

二層流の安定性に関する実験的研究
Experimental Study on the Stability of a Two-layer Shear Flow

北海道大学大学院 学生員 西 田 修 三
北海道大学工学部 正 員 吉 田 静 男

1. 緒 言

前報¹⁾において、流速分布がtanh型で表わされる密度二成層流の安定性について、線形安定性理論を基に解析し、流れの安定限界をレイノルズ数 R_e とリチャードソン数 R_i を用いて (R_e, R_i) 平面に求めた。従来より、二層流の安定性に関する多くの実験的研究がなされてきたが、そのほとんどがクーリガン数や内部フルード数等の断面平均量を用いて整理されてきたため、上述の計算結果と直接、比較し得るデータは数少ない。そのうち前報では、流速分布が明らかにされている実験として、下層流動の安定性を扱ったIppen・Harleman²⁾の実験結果を基に、安定限界について比較、検討を行い、理論と実験の良い一致を見ることができた。しかしながら、二層流の安定限界に対する十分な議論をするには至っておらず、河口二層流に代表されるような上層流動等の流れ場の安定性に関する詳細な実験が必要とされている。

そこで、本研究では、理論解析より得られた知見をふまえたうえで、二層流の安定性に関する実験を行い、得られた結果を R_e 及び R_i で整理してみることとした。実験は、上下層流動可能な開水路を用い、淡塩水二層流の場合についてなされ、理論解析より

得られた安定限界について、その妥当性を確かめている。また、発生した界面波の波動特性について検討を加え、理論結果の適用性についても議論する。

2. 実験装置及び方法

本研究に用いた実験水路を図-1に示す。水路は測定部が、長さ150cm、全水深15cm、幅10cmの矩形断面開水路で、その両端に整流部を設けている。淡水及びあらかじめ用意された塩水を、越流給水塔にそれぞれ送り、水頭を一定に保ちながら、水路の上層に淡水、下層に塩水を供給することによって二層流を形成させ実験を行った。また、流速分布を変えられるように、上下層をさらに二分割し、計四層に分け、各層毎に流量調節が行なえるようにした。そして、exchange flowの実験もできるように、水路をほぼ対称な形に作製し、流向をも変えられるようにした。

流速測定には、径2mmのプロブタイプLDV³⁾を用い、得られた信号はカウンタータイプ信号処理器及び確率分析器によって処理された。また、界面変動の測定には抵抗式内部波高計を使用し、流れ方向に10mm離れた2点において、それぞれ界面変動の測定を行った。得られた流速及び2点の界面変動のデータは、一度データレコーダに収録された後、サ

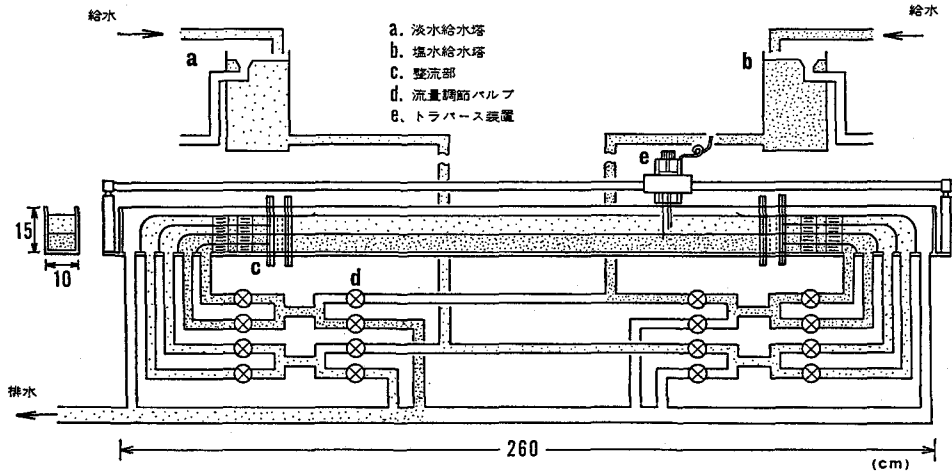


図-1 実験装置

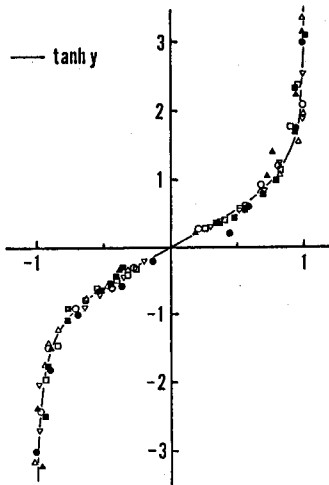


図-2 流速分布

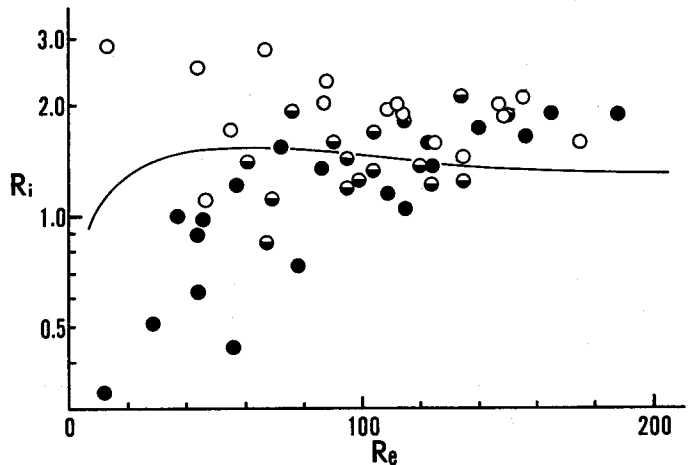


図-3 安定限界

ンプリング間隔50msecでA/D変換がなされ、FFT法によりパワースペクトル等の統計計算が行なわれた。

3. 実験結果及び考察

(1) 安定限界

実験は、相対密度差($\epsilon = 1 - \rho_1/\rho_2$)が $0.0012 \leq \epsilon \leq 0.0292$ の範囲で行った。図-2は、実験より得られた流速分布を、理論解析で用いた $U^* = V \tanh y^*/\ell$ の流速分布に適合させ、 V 、 ℓ で無次元化して表わしたものである。若干の差異は見られるものの、概ね $\tanh$ 型で表現でき、また、密度分布はステップ状に変化し明瞭な密度界面を有する二層流であり、理論解析の前提を満足するものであった。この流速分布及び相対密度より、流れ場のリチャードソン数 $R_i = \epsilon g \ell / V^2$ とレイノルズ数 $Re = \ell V / \nu$ が決定される。

各層への供給流量及び上下層の相対密度を変えることにより、種々の R_i 、 Re を有する流れ場が実現される。本実験においては、実験装置の規模の関係で、流れ場は $Re < 300$ の範囲に停まった。安定な流れ場から、流速差を徐々に増していくと、界面波の発生が見られるようになる。その発生をもって不安定な流れ場とし、流れの安定性を決定した。

安定限界付近の流れ場について、その安定性を(Re 、 R_i)平面にプロットしたのが図-3である。図中、○●●はそれぞれ安定、中立、不安定な流れ場であることを示す。また、安定性解析より得られた安定限界曲線も併せて図示してある。図には示さ

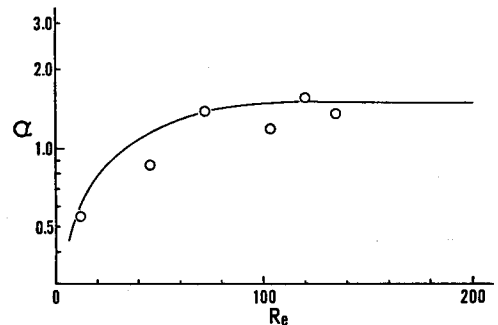


図-4 安定限界波数

れていないが、 $R_i > 3$ の領域では本実験に関する限り、不安定波の発生は見られなかった。

実験には、多少ばらつきが見られるものの、安定限界リチャードソン数 R_{ic} は、 $1.2 \leq R_{ic} \leq 1.7$ 程度と考えられ、計算結果と比較的よく一致していることがわかる。しかし、高レイノルズ数域で安定限界リチャードソン数が大きくなる傾向が見られる点や、低レイノルズ数域におけるデータの不足等の問題点があり、今後、さらに広範囲のレイノルズ数における実験を行う必要があると思われる。

安定な流れ場が不安定な流れ場に遷移する時に、その安定限界で発生する不安定波の波数 α_c (いわば安定限界波数)とレイノルズ数 Re の関係を、理論解析の結果より求めたのが図-4である。そして、図には本実験で得られた安定限界付近の流れ場で見られた界面波の波数もプロットした。理論結果より $Re > 100$ の領域では、 α_c はレイノルズ数によらず、ほぼ一定値の $\alpha_c \approx 1.5$ になっていることがわかる。各

R_e において最も不安定な波数は、 R_i の低下に伴い低波数側に移るため（図-8の $\text{Max. } \alpha C_i$ 曲線）、観測される不安定波の波数は、図-4の曲線の下領域内に現われる可能性が高い。このことを考えれば、実験結果との対応は極めて良好と思われる。

(2) 界面波特性

流れの不安定性によって発生した界面波の特性を知るために、界面変動のパワースペクトル等について調べてみた。図-5に、その一例を示す。(a)波高計出力、(b)流れ場の流速分布、(c)パワースペクトル、(d)自己相関係数である。また、その時の界面の様子は写真-1に示すとおりである。界面の乱れは比較的小さく、振幅1mm程度の整然とした界面波の発生が見られるにすぎない。(a)の波高計出力には、その波動が規則正しい変動としてとらえられている。これは、 R_i の値からもわかるように、流れ場が安定限界付近にあるために、限られた狭い波数域の波しか成長し得ないことに起因していると考えられる。この周期的な変動は、(d)の自己相関にも約0.5秒の周期としてよく表われている。その結果パワースペクトルにも、安定限界の周波数と思われる鋭い2つのピークが、0.5Hzと1.8Hzに見られる。これら2つのピークは、安定性解析より得られた、界面の上下にcritical levelをもつ2つの不安定波に対応するものと考えられる。そこで、安定性解析より得られた分散関係（図-8）を用いて、予想される二種類の不安定波のおおよその周波数を計算してみると、2.1Hzと0.8Hzとなり、本結果とほぼ同様の値を示していることがわかる。

次に、上述の流れ場において、上下層の相対流速を増し、流れ場をより不安定化した場

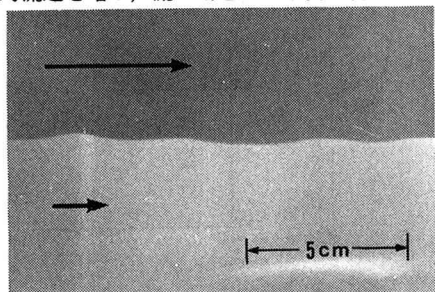
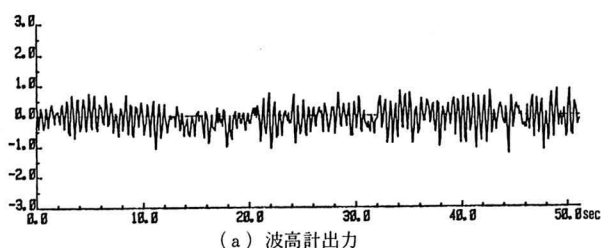


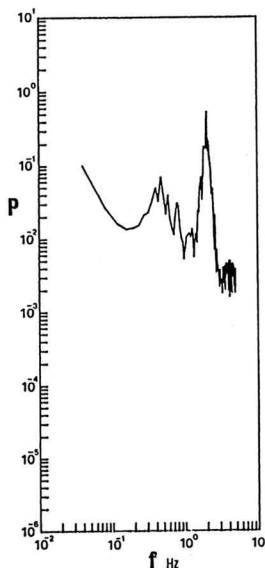
写真-1

合のパワースペクトルを図-6に示す。この時の流れ場の条件は $R_i=1.1$ 、 $R_e=110$ である。この場合、図-5(d)のスペクトルピークに対応するものが0.8Hzと1.4Hzに存在するものの、広周波数にエネルギーが分散し、先ほどのような急峻なスペクトルピークは得られていない。さらに、流れ場を不安定化していくと、突出したスペクトルピークは消え、ついには激しい界面破壊を伴う混合が起こるに至る。

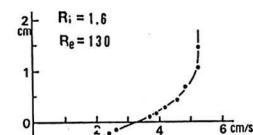
以上は、上層流動もしくは上下層を同方向に流した場合の結果であったが、同様の方法で解析したexchange flowの結果を図-7に示す。諸量については、図-5と同じである。図-5の流れ場に比べ界面変動は長周期で、振幅も大きく（写真-2）、また、波峰の尖鋭化が目立つ。（波高計出力は規格化を施しているため、出力レベルは図-5と同程度になっている。）パワースペクトルについては、図-5で得られたような、明瞭な2つのピークは見あらず、



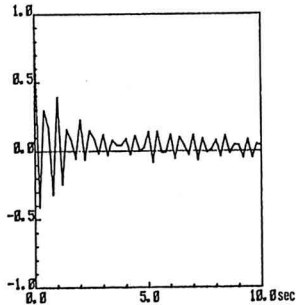
(a) 波高計出力



(c) パワースペクトル



(b) 流れ場の流速分布



(d) 自己相関係数

図-5 界面波特性

0.18Hz付近にエネルギーの集中した周波数帯が存在し、その周辺に幾つかの小さなピークが見られる。そして、0.5Hz以上の周波数領域では、ほぼ-3乗に従う平衡スペクトル領域が達成され急激に減少している。図-5のように、卓越周波数が高周波数側と低周波数側に明瞭に分離しないのは、exchange flowであるために、2種類の波がほぼ同程度の位相速度及び波数を有し、正負反対方向に進行し、その結果、周波数がほぼ等しくなってしまったからである。ちなみに、コヒーレンスとフェイズを求めてみると、0.1Hzを境に大きく変化していることがわかった。そして、その値より界面波の位相速度を求めてみると、0.08Hzでは-1.4cm/s、0.18Hzでは1.2cm/sとなり、上述のように正負逆でほぼ同程度の値が得られた。

(3) 分散関係

従来より、二層流の波速式が話題となることが多

々あり、河口二層流型の流れ場の解析においては、浜田・加藤⁴⁾の関係式がしばしば取り上げられ、実験結果との比較・検討がなされている^{5),6)}。そこで、本実験のようなtanh型二層流における分散関係を求めておくことは、今後の実験的研究の上でも有意義と思われる。図-8は、理論解析より得られた、tanh型二層流の $R_e=100$ の場合の安定特性である。図中、 C_r , C_i は複素位相速度 C の実部及び虚部である。また、 $\text{Max. } \alpha C_i$ 曲線は各リチャードソン数において、最も不安定な波数を表わしている。

非粘性及び幾種類かのレイノルズ数の場合について、流れ場の安定性を調べた結果、ごく低波数域を除いて、分散関係はレイノルズ数によらず、ほぼ同様の結果となった。つまり、レイノルズ数は増幅率(αC_i)には影響を与えるものの、位相速度(C_r)には、ほとんど影響を及ぼさないことになる。ゆえに、流速分布がtanh型で近似できる二層流の分散関

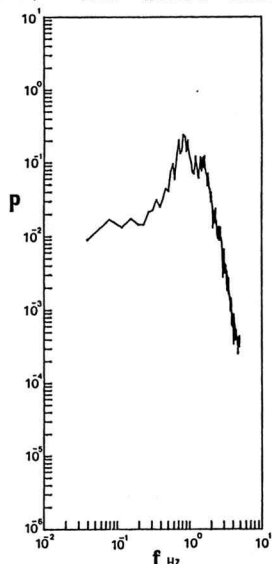


図-6 パワースペクトル

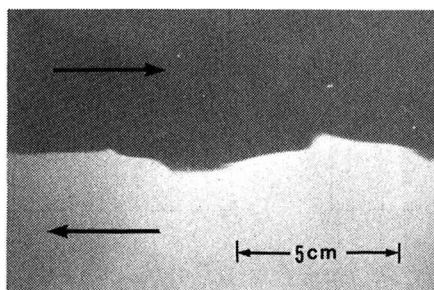
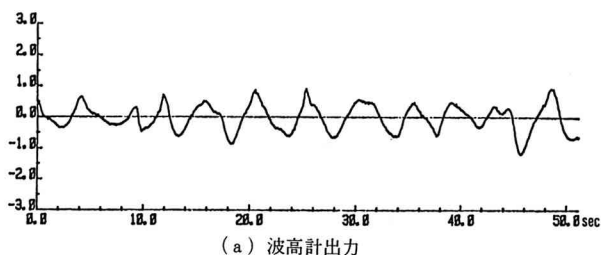
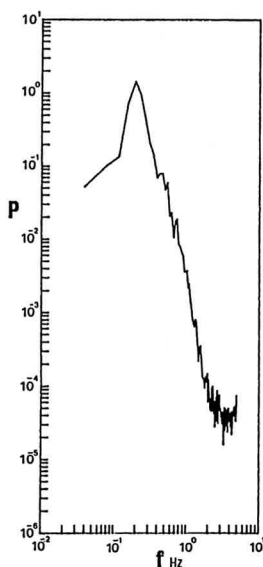


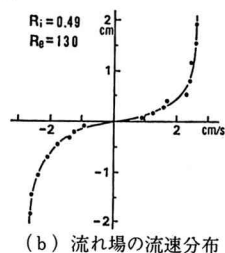
写真-2



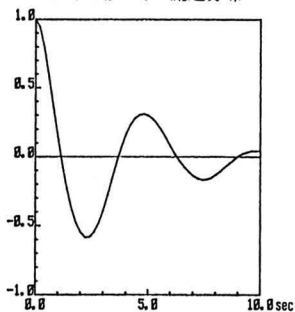
(a) 波高計出力



(c) パワースペクトル



(b) 流れ場の流速分布



(d) 自己相関係数

図-7 界面波特性

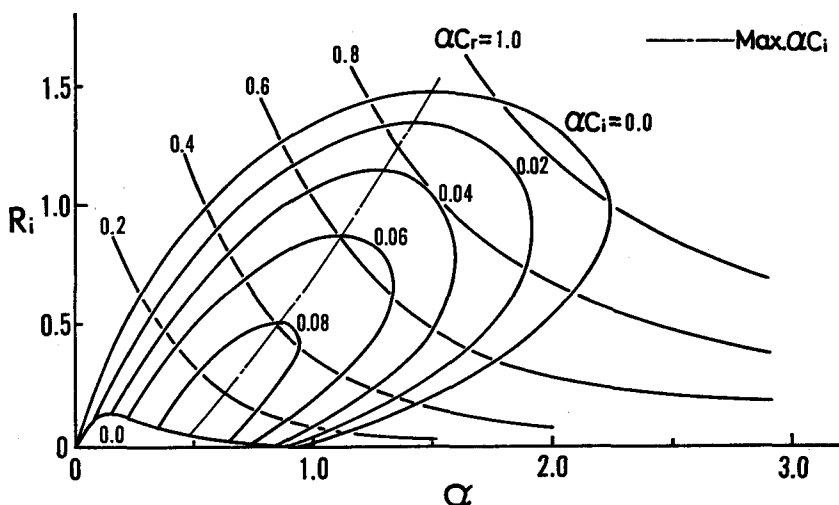


図-8 安定特性

係は、その流れ場のリチャードソン数を求めることによって、図-8より得ることができる。

以上の結果は、線形理論より導かれた結果であり、十分成長した界面波に対して適用し得るかは疑問である。しかしながら、従来の研究より、非線形性の分散関係に与える影響はそれほど小さくなく、上述の計算結果は十分適用し得るものと考えられる。

4. 結 語

二層流の安定性に関する水流実験を行った結果、安定限界については、高レイノルズ数で幾分安定限界リチャードソン数が高めにでるものの、理論計算の結果とほぼ一致し、その妥当性が確かめられた。

また、安定限界付近の流れ場では、波数選択が起こり、急峻なスペクトルピークが現われる。そして、流れ場の不安定化が進むにつれて、乱れが大きくなり、このスペクトルピークは広波数に分散することもわかった。

今後、さらに高レイノルズ数域での二層流の安定限界や、分散関係等に関する実験的研究が望まれるところである。また、今回の実験では、不安定波の

発生は自然攪乱に起因したものであったが、二層流の安定性をより詳細に明らかにするためには、任意周波数の強制攪乱に対する流れ場の安定性についても調べる必要があり、今後の課題と考える。

参 考 文 献

- 1) 西田修三・吉田静男：二層流の安定限界，第27回水理講演会論文集，pp.549～553，1983.
- 2) Ippen, A. T., D. R. F. Harleman: Steady-state characteristics of subsurface flow, Gravity Wave Symposium, Nat. Bureau Stands., Circulation 521, pp.79～93, 1951.
- 3) 吉田静男・田城徹雄：プローブタイプLDVを用いた界面波近傍の流速測定，第14回流体力学講演会講演集，pp.102～105，1982.
- 4) 浜田徳一・加藤 始：二層流と波，第9回海岸工学講演会講演集，pp.61～63，1962.
- 5) 椿東一郎・小松利光・下田五郎：二層境界面における内部波と乱れに関する実験的研究，第25回水理講演会論文集，pp.311～319，1981.
- 6) Andow, T., K. Hanawa, Y. Toba: Experimental study on internal waves in a stratified shear flow, J. Oceanogr. Soc. Japan, Vol. 37, pp.179～192, 1981.