

貯留施設と排水施設を並用した高水計画の安全性

Risk in Flood Control by Means of a Conjunctive System
with a Storage and a Drainage Facilities

近畿大学理工学部 正 員 江 藤 剛 治
大阪大学 工学部 正 員 室 田 明
大阪大学 大学院 学生員 柳 本 速 雄

1. はじめに

貯留により水を治めるのか排水により水を治めるのか、両者を並用するとすればどのような考え方で治水機能を分担させるのか — この簡明かつ治水計画上の基本的な問題に対して、いまだ明確な結論・指針は示されていない。本研究ではこの問題について水文統計学的な側面から検討を行い、もって貯留を伴う治水システムの安全度、貯留施設（ダム、遊水池等）と排水施設（河川、トンネル、ポンプ等）の間の機能分担のあり方について、具体的な評価の手法、およびその理論的な裏付けを与えることを目的とする。

貯留施設のみにより治水を行うとすれば、洪水ごとの総流量（総雨量）を確率評価し、ある生起確率に対応する総流量を貯えるに必要十分な容量を持つ貯留施設を備えねばならない。排水施設のみによる場合は、ピーク流量（ピーク雨量）の確率評価により排水能力を決定すればよい（現行の方式）。両者を並用する場合は、当然、総流量およびピーク流量の結合分布に基づいて安全度評価、および両施設の容量決定を行うべきである。

これまでこのような計画手法が提示されていないのは、既往の高水計画は主として排水施設に依存することを前提として策定されてきたことによるものと考えられる。この場合はピーク流量を主たる計画指標として計画を策定すればよい。周知のごとく、最近の治水計画では、貯留による高水制御も重要な位置を占めるようになってきた（補遺1参照）。昭和52年改訂の建設省河川砂防技術基準（案）においても、ピーク流量のみならず、貯留量に対してもある程度の配慮が必要であることが指摘されている（補遺2参照）。

本論文では、単一の貯留施設と単一の排水施設を持つ単純な治水システムについて、安全度評価のための基礎理論と実用解法を示す。一般の流域についても、基準点上流の貯留施設群の総容量を容量とする単一の貯留施設、および排水施設群の総排水容量を容量とする単一の排水施設が存在するものと置き換えて考えれば、本論文で提示する手法・理論を、流域全体としての概略の安全度評価、貯留施設群と排水施設群の間の治水機能分担のあり方についての検討等に適用することができる。

2. 等危険度線の方程式

2.1 定 義

排水施設の容量（ m^3/sec 単位）を y_0 とする。貯留施設の容量（ m^3 単位）を z_0 とする。洪水被害の発生頻度 ϵ を一定に保つとすれば、 y_0 が大きいときは z_0 は小さくてよい。同様に z_0 が大きいときは y_0 は小さくてよい。すなわち y_0 と z_0 の間にある関数関係が成り立つ。

$$G(y_0, z_0) = \epsilon \tag{1}$$

式（1）を「等危険度線の方程式」と名付ける。多次元（施設数が3以上）の場合についても同様の式を考えることができる。

一定量放流方式の貯留施設と、一定率放流方式の貯留施設を考える（補遺5参照）。以下それぞれに対して等危険度線の方程式を導く。

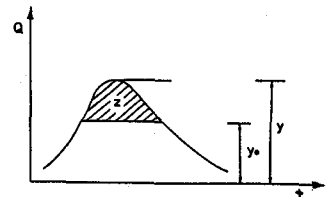


図-1 一定量放流

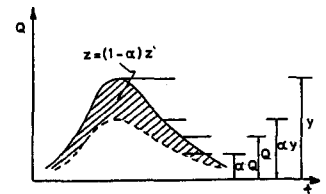


図-2 一定率放流

2.2 一定量放流の場合¹⁾

洪水の年平均生起回数を λ とする。図-1 でピーク流量 y が、排水施設容量 y_0 を超える洪水 ($y > y_0$) の年平均生起回数は $\{1 - F_y(y_0)\} \lambda$ である。ここに、 $F_y(y)$ はピーク流量 y の確率分布関数 (cdf)。貯留量 z は y_0 以上の流量の総和である。 $y \geq y_0$ の条件付の z の cdf を $F_{z'}(z) |_{y \geq y_0}$ とする。 $z' \geq z_0$ のとき貯留施設も満杯となり、洪水被害が起こる。その回数を ϵ とする。すなわち、

$$\{1 - F_y(y_0)\} \lambda \{1 - F_{z'}(z_0) |_{y \geq y_0}\} = \epsilon \quad (2)$$

式(2)が、一定量放流に対する等危険度線の方程式である。

排水施設のみにより治水を行うとすれば、 $z_0 = 0$ 。したがって $F_{z'}(z_0) |_{y \geq y_0} = 0$ 。よって

$$\{1 - F_y(y_0)\} = \epsilon / \lambda \quad (3)$$

ここに、 y_0 は排水施設のみにより治水を行う場合に、 ϵ を一定に保つに必要な排水施設容量。すなわち y_0 は z' の確率分布とは無関係に、ピーク流量 y の確率分布のみから定まる。同様に、貯留施設のみにより治水を行う場合に必要貯留施設容量 z_0 は、総流量の確率分布関数 $F_{z'}(z_0) |_{y \geq y_0}$ のみを用いて求めることができる。すなわち、このような場合には、ピーク流量と総流量の結合分布に関する知識は全く必要ないという点に注意しておく。

2.3 一定率放流の場合

一定率・一定量放流 (洪水の初期段階には一定率放流し、流入量がある水準以上になったとき一定量放流する方式) を一定率調節と呼ぶ。本論文では、図-2 に示すように、洪水期間を通じて $(1 - \alpha)$ の割合で洪水流を貯留する方式を一定率放流と呼ぶことにする。

図-2 より、ピーク放流量は αy 、貯留量は $(1 - \alpha) z$ となる。ここに z は総流量。 $\alpha y > y_0$ 、あるいは $(1 - \alpha) z > z_0$ のとき、排水施設か貯留施設のいずれかがパンクする。パンクしない確率は、

$$\text{Prob} \{y \leq y_0 / \alpha \cap z \leq z_0 / (1 - \alpha)\} \quad (4)$$

よって等危険度線の方程式は

$$\{1 - F_{yz}(y_0 / \alpha, z_0 / (1 - \alpha))\} \cdot \lambda = \epsilon \quad (5)$$

ここに、 $F_{yz}(y, z)$ は、ピーク流量 y と総流量 z の結合確率分布関数。

3. 一雨降雨特性の確率分布¹⁾

x, y, z を一雨降雨の継続時間、ピーク雨量、総雨量とする。ハイドログラフを考える場合には y, z はピーク流量、総流量となる。

x が大きいとき y, z も大きくなるのが予想される。ただし x が大きくなるとき y は比例して線形的に大きくなるのではなく、増加率はてい減するものと考えられる。よって x と y の平均的な関係を次式で表わす。

$$\hat{y} = \zeta(x), \quad \zeta(x) = k_1 x^a \quad (0 \leq a \leq 1) \quad (6)$$

y はさらに、 $\hat{y}$ のまわりに独立に分布する成分を持つ。これを η で表わし、 $\zeta(x)$ に乗じてバラツキを表わす。 x と y の対数を取れば、その平均的な関係からの偏差 (バラツキ) が η の対数となる。この場合バラツキは平均的な関係に加える形で表わされる。このとき、

$$y = \zeta(x) \cdot \eta \quad (\eta \geq 0, E(\eta) = 1) \quad (7)$$

z は $1/2 \cdot x y$ に比例するものとすれば

$$z = \xi(x) \cdot \eta, \quad \xi(x) = \frac{1}{2} k_3 x^{1+a}, \quad k_3 = k_1 \cdot k_2 \quad (8)$$

x, y, z の3変数の結合分布関数を扱うのであるから、本来少なくとも3個の独立なランダム変数が必要である。しかしここでは x, η の2個のランダム変数しか用いていないので、 x, y, z 関係に内在するバラツキのうち、ある部分は表現しえない。しかしながらこのような定式化により、理論的な取り扱いを著しく簡略化することができる。

$f_1(), f_2(), f_5(), f_6()$ をそれぞれ x, η の確率密度関数 (pdf), $(x, y), (x, z)$ の結合確率密度関数とする。また x, η はともに、ガンマ分布に従うものとする。このとき、

$$f_1(x) = \frac{\beta_1 \alpha_1}{\Gamma(\alpha_1)} x^{\alpha_1-1} e^{-\beta_1 x}, \quad f_2(\eta) = \frac{\beta_2 \alpha_2}{\Gamma(\alpha_2)} \eta^{\alpha_2-1} e^{-\beta_2 \eta} \quad (9)$$

$$f_5(x, y) = 1/\zeta(x) \cdot f_1(x) \cdot f_2\{y/\zeta(x)\} \quad (10)$$

$$f_6(x, z) = 1/\xi(x) \cdot f_1(x) \cdot f_2\{z/\xi(x)\} \quad (11)$$

ここに、 α_1, β_1 は x の pdf の形状母数、尺度母数、 α_2, β_2 は同様に η の pdf の母数。

$(y, z), (x, y, z)$ の結合分布の cdf (pdf) も求めることができるが、式形が複雑になるので割愛する。

4. 等危険度線の方程式の性質 (一定量放流の場合)

4.1 考え方

式(2)の $F_{z'}()|_{y \geq y_0}$, 式(5)の $F_{yz}()$ を評価するには、 y と z , あるいは x, y, z の結合確率分布関数を知る必要がある。一定率放流の場合は $F_{yz}()$ を知って (本論文では割愛), α および ε/λ を与えれば、式(5)よりただちに等危険度線の方程式を数値計算し、図化することができる。本論文では一定量放流の場合の等危険度線の方程式の性質について調べる。

式(2)中で未評価の項は $F_{z'}(z_0)|_{y \geq y_0}$ である。式(6)~(10)を用いてこの項を評価する。

$$\text{Prob}(A \cap B) = \text{Prob}(A | B) \cdot \text{Prob}(B) \quad (12)$$

を用いて、

$$\text{Prob}(z' \leq z_0 | y \geq y_0) = \text{Prob}(z' \leq z_0 \cap y \geq y_0) / \text{Prob}(y \geq y_0) \quad (13)$$

ここに、

$$\text{Prob}(z' \leq z_0 | y \geq y_0) = F_{z'}(z_0) |_{y \geq y_0} \quad (14)$$

$$\text{Prob}(y \geq y_0) = 1 - F_y(y_0) = \int_{y_0}^{\infty} \int_0^{\infty} f_5(x, y) dx dy \quad (15)$$

$\text{Prob}(z' \leq z_0 \cap y \geq y_0)$ を (x, y) 面上で評価する。図-3より

$$z' = \frac{1}{2} k_2 \frac{(y - y_0)^2}{y} \cdot x \quad (16)$$

よって $z' \leq z_0$ の条件は、

$$\frac{1}{2} k_2 \frac{(y - y_0)^2}{y} x \leq z_0 \quad \text{あるいは} \quad x \leq \frac{2z_0}{k_2} \cdot \frac{y}{(y - y_0)^2} \quad (17)$$

よって $(z' \leq z_0 \cap y \geq y_0)$ なる条件は、 (x, y) 面上では図-4の斜線部になる。よって

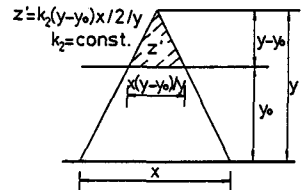


図-3 排水容量と貯留容量の関係

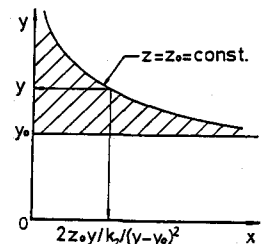


図-4 $\text{Prob}(z' \leq z_0 \cap y \geq y_0)$ を求める時の積分領域

$$\text{Prob}(z' \leq z_0 \cap y \geq y_0) = \int_{y_0}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{2z_0}{k_2} \cdot \frac{y}{(y-y_0)^2} f_5(x, y) dx dy \quad (18)$$

(18)/(15)より $F_{z'}(z_0) | y \geq y_0$ が求まり、したがって式(2)の一定量放流に対する等危険度線の方程式を評価することができる。

4.2 ピーク流量と洪水継続時間が独立に指数分布に従う場合¹⁾

前述のごとく、排水施設のみ、あるいは貯留施設のみにより治水を行う場合に ε を一定に保つに必要な排水施設の容量 y_{00} 、あるいは貯留施設の容量 z_{00} は、結合分布関数を用いることなく、ピーク流量(雨量)、総流量(雨量)の確率分布関数から別々に、容易に求めることができる。

著者らはすでに、ピーク流量と洪水継続時間が独立に、ともに指数分布に従うときは、等危険度線は $(y_{00}, 0)$ で y_0 軸に接し、 $(0, z_{00})$ で z_0 軸と負の勾配で交わることを証明した。¹⁾ よって等危険度線の概形は図-5に示す曲線で表わされる。この曲線を次式で近似する。

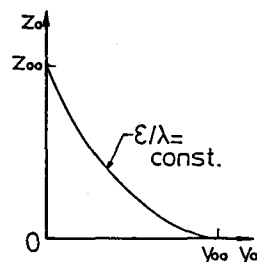


図-5 等危険度線の概形

$$\frac{z_0}{z_{00}} = \left(\frac{y_{00} - y_0}{y_{00}} \right)^s \quad (19)$$

$s=2$ のとき放物線となる。 y_{00}, z_{00} は容易に求まるので、あとは s がどの程度の値になるかを知ることができれば、等危険度線の方程式の近似式を、簡便に推定することができる。

式(6)、(7)で $a=0$ とすれば y は η のみの関数となり x とは独立となる。 $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ とすれば、 x も η も指数分布に従う。 $a=0$ のとき $y \sim \eta$ なので y も指数分布に従う。さらに $E(\eta) = 1$ より、 $\beta_2 = \alpha_2 = 1$ 。この時、式(2)は次のように簡略化される。

$$\int_{y_0}^{\infty} \int_0^{\infty} f_5(x, y) dx dy - \int_{y_0}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{2z_0}{k_2} \cdot \frac{y}{(y-y_0)^2} f_5(x, y) dx dy = \varepsilon / \lambda \quad (20)$$

独立の条件および $y = k_1 \eta$ より、

$$\int_{y_0}^{\infty} f_y(y) dy \int_0^{\infty} f_1(x) dx - \int_{y_0}^{\infty} f_y(y) \int_0^{k_2} \frac{2z_0}{k_2} \cdot \frac{y}{(y-y_0)^2} f_1(x) dx dy = \varepsilon / \lambda \quad (21)$$

$$\int_{Y_0}^{\infty} f_2(\eta) d\eta \int_0^{\infty} f_1(x) dx - \int_{Y_0}^{\infty} f_2(\eta) \int_0^{k_1 k_2} \frac{2z_0}{k_1 k_2} \cdot \frac{\eta}{(\eta-Y_0)^2} f_1(x) dx d\eta = \varepsilon / \lambda \quad (22)$$

ここに、

$$f_2(\eta) = e^{-\eta}, f_1(x) = \beta_1 e^{-\beta_1 x}, Y_0 = y_0 / k_1, f_y(y) \text{ は } y \text{ の pdf.}$$

式(22)を変形して無次元化すれば、

$$G(Y_0, Z_0) = \exp(-Y_0) - \int_0^{\infty} \exp\{-(u+Y_0)\} [1 - \exp\{-(\frac{1}{u} + \frac{Y_0}{u^2})Z_0\}] du = \varepsilon / \lambda \quad (23)$$

ここに、 $u = \eta - Y_0$, $X = \beta_1 x$, $Z_0 = 2\beta_1 z_0 / (k_1 \cdot k_2)$

式(23)より無次元化された等危険度線の方程式 $G(Y_0, Z_0)$ を求めることができる。

実際の計算においては、

$$H = \{ G(Y_0, Z_0) - \varepsilon / \lambda \}^2 \quad (24)$$

とおき、 Y_0 の種々の値に対して、 H を最小とする Z_0 を計算することにより等危険度線を求めた。

結果の例を図-6に示す。同図上には、式(19)で $s=2, 3, 3.5$ とした場合の曲線も示している。理論どおり、 $G(Y_0, Z_0) = \varepsilon / \lambda$ は Y_{00} で Y_0 軸に接する。またこれを式(19)で近似するとすれば、 $s=3$ 程度の値に対してもっとも近似度が高くなること、2次放物線近似($s=2$)はかなり安全側の設計となることなどがわかる。

$\varepsilon/\lambda = 1/10 \sim 1/100000$ に対して、 $G = \varepsilon/\lambda$ を式(19)で最小二乗近似したときの s の値を表-1に示す。 s は 2.9 ~ 3.3 で、平均約 3.1 である。よって x と y が独立でともに指数分布に従うときは、やや安全側を採って、 $s = 3$ とすれば式(19)により等危険度線の方程式を近似することができる。

4.3 ピーク流量と洪水継続時間が完全線形従属の場合

y の x のまわりのバラツキ、すなわち η の分散が 0 の場合である。

$$E(\eta) = \alpha_2 / \beta_2 = 1, \text{ Var}(\eta) = \alpha_2 / \beta_2^2 = 0 \quad (25)$$

より、 $\alpha_2 = \beta_2 = \infty$ の場合である。このとき

$$y = k_1 x^a \quad (26)$$

線形従属であるから、さらに $a = 1$ 。よって $F_1(x)$ を x の c d f とすれば、

$$F_y(y_0) = \text{Prob}(y \leq y_0) = \text{Prob}(k_1 x \leq y_0) = F_1(y_0/k_1) \quad (27)$$

$$\text{Prob}(y \geq y_0) = \text{Prob}(x \geq y_0/k_1) = 1 - F_1(y_0/k_1) \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \text{Prob}(z' \leq z_0 \cap y \geq y_0) &= \text{Prob}\left\{\frac{1}{2}k_2 \frac{(y - y_0)^2}{y} x \leq z_0 \cap y \geq y_0\right\} \\ &= \text{Prob}\left\{\frac{1}{2}k_2 \frac{(k_1 x - y_0)^2}{k_1 x} x \leq z_0 \cap k_1 x \geq y_0\right\} \\ &= \text{Prob}\left\{y_0/k_1 \leq x \leq y_0/k_1 + \sqrt{2z_0/(k_1 k_2)}\right\} \\ &= F_1\left\{y_0/k_1 + \sqrt{2z_0/(k_1 k_2)}\right\} - F_1(y_0/k_1) \end{aligned} \quad (29)$$

式(28)、(29)を式(13)、(14)に代入すれば $F_{z'}(z_0) | y \geq y_0$ が求まる。この式と、式(27)を式(2)に代入すると完全線形従属の場合の等危険度線の方方程式が得られる。すなわち、

$$1 - F_1\left\{y_0/k_1 + \sqrt{2z_0/(k_1 k_2)}\right\} = \varepsilon/\lambda \quad (30)$$

ε/λ は一定であるから、 $\{\}$ の中も一定値でなければならない。よって、

$$y_0/k_1 + \sqrt{2z_0/(k_1 k_2)} = c \quad (31)$$

ここに、 $c = F_1^{-1}(\kappa)$ 、 $\kappa = 1 - \varepsilon/\lambda = (\lambda - \varepsilon)/\lambda$ 、すなわち κ は安全度。あるいは、

$$z_0 = \frac{z_{00}}{y_{00}^2} (y_{00} - y_0)^2, \quad y_{00} = k_1 \cdot c, \quad z_{00} = \frac{1}{2} k_1 k_2 c^2 \quad (32)$$

式(32)より明らかとなり、 x と y が完全線形従属の場合は、 x の確率分布形にかかわらず、一定量放流方式に対する等危険度線の方方程式は、厳密に式(19) (ただし $s = 2$) の放物線で表わされる。

4.4 一般的な条件の場合

式(19)で等危険度線の方方程式を近似するものとする。ピーク流量(雨量)と洪水(降雨)継続時間が独立に指数分布に従う場合 ($a = 0$, $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta_2 = 1$) は、 $s \approx 3$ となる。完全線形従属の場合 ($a = 1$, $\alpha_2 = \beta_2 = \infty$, α_1 は任意) は、厳密に $s = 2$ となる。一般的には両者の中間的な条件を取るものと考えられる。よって実測ハイドログラフ、あるいはハイドログラフから一定量放流に対する等危険度線の方方程式を求めれば、式(19)で近似することができて、その場合の s の値は 2 ~ 3 になるものと考えられる。最大限安全側を考えた場合が $s = 2$ である。

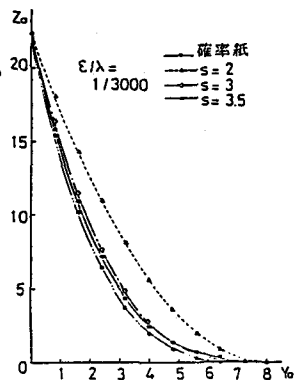


図-6 等危険度線の例
 $a = 0$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$
近似曲線の例
 $s = 2, 3, 3.5$

表-1 s の推定値
(条件は図-6に同じ)

ε/λ	s
1/10	2.974
1/100	3.039
1/1000	3.267
1/10000	3.172
1/100000	3.267

4.5 実測ハイドログラフ（ハイレートグラフ）を用いた s の推定法

式(19)で $s = 2$ とすると、過剰に安全側の等危険度線を与える可能性がある。よって実測ハイドログラフから簡便に s の値を推定するための手法を提案する。式(19)の対数を取れば、

$$\log(z_0/z_{00}) = s \cdot \log\{(y_{00} - y_0)/y_{00}\} \quad (33)$$

ピーク流量 y が y_B 以上の洪水ハイドログラフのみを用いる。 y_B は小さな洪水を除き、かつある程度以上の資料数が確保できるような値に定める。実測流量を Q とするとき、 $(Q - y_B)$ を新たに流量を考えて以下の計算を行う。

ε/λ あるいは κ を与える。ピーク流量を統計処理（たとえば確率紙にプロット）すれば ε/λ に対応する y_{00} が求まる。洪水ごとの総流量 z を統計処理すれば z_{00} が求まる。ただし z は y_B 以上の流量の総和とする。

$(y_{00} - y_B)$ を数段階に分割し、それぞれを y_0 とする。各 y_0 以上の総流量 z' を求める。 z' はピーク流量が y_0 以上の洪水の個数だけ求まる。

これらを統計処理すれば、各 y_0 に対する z_0 が求まる。数組の (y_0, z_0) が求めれば、 z_0/z_{00} 、 $(y_{00} - y_0)/y_{00}$ を求めて両対数紙上にプロットすれば、プロットされた点を結ぶ直線の勾配が s である。

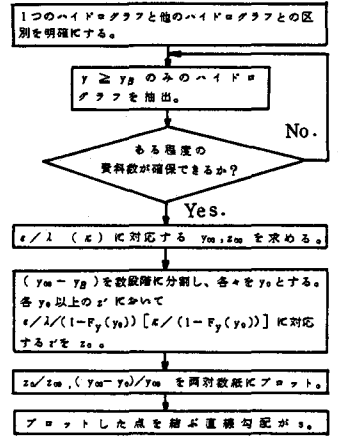


図-7 実測ハイドロ（ハイレート）グラフから簡便に s を推定する手順

5. 実測値への適用

5.1 一雨降雨特性

式(9)～(11)の結合確率密度関数を実測降水量資料にあてはめて適合性を検討する。用いた資料を表-2に示す。母数の推定は最尤法による。

(x, y, z) の結合分布に対して直接最尤法をあてはめ、全ての母数を同時に推定するのが正攻法である。残念ながら (x, y, z) の結合分布関数は複雑な式形となるので、次の関数を尤度関数のかわりに用いて母数を推定した。

$$L_2 = \prod_{i=1}^n f_5(x_i, y_i) \cdot f_6(x_i, z_i) \quad (x_i, y_i, z_i \text{ は第 } i \text{ 番目の実測値の組, } n \text{ は資料数}) \quad (34)$$

独立な母数は次の6個である。 $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2 (= \beta_2), k_1, k_3, a$ 。これらを同時に推定すると必ずしも安定な母数推定を行うことができなかった。よってまず、降雨継続時間の資料 x_i ($i = 1, 2, \dots, n$) のみを用いて $f_1(x)$ の母数 α_1, β_1 を推定し、次にこれを所与として式(34)より α_2, k_1, k_3, a を求めた。

$$L_1 = \prod_{i=1}^n f_1(x_i) \quad (35)$$

パウエル法により、 $\log L_1$ を最大とする α_1, β_1 を求めた。次に α_1, β_1 を求めた値に固定して、 $\log L_2$ を最大とする α_2, k_1, k_3, a を求めた。最小点の探索には大阪大学大型電子計算機センターのライブラリーの中の、パウエル法による最小化プログラム（POW 星野 聡氏作成）を用いた。

結果を表3, 4に示す。次のようなことがわかる。

- ① $a = 0.49 \sim 0.61$ 。 $a = 0.5$ において大過ない。すなわち平均的に見れば、降雨継続時間 x の平方根に比例してピーク雨量 y が大きくなる。
- ② $\alpha_1 = 1.6 \sim 2.4$ 。すなわち降雨継続時間は指数分布より少し単峰性分布に近い分布に従う。
- ③ $\alpha_2 \approx 1$ 。すなわち x と y の平均的な関係からのバラツキは、指数分布に従う。
- ④ 求めた母数から計算した各種モーメント（平均値、標準偏差、相関係数など）は、実測値から直接計

表-2 使用した資料

地 点	期 間	内 容
大阪	1900年～1965年 (7～10月)	時間雨量 (mm/hr)

降雨から流量への変換方法

総合貯留関数法 $s = 40.3q^{0.5}$
 s : 流域の仮想貯留高 (mm)
 q : 流出高 (mm/hr)

算して求めた値とよく一致している。

5.2 ハイドログラフの概形の確率特性

表-2の降水量資料より流量時系列を作成した。流出高は表-2の総合貯留関数で表わされるものとした。図-8にハイトグラフとハイドログラフの比較の例を示す。

作成したハイドログラフについて式(9)~(11)の結合確率密度関数をあてはめた。手法は降雨の場合に用いたと同じ手法である。結果を表-5,6に示す。

$a \div 0.5$, $\alpha_2 \div 1$ などの性質については降雨波形の場合と同様である。 α_1 は降雨波形の場合に比べてかなり大きな値を取る。すなわち洪水継続時間は明瞭なモード(最頻値)を持つ単峰性分布に従う。

2次までの各種モーメントを見るかぎり、式(9)~(11)の結合確率密度関数は、ハイトグラフについてもハイドログラフについても、ピーク値、継続時間、総量の確率統計的特性およびそれらの間の確率統計的関係をかなりよく記述することができる。

以上より、式(9)~(11)を、式(2), (5), (13)~(18)などに代入することにより、等危険度線の一般的特性を検討することの妥当性が確かめられた。

5.3 等危険度線の方程式

表-3~6に示された母数の値を参考にして、等危険度線の方程式の特性を、理論により、あるいは数値計算により検討中である。また4.5節で述べた簡便法を実測降雨波形、洪水波形に適用してsの値を検討している。図-9に簡便法の適用例を示す。 $\log(z_0/z_{00}) \sim \log\{(y_{00}-y_0)/y_{00}\}$ の関係は、直線と図-8降雨から流量への変換いうよりは少し下に凸になる例が多い。表-8にこれまで得られたsの値を示す。これによるとsの値は、1.6から2.7である。

6. まとめ

- ① 降雨波形・洪水波形の概形を特徴づける諸量、すなわち継続時間、ピーク値、総量の結合確率分布を記述するための確率模型¹⁾を紹介した。
- ② その母数推定法と推定例を示した。
- ③ ピーク値は平均的には継続時間の平方根に比例する($a \div 0.5$)。また平均的な関係のまわりのバラツキは指数分布に従う($\alpha_2 \div 1$)。
- ④ 降雨継続時間は、指数分布に比べて、少し単峰性分布に寄った分布に従う($\alpha_1 \geq 1$)。洪水継続時間は単峰性分布に従う($\alpha \gg 1$)。
- ⑤ 危険度一定の条件下で、貯留施設の容量と排水施設の容量の関係を表わす式を等危険度線の方程式と名付けた。

表-3 降雨時系列における母数推定結果

デー名	a	α_1	β_1	α_2	k_1	k_2	λ
AUG	609	1.314	0.281	0.903	1.761	1.271	0.490
OCT	552	2.352	0.231	1.021	1.061	0.586	0.498

表-4 実測モーメントと母数より求めたモーメントの比較例
(降雨時系列の場合)

デー名	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{z}$	σ_x	σ_y	σ_z	R_{xy}	R_{xz}	R_{yz}
AUG	6.41 6.44	4.22 4.09	9.61 12.10	6.42 4.78	6.55 4.85	19.03 23.61	0.42 0.27	0.75 0.57	0.76 0.83
OCT	10.68 10.17	3.27 3.20	12.72 10.88	9.70 6.64	4.30 3.50	20.38 18.68	0.56 0.24	0.80 0.57	0.79 0.84

上: 実測モーメント, 下: 母数より求めたモーメント

表-5 流量時系列における母数推定結果

デー名	a	α_1	β_1	α_2	k_1	k_2	λ
AUG	609	2.693	0.334	0.577	0.080	0.154	0.694
OCT	552	3.423	0.279	0.655	0.127	0.149	0.514

表-6 実測モーメントと母数より求めたモーメントの比較例
(流量時系列の場合)

デー名	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{z}$	σ_x	σ_y	σ_z	R_{xy}	R_{xz}	R_{yz}
AUG	8.06 8.05	0.50 0.33	1.97 1.60	6.35 4.91	1.43 0.49	9.53 7.03	0.66 0.28	0.74 0.47	0.93 0.88
OCT	12.26 12.26	0.58 0.44	2.92 1.84	9.66 6.63	1.28 0.58	10.09 6.64	0.66 0.21	0.76 0.45	0.91 0.88

表-7 記号・データの説明

記 号	内 容	
$\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$	x, y, z の平均値	
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	x, y, z の標準偏差	
R_{xy}, R_{xz}, R_{yz}	x と y , x と z , y と z の相関係数	
デー名	内 容	一 雨 の 定 義
AUG	8 月	無降雨(0 mm/hr)が3時間以上続いた場合(無降雨継続時間3時間)。
OCT	10 月	次の降雨を他の降雨群とする。

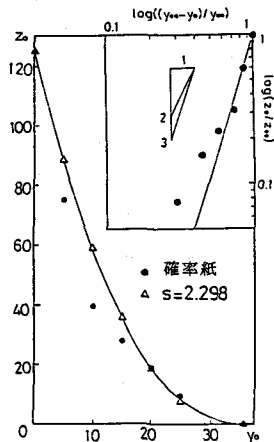
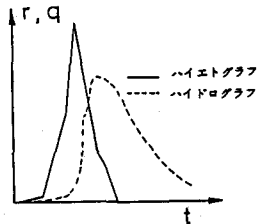


図-9 簡便法の適用例
• $\varepsilon/\lambda = 1/100$
・表-7の7月

⑥ 一定率放流方式、一定量放流方式の貯留施設を持つ治水システムについて、等危険度線の方程式の基礎式を示した。

⑦ これを実際に計算するには、洪水波形の継続時間・ピーク値・総量等の間の、結合確率分布に関する知識が必要であることを指摘した。

⑧ 継続時間とピーク値が独立に指数分布に従う場合、および両者が完全線形従属の場合について、一定量放流方式に対する等危険度線の方程式の特性を検討した。

⑨ 一定量放流の場合の等危険度線の方程式の近似式として次式を提案した

$$\frac{z_0}{z_{00}} = \left(\frac{y_{00} - y_0}{y_{00}} \right)^s, \quad F_y(y_{00}) = F_z(z_{00}) = \kappa = 1 - \epsilon/\lambda \tag{19}$$

y_0 , z_0 は排水施設、貯留施設の容量, F_y , F_z はそれぞれピーク値、総量の cdf, ϵ/λ は所与の危険度, λ は洪水の年平均生起回数, ϵ は施設がバンクする年平均生起回数, κ は安全度, y_{00} , z_{00} はそれぞれ $z_0 = 0$, $y_0 = 0$ の時の y_0 , z_0 の値。

⑩ 継続時間とピーク値が独立に指数分布に従うときは $s = 3$, 完全線形従属の場合は厳密に $s = 2$ となることを示した。一般には $s = 2 \sim 3$ と予想される。 $s = 2$ が安全側。

⑪ 実測ハイトグラフ、ハイドログラフから s を推定するための手法を提案した。実測値に適用すると、 s の値は、1.6 から 2.7 となった。ただし検討例が少ないので、今後提案した手法をより多くの実測値に適用して、 s の値について検討を続ける必要がある。

〔参考文献〕 1) 江藤剛治・室田明：一雨降雨の 1 確率模型、土木学会論文報告集投稿中。

2) 改訂建設省河川砂防技術基準（案）計画編 山海堂，1977

3) 大阪府都市河川課：寝屋川多目的遊水池の事業概要（前編）

表-8 簡便法を実測値に適用した場合の s の例

ϵ/λ	1/50	1/100
month		
JUL.	1.610	2.298
AUG.	2.028	2.549
SEP.	1.815	2.012
OCT.	2.003	2.696

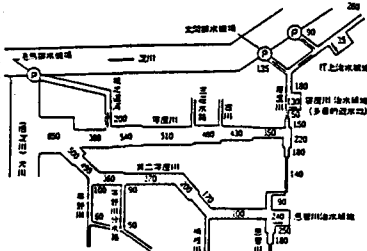


図-10³) 計画洪水流量図 (単位: m^3/sec)

補遺 1

図-10に寝屋川水系の基本高水の配分図を示す。ポンプによりピーク流量の約 1/4、遊水池（治水緑地）により約 1/4 を処理している。すなわち貯留施設に、ピーク流量の約 25% の処理を依存している。

局所的に見ると、たとえば第二寝屋川上流部では、河道による排水が $100 m^3/s$ に対して、恩智川治水緑地で $240 m^3/s$ のピーク量をカットする。この場合は、ピーク流量の約 70% ($=240/340$) を貯留施設でカットすることになる。

このような事情は必ずしも都市河川に限って生じているわけではない。多くの一級河川の工事実施基本計画についても貯留施設が治水計画において重要な地位を占めるようになってきた。

寝屋川・大川水系（旧淀川水系）においては、台風時には高潮を防御するために河口の大水門 3 門を全て閉じる。この場合台風性降雨を流域内に貯留するのか、ポンプで排水するのか、という問題も本論文で提示した理論・手法によって取り扱うことができる。

補遺 2

以下は文献 2) よりの抜粋である。次のような部分に本研究に関連する記述がある。

2.1 基本高水計画（の解説）（P.10）、2.7.1 計画洪水流量（の解説）（P.18）、5.4 ダムの計画洪水流量（およびその解説）（P.26）。

5.4 節のコピーを表-10に示す。これよりわかるように、計画基準点で、ピーク流量が最大になる高水

表-9 各洪水処理方式の占める割合

①	②	③	④ / ①
基本高水 1,650 m^3/s	河漢改修 850 m^3/s	850 m^3/s	51.5 %
	排水路 425 m^3/s	毛馬 200 m^3/s	24.5 %
		恩智川 135 m^3/s	
	遊水池 405 m^3/s	恩智川 90 m^3/s	25.8 %
		恩智川 240 m^3/s	
		寝屋川 130 m^3/s	
	打上川 35 m^3/s		

と、ダムの洪水調節容量が最大になる高水を検討して計画高水流量を決定することになっている。具体的にどのように検討すればよいかについては、明確な指針は示されていない。

補遺 3

式(19)の等危険度線と「等価なハイドロ(ハイト)グラフ」を考える。中央集中型を考えると図-11,あるいは次式のハイドログラフを用いて一定量放流方式の貯留施設を設計すれば,式(19)を用いて設計したことと等価になる。

$$y_0 = y_{00} - c \left| \tau \right|^{\frac{s-1}{s}}$$

$$c = y_{00} (1/\tau_0)^{\frac{1}{s-1}}, \quad \left| \tau \right| \leq \tau_0, \quad \tau_0 = \frac{s}{2} \cdot \frac{z_{00}}{y_{00}} \tag{36}$$

すなわち,ピークが y_{00} で総量が z_{00} になるように,式(36)の c を定めれば,式(36)が等価ハイドログラフとなる。

$s=2$ のとき等価ハイドログラフは3角形となる。 $s=3$ のときは,横向きの放物線を2個付き合わせた形となる。 $s=2\sim3$ と予想されるから,一般にはその中間的な形状となる。

$s=2$ が安全側であることがわかっているから,設計上は,ピークが y_{00} で,総量が z_{00} (したがって $\tau_0 = z_{00}/y_{00}$)なる3角形ハイドログラフを用いるという方法も合理的な方法である。

補遺 4

排水施設と貯留施設の最適治水機能分担について考える(図-12参照)。

排水施設容量と貯留施設容量を与えれば,総コストは計算できるはずである。

よって (y_0, z_0) の組に対する等コスト線も引けるはずである。等コスト線と等危険度線の接点を結んだものが,最適機能分担線となっているはずである。ただしこの場合経済性のみを考慮している。治水緑地等,治水以外の効用を期待することができる場合は,これを負のコストとして導入する等の工夫が必要である。

補遺 5

通常,一定量放流方式,一定率調節方式という表現が用いられる。一定率調節方式は洪水の初期段階では一定率で放流(調節)し,ある程度以上の洪水になったとき一定量を放流するという方式である。本論文で一定率放流方式と呼んでいるのは,常に流入量にある一定率を乗じたものを放流(調節)するという方式である。

謝 辞

表-2に示す大阪の降水量資料は端野道夫徳島大学助教授に頂いた。本研究の遂行に当たり 大阪大学工学部学生山口嘉一氏に甚大なる御協力を頂いた。また本研究は文部省科学研究費補助金 自然災害特別研究「都市河川の治水トータル・システムの信頼性に関する研究:代表者 吉川秀夫早稲田大学教授」の補助を受けた。以上記して深甚の謝意を表する次第である。

表-10 ダムの計画高水流量
文献 2) P. 26 からの引用

ダムの計画高水流量は,本章2.6で決定された基本高水に対応するその地点の高水,若しくはダム地点における高水のピーク流量,洪水調節容量について検討し,合理的に決定するものとする。

中 略

具体的にダム地点における計画高水流量を決定するには,

1. 基本高水決定に用いた各種高水に対応するダム地点の高水のピーク流量が最大となる高水,及び洪水調節容量が最大となる

高水 後 略

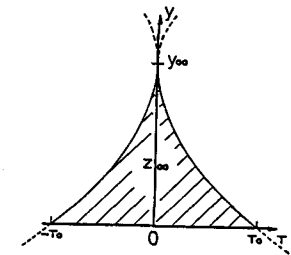


図-11 式(19)の等危険度線と等価な中央集中型のハイドログラフ

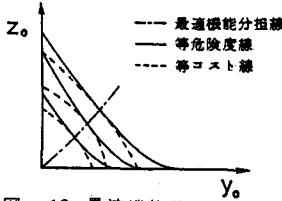


図-12 最適機能分担線