさえ議論がかみ合わないというもどかしさがあった。そこで、まず従来の研究をレビューしたのち、それらの適用法を分類整理するとともに、筆者らの方法の意義を明らかにした。ここでの議論によりこの種の研究に対する考え方がすっきりし、判り易いものとなった。

次に、単一流域と複合流域の両方について、実時間確率予測の実際的手法を具体的に提示した。実データへの適用例により本手法の有用性が明らかとなった。紙数の都合で、詳細については他の文献3)～8)を参照されたい。

さらに、降雨・流出の実時間予測と洪水予報の現状・問題点を概観し、本手法によって求められる流量予測を洪水予報にどのように活用してゆけばよいか若干の検討を加えた。これによって、洪水流出の確率予測のもつ意義をかなりの程度明確にし得たと考えている。

本研究は、文部省科学研究費補助金（試験研究(2),代表・高棹）の補助を受けた。また、建設省近畿地方建設局福知山工事事務所ならびに京都府大野ダム管理事務所からは貴重な資料・データを提供して頂いた。ここに記して深甚の謝意を表す次第である。

参 考 文 献

- 1) 高棹・椎葉(1979): 流出システムのフィルタリングと予測, 第18回自然災害科学総合シンポジウム講演論文集, pp.133-136.
- 2) 高棹・椎葉(1980): 流出システムのフィルタリングと予測(第2報), 第17回自然災害科学総合シンポジウム講演論文集, pp.213-216.
- 3) 高棹・椎葉・宝(1982): 貯留モデルによる実時間流出予測に関する基礎的研究, 京都大学防災研究所年報, 第25号 B-2, pp.245-267.
- 4) 高棹・椎葉・宝(1982): 洪水流出の確率予測におけるモデルと手法, 第19回自然災害科学総合シンポジウム講演要旨集, pp.63-66.
- 5) 高棹・椎葉・宝(1983): 複合流域における洪水流出の確率予測手法, 京都大学防災研究所年報, 第25号 B-2, pp.181-196.
- 6) Takara, Shiiba, Takasao (1983): A stochastic method of real-time flood prediction in a basin consisting of several sub-basins, Journal of Hydrosience and Hydraulic Engineering, J.S.C.E., Vol.1, No.2.
- 7) 日野(1974): 水文流出系予測へのカルマン・フィルター理論の適用, 土木学会論文報告集, No.221, pp.39-47.
- 8) Chiu, Chao-Lin, ed. (1978): Application of Kalman Filter to Hydrology, Hydraulics, and Water Resources, Proc. of AGU Chapman Conference held at University of Pittsburgh.
- 9) Wood, E.F.;ed (1980); Real-Time Forecasting / Control of Water Resources Systems, selected papers from an IIASA Workshop, Oct.18-20, 1976, Pergamon Press.
- 10) 西村・室田・江藤(1977): 貯留関数とカルマン・フィルターを組み合わせた流出予測法の特性解析, 土木学会年次学術講演会講演概要集第2部, pp.161-162.
- 11) 星・山岡・荒木(1981): 流出予測における適応制御理論の応用に関する研究, 昭和56年度 土木学会北海道支部 論文報告集, II-17.
- 12) 砂田(1982): 非線形流出系の実時間洪水流量予測, 第28回水理講演会論文集, pp.379-385.
- 13) 高棹・永末(1982): 淀川水系における洪水の予知・予報と今後の展望について, 第19回自然災害科学総合シンポジウム講演要旨集, pp.47-50.
- 14) 木下(1982): 洪水予報の最近の技術——利根川の洪水予報の例, 第19回自然災害科学総合シンポジウム講演要旨集, pp.51-54.
- 15) Gelb, A.,ed.(1974): Applied Optimal Estimation, The MIT Press, U.S.A., pp.203-214.
- 16) 戸川(1973): 微分方程式の数値計算, オーム社, P.47.
- 17) 高棹・椎葉・宝(1981): 確率論的な流出予測に関する研究——有色ノイズの導入, 京都大学防災研究所年報, 第29号 B-2, pp.125-142.