第28回水理講演会論文集 1984年2月

降雨データを用いない洪水予測法に関する研究
Flood Prediction without Rainfall Data

東京工業大学 正員 日野幹雄
成均館大学校 正員 金 治弘
by M. Hino & Chi Hong Kim

1. 序 論

洪水予測に関して、これまで様々の方法が提案されている。 しかし、如何に技法を駆使しても洪水流量の実測値と予測値が、特に洪水ピーク時において、合わないというのが現況のようである。その主要な原因は、降雨の予測の困難さと、水文現象の非線型性にあると考えられる。

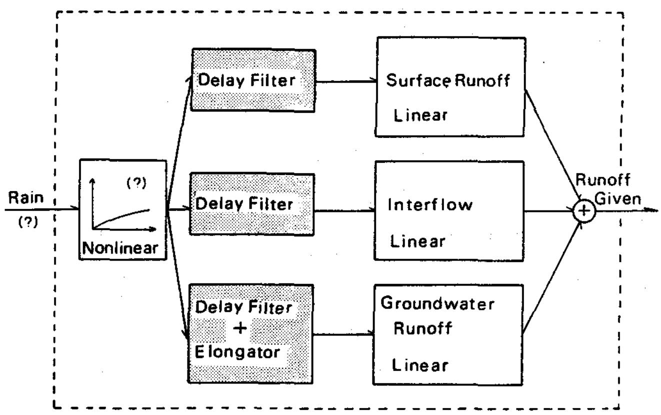
ところで、一見非線型性が強いと考えられる水文系からの流出も、これを地下水流出、中間流出、表面流出というようにサブシステムからの流出成分に分離することができれば、各成分系を線型系で表わせること、したがって、降雨−流出系の非線型性は降雨を各成分降雨に分離する際の非線型分離則にあることが、最近の研究により明らかにされてきた(日野,長谷部 1979,1980 吉川,砂田,フン 1979)。そこで、この考え方を流出予測に応用すれば、予測の精度を相当に向上することができるであろうと考える。

本研究では、日野・長谷部の流出成分分離AR法を使い,降雨データを用いることなく流量データのみから有効成分降雨を逆推定し、これから洪水流量を予測する手法を提案する。

2. 成分分離法の概要[1)]

まず、流量時系列の対数プロットの勾配から分離時定数T_cを決定する。つぎに、これに相当するカット・オフ周波数f_cをもつ片側作用低周波ろ波フィルターを設計し、流量時系列を二ないし三個の成分に分離する。その結果、各成分は線型系で表現される。降雨−流出の非線型性は降雨を各成分降雨に分離する分離則にあると考える(図−1)。

各流出成分の流量時系列はAR (Auto Regressive) モデルで表現でき、それを変換すれば各流出成分ごとの応答関数表現を得ることができる。そのARモデルの回帰係数は Yule-Walker法やMEM (Maximum Entropy Method) スペクトルの予測誤差フィルターから求められる。



図−1：システム図

分離ろ波フィルターの設計法は次のようである。 Mass- dashpot- spring系に入力y(t) がある場合の出力$\tilde{y}(t)$は次式で表現される。

$$\tilde{y}(t) = \int_0^{\infty} w(\tau)\, y(t-\tau)\, d\tau \tag{2.1}$$

ここに、w は単位インパルス応答で、フィルターの減衰が大きく非振動型の場合は次のようになる。

$$w(\tau)\begin{cases} = \exp(-\frac{c_1}{2}\tau)\cdot\sinh(\sqrt{c_1{}^2/4-c_0}\ \tau)/\sqrt{c_1{}^2/4-c_0} & (\tau \geqq 0) \\ = 0 & (\tau < 0) \end{cases} \qquad (2.2)$$

w(τ)の周波数応答特性は次のように表わされる。

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\{1-(\omega/\omega_0)^2\}^2 + \delta^2(\omega/\omega_0)^2}} \qquad (2.3)$$

ここに、

$$\omega_0 = \sqrt{c_0}$$

なお、係数 c_0, c_1はそれぞれフィルターの減衰と周期に関するパラメーターで、減衰係数 δ と時定数T_cとの間には次の関係がある。

$$T_c = c_1 / c_0 \qquad (2.4)$$

$$\delta = c_1 / \sqrt{c_0} \qquad (2.5)$$

このとき、c_0 , c_1 は次のように定まる。

$$c_1 = \delta^2 / T_c$$
$$c_0 = (\delta / T_c)^2 \qquad (2.6)$$

したがって、成分流量の片対数プロットから決まる時変数T_cと、式（2.3)から減衰パラメ－タ－ δ を適当に選んで(普通 δ =2.5 位にしている）、片側作用のフィルター、式（2.2)，が得られる。

3. 各流出成分系のＡＲＭＡ係数および応答関数

数値フィルターに観測される流量時系列を通して、これを各流出成分に分離する。その後、各成分流量時系列の逓減部のハイドログラフからAR係数を求める。

一般に線型の降雨流出系は降雨を入力とするARMAモデル式（3.1)で表わすことができる。

$$y_i^{(\ell)} = a_1 y_{i-1}^{(\ell)} + a_2 y_{i-2}^{(\ell)} + \cdots + a_p y_{i-p}^{(\ell)} + b_0 x_i^{(\ell)} + b_1 x_{i-1}^{(\ell)} + \cdots b_q x_{i-q}^{(\ell)} + \varepsilon_i^{(\ell)} \qquad (3.1)$$

ここに、 $x_i^{(\ell)}$, $y_i^{(\ell)}$ は、サブシステム（ ℓ= 1,2,3)の時間降雨量と流量を表わし、$\varepsilon_i^{(\ell)}$は雑音項である。ここで は、(3.1)式の右辺の入力項は、1 項のみを考えて

$$b_{i'}\begin{cases} \neq 0 & i' = k \\ = 0 & i' \neq k \end{cases}$$

$$y_i^{(\ell)} = a_1^{(\ell)} y_{i-1}^{(\ell)} + a_2^{(\ell)} y_{i-2}^{(\ell)} + \cdots a_p^{(\ell)} y_{i-p}^{(\ell)} + b_{i'}^{(\ell)} x_{i'}^{(\ell)} + \varepsilon_i^{(\ell)} \tag{3.2}$$

降雨終了後は、x の項が零となり、式(3.2) はARモデルとなる。

$$y_i^{(\ell)} = a_1 y_{i-1}^{(\ell)} + a_2 y_{i-2}^{(\ell)} + \cdots + a_p y_{i-p}^{(\ell)} + \varepsilon_i^{(\ell)} \tag{3.3}$$

前述のように、ARモデルの係数は、Yule-Walke法や MEMスペクトル法、あるいは、重相関回帰法により求めることができる。一方、線型の入出力関係は重畳積分型でも表わすことができる。

$$y(t) = \int_0^\infty h(\tau)\cdot x(t-\tau)d\tau \tag{3.4}$$

これを離散化し、 x と y を同じ単位(例えば mm/hr)で表わせば次式になる。なお、流出成分を表わす上つき添字 ℓ は以下の記述では簡単のために省略する。つまり、h_m は $h_m^{(\ell)}$のことである。

$$y_i = h_0 x_i + h_1 x_{i-1} + \cdots + h_m x_{i-m} = c(B)x_i \tag{3.5}$$

ここに、

$$c(B) = h_0 + h_1 B + \cdots + h_m B^m \tag{3.6}$$

B は Backward shift operatorである。なお、ここでx_iはこの時刻に降った雨ではなく、実際にはある遅れ時間だけ前の有効降雨 $x_{i-\ell ag}$ を意味している。

もし、 x と y を異る単位(例えばx をmm/hr,y=m^3/s)で表わすとき(これを区別するために y'と表わす), 単位変換係数 λを導入して

$$y'_i = \lambda(h_0 x_i + h_1 x_{i-1} + \cdots + h_m x_{i-m}) = \lambda c(B)x_i \tag{3.7}$$

ここに、

$$\lambda(m^3/s) = 1(mm/hr)\cdot A(km^2) \times \frac{10^{-3}\cdot 10^6}{3.6\times 10^3} = \frac{A}{3.6} \tag{3.8}$$

単位の雨が降り続く場合を考えると，降雨強度と流量は等しくなり $x_i = 1$ で $y_i = 1$ であること、あるいは単位のインパルス降雨に対する全流量が 1 となることから、

$$\int y(t)dt = \iint h(\tau)\cdot\delta(t-\tau)d\tau dt = \int h(\tau)d\tau = 1 \tag{3.9}$$

となり、応答関数について次の関係が成立しなければならない。

$$h_0 + h_1 + h_2 + \cdots + h_m = 1 \tag{3.10}$$

前と同様に、単位の降雨が降り続く場合を考えると、式 (3.2)から降雨に関する係数 b は次のように導かれる。

$$b = 1 - a_1 - a_2 - \cdots\cdots \tag{3.11}$$

又、(3. 2) 式と(3. 5) 式の関係から

$$(1 - a_1 B - a_2 B^2 \cdots\cdots)(h_0 + h_1 B + h_2 B^2 + \cdots\cdots) = b \tag{3.12}$$

となる。 上式を展開してB の等べきの係数を比較すれば、AR係数と応答関数 h_i の関係が次式で求まる。

$$h_0 = (1 - a_1 - a_2 - \cdots\cdots)$$
$$\vdots$$
$$h_n = \sum_{j=1}^{n} h_{n-j}\, a_j \tag{3.13}$$

このようにして、各流出成分の回帰係数が求められれば、これを変換して応答関数は (3.13) 式によって求められる。 又、逆推定降雨の求め方は式(3.2) と式(3.5) を変形して次の２通りの方法により求めることができる。

$$x_i = \frac{(1 - a_1B - a_2B^2 - \cdots)y_i}{\lambda b_{i'}} \tag{3.14}$$

または、

$$x_i = \frac{y_i}{\lambda(h_0 + h_1B + h_2B^2 + \cdots)} \tag{3.15}$$

4. ARMAモデルによる降雨時系列の逆算と洪水予測

流出分離法よって各流出成分に分離された流量時系列y_k（ 第ℓ成分ならば$y_k^{(\ell)}$と書くべきであるが簡単のために単に y_k と書く）は、それ以前の流量時系列と回帰係数 a_i を用いて、次のように表示できる。

$$y_k = a_1y_{k-1} + a_2y_{k-2} + \cdots + a_ny_{k-n} + \lambda bx_k \tag{4.1}$$

ここに、

y_k ：現時点 $t = k\Delta t$ での流量(m/s)

a_i ：AR係数

x_k ：有効成分降雨時系列(mm/hr)(時点はk-ℓag)

λ ：単位変換係数

今、式(4.1) を変形し、観測された（正確にいうと、観測された流量より数値フィルターにより刻々分離された）成分流量時系列$y_k, y_{k-1}, y_{k-2}, \cdots$から推定される有効成分降雨を $\hat{x}_{k-\ell ag}$ と表示すると、式(4.2) となる。

$$\hat{x}_{k-lag} = (y_k - a_1y_{k-1} - a_2y_{k-2} - \cdots\cdots - a_ny_{k-n})/\lambda b \tag{4.2}$$

この有効成分降雨x_{k-lag}は、現時点 k時点よりlag だけ前のものと考える。ただし、このARMAモデルではインパルス入力に対する最大応答時間が lagにあたり、実際上lagは零、若しくはそれに近い値となる。

そして、現時点($t=k\Delta t$) よりkpステップ先の流量予測値は、次式によって求められる。

$$y'_{k+kp} = a_1y'_{k+kp-1} + a_2y'_{k+kp-2} + \cdots + a_{kp}y_k + a_{kp-1}y_{k-1} + \cdots + \lambda bx'_{k+kp} \tag{4.3}$$

ここに、

y'_{k+kp} ：上式から予測される流量(kp>0)

y_{k-i} ：実測流量(i =0,1,2,..........)

x'_{k+kp} ：予測成分降雨である。

この式で、(k + kp)ステップに対する洪水成分流量を予測するには (k + kp)ステップでの降雨x_{k+kp}を予測する必要がある。これについては、6 で説明する。

5. 応答関数モデルによる洪水予測

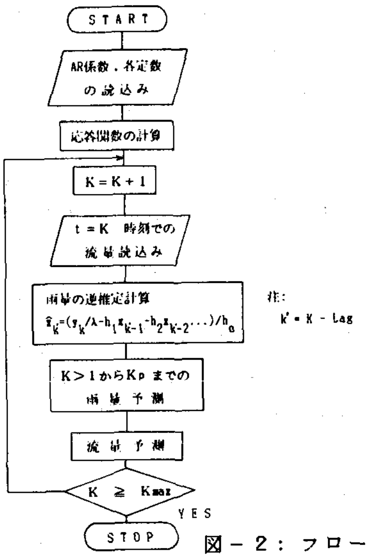
降雨ー流出系のいまひとつの表現である応答関数による重畳積分式((3.4)式) を離散化して x と y とを異なる単位、例えば降雨量をmm/hr，流量を m³/sで表わすと

$$\begin{aligned} y_k &= \lambda(h_0x_k + h_1x_{k-1} + \cdots + h_mx_{k-m}) \\ &= \lambda(h_0 + h_1B + h_2B^2 + \cdots)x_k = \lambda c(B)x_k \end{aligned} \tag{5.1}$$

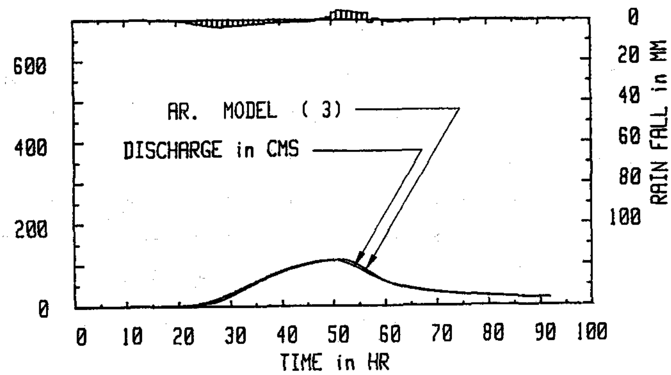
(5.1) 式での有効成分降雨x_kは、 k 時刻に降った雨でなく実際には、ある遅れだけ前の有効成分である x_{k-lag} の雨量を表現している。しかし、4 節で記したように実際上 lagは、零若しくはそれに近い値となる。

式(4.2) により k 時点までの降雨時系列が逆算されると、 k + kp 時点の予測流量 y'_{k+kp}は、応答関数表示式を用いて次式から求められる。

$$y'_{k+kp} = \lambda(h_0 x'_{k+kp} + h_1 x'_{k+kp-1} + \cdots + h_{kp}\hat{x}_k + h_{kp+1}\hat{x}_{k-1} + h_{kp+2}\hat{x}_{k-2} + \cdots) \quad (5.2)$$

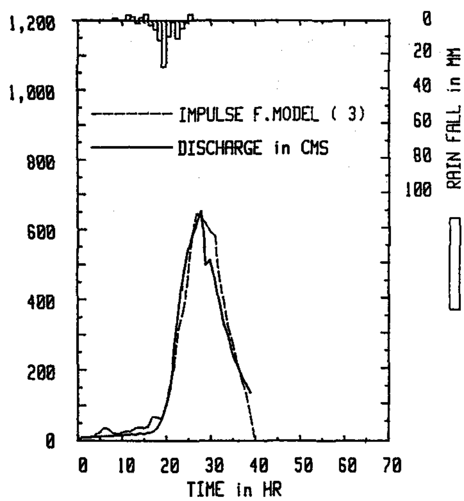


図－2：フローチャート



図－3：長期流出成分の予測結果

上式で y' 及びx'は予測量を示し、$\hat{x}$は式(4.2) により実測流量から逆算された有効成分降雨を示す。図-2にこの方法による洪水予測のフローチャートを示す。



図－4：短期流出成分の予測結果

（カルマン・フィルター併用）

6. 逆推定降雨時系列からの降雨予測

式(4.3) と式(5.3) 示したように、k 時点からkpステップの先の時点での流出成分に対する洪水予測をするには、逆推定成分降雨時系列から、それより先の時点(k-lag以後) の降雨x'_{k+kp}を予測しなければならない。そこで、次のような方法で検討して最終的に、ひとつの方法を決めることにした。

(1) 長・中期の有効成分降雨は、地中への浸透過程での平滑化作用のために、滑らかな時間変化をするので、 k ≧ i 時点の推定降雨を、次の2つの外挿方法を考える。すなわち、

単純外挿 ： $$x'_{k+1} = 2\hat{x}'_k - \hat{x}'_{k-1} \quad (6.1)$$

普通外挿(Lagrange の補間公式でn=3 の時) ：

$$x'_{k+1} = \hat{x}_{k-2} - 3\cdot\hat{x}'_{k-1} + 3\cdot\hat{x}'_k \quad (6.2)$$

(2) 一方、未来の降雨は実際的には予測が不可能であるので、すべての未来の降雨はzeroとみなす。

(3) 平滑化された降雨の変化は、極めて緩やかであるので、現時点の有効降雨成分と同じ量を仮定する。

そして検討の結果、長・中期流出成分については、(3)の 方法の予測が、有効降雨成分の予測値として妥当であった。これは降雨地中への浸透過程でその変化が平滑化されるためである。

7. 適用例

神流川（流域面積373.6km)の洪水記録を２つのグループに分け、一方を training dataとし，他方を checking data とする。training data のそれぞれについて流量成分分離を行い、各々の洪水データについてのAR係数を同定する。それらの平均値としてのAR係数およびそれを変換した応答関数が得られる。

神流川の No.14データ(1959 年9 月）については、流出分離結果、二つの成分、すなわち、長期と短期流出成分に分離され、長期流出成分についての3 時間先の洪水予測をARMAモデルによる降雨時系列の逆算から行ったのが図-3である。精度よく行われている。

一方、5.の応答関数モデルによる降雨時系列の逆算からの神流川No.14 データの長期流出成分時系列の3 時間先の洪水予測が図-4である。いずれの成分についての実測値と予測値の間に良い一致がみられる。なお、本方法で予測を行う場合、短期流出成分については成分降雨の予測が必ずしも高くないので更にカルマン・フィルターを併用する方が良い。これについては他の機会に述べる。

参　考　文　献

1)日野幹雄、長谷部正彦：流量時系列のみによる降雨時系列、流域の特性および流出分離の推定について、第２３回水理講演会論文集、1979、3 月.

2)日野幹雄、長谷部正彦：流量時系列のみによる流出解析について、土木学会論文報告集、第300 号、1980、8 月.

3)吉川秀夫、砂田憲吾、グエン・ソン・フン：洪水流量逓減曲線の特性を考慮した流出モデルに関する研究、土木学会論文報告集、第 283号、1979。