

海洋混合層での慣性重力波の反射、発生、および平均流との相互作用 The Reflection, Generation, and Mean-Flow Interaction of Inertia Gravity Waves in the Ocean Mixed Layer

九州大学応用力学研究所 学生員 蒲 地 政 文

1 緒 言

角振動数が慣性振動数に近い慣性重力波が、海洋上層から深層へエネルギーを伝播することが、しばしば観測されてきている^{1)~3)}。それらの観測に関連して、いくつかの理論的な研究もなされている^{4)~7)}。

本研究は、上述の慣性重力波の発生を、過剰反射⁸⁾という観点から考察する。また、本研究では、地球流体力学で、最近用いられてきている一般化されたラグランジュ平均の方法^{9)~12)}により、波動場、平均場、および安定性の解析を行う。

2 波動場の特性

回転角速度 $f/2$ で回転している、厚さ H で一様な密度 ρ_0 (すなわち $N^2=0$ 、 N はブルントヴァイサー振動数) の混合層(上層)と、その下の連続な密度成層した成層海洋(下層)を考える。座標系は図1に示すように設定する。上層では、主流 $U_0(z)$ は、 X 、 Y 方向にそれぞれ $U_0(z)$ 、 $V_0(z)$ という成分をもち、下層では主流は存在しないとする。海洋表面に作用する定常な風の応力を $\tau = (\tau_x, \tau_y)$ とする。主流は、風によって上層に誘起された体積応力 (F_0 、 G_0 、 O) と以下のような関係にある。

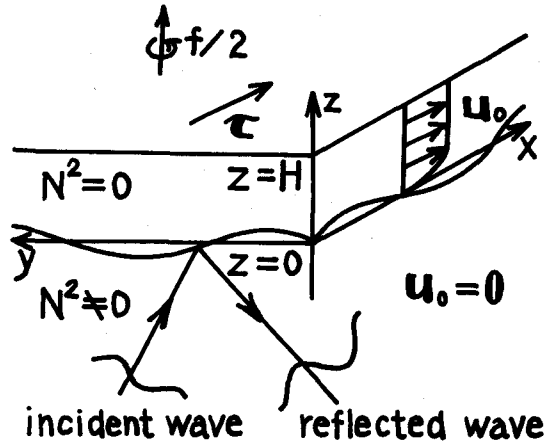


図1 座標系の設定

$$-\rho_0 f V_0 = \frac{\partial F_0}{\partial z}, \quad \rho_0 f U_0 = \frac{\partial G_0}{\partial z} \quad (1)$$

ここで、海洋表面 $z=H$ で体積応力は風の応力に一致し、下層では零である。また、風の応力と主流は、エクマン輸送の関係をみたしている。

波の振幅の1次のオーダーの物理量を、添字1で表わす。ブジネスク近似と静水圧近似を用いると、基礎式は、以下のように与えられる。

$$\frac{DU_1}{Dt} + W_1 \frac{\partial U_0}{\partial z} - f V_1 + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P_1}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{DV_1}{Dt} + W_1 \frac{\partial V_0}{\partial z} + f U_1 + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P_1}{\partial y} = 0, \quad (3)$$

$$g \rho_1 + \frac{\partial P_1}{\partial z} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{D}{Dt} \left(\frac{g \rho_1}{\rho_0} \right) - N^2 W_1 = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial U_1}{\partial x} + \frac{\partial V_1}{\partial y} + \frac{\partial W_1}{\partial z} = 0, \quad (6)$$

ここに、

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U_0 \frac{\partial}{\partial x} + V_0 \frac{\partial}{\partial y} \quad (7)$$

上述の諸式を、一般化されたラグランジュ平均の方法を用いて書き直す。

$$\frac{D^2 \xi_1}{Dt^2} - f V_1 + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P_1}{\partial x} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{D^2 \eta_1}{Dt^2} + f U_1 + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P_1}{\partial y} = 0, \quad (9)$$

$$N^2 \zeta_1 + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P_1}{\partial z} = 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \xi_1}{\partial x} + \frac{\partial \eta_1}{\partial y} + \frac{\partial \zeta_1}{\partial z} = 0, \quad (11)$$

ここで、 (ξ_1, η_1, ζ_1) は、ラグランジュ的に観た流体粒子の実質変位である。混合層での物理量（たとえば ζ_1 ）に次のような波動解を仮定する。

$$\zeta_1 = \hat{\zeta}_1(z) \exp(i s) + \text{C.C.}, \quad (12)$$

ここで $s = kx + \ell y - \sigma t - \theta$ 、 (k, ℓ) は (x, y) 方向の波数、 σ は角振動数、 θ は位相、C.C. は複素共役である。上述の波動解を式(8)~(11)に代入すると、 $\hat{\zeta}_1$ について解けて、以下のようになる。

$$\hat{\zeta}_1 = \frac{\hat{P}_1}{\rho_0} \frac{(k^2 + \ell^2)(\omega^2 - f^2)^{1/2}}{\omega} \exp(-i\phi) \int_H^z \frac{\omega \exp(i\phi)}{(\omega^2 - f^2)^{3/2}} dz, \quad (13)$$

$$\text{ここで, } \phi(z) = \int_0^z f \left\{ k \frac{\partial V_0}{\partial z} - \ell \frac{\partial U_0}{\partial z} \right\} (\omega^2 - f^2)^{-1} dz, \quad (14)$$

$\omega = \sigma - kU_0 - \ell V_0$ である。下層の解は、入射波と反射波に分けて、

$$\zeta_1 = I \exp(imz) + R \exp(-imz), \quad (15)$$

とすると、分散関係 $m^2(\sigma^2 - f^2) = N^2(k^2 + \ell^2)$ が求まる。ここで、 I, R はそれぞれ、入射波、反射波の振幅である。また、入射波の鉛直群速度が鉛直上方であることから、 $\sigma m < 0$ という条件も求まる。

混合層と下層との界面で ζ_1 が連続であることより、反射係数が以下のように求まる。

$$\frac{R}{I} = \frac{r+1}{r-1}, \quad (16)$$

$$\text{ここで, } r = \frac{im(\sigma^2 - f^2)^{3/2}}{\sigma}$$

$$\times \int_0^H \frac{\omega \exp(i\phi)}{(\omega^2 - f^2)^{3/2}} dz, \quad (17)$$

である。式(16)より、 $\text{Real}(r) > 0$ のときに過剰反射、また特に、 $r = 1$ のときに波が発生することがわかる。海洋において、主流が小さいとき（すなわち、 $|k \cdot U_0| \ll |f|$ 、 k は波数ベクトル）、式(16)から、 $\text{Real}(r) \propto k \cdot \tau$ が導ける。このことから、慣性重力波が風上側に伝わる時に過剰反射がおこる。この結果は Stern⁶⁾ のものとも一致している。

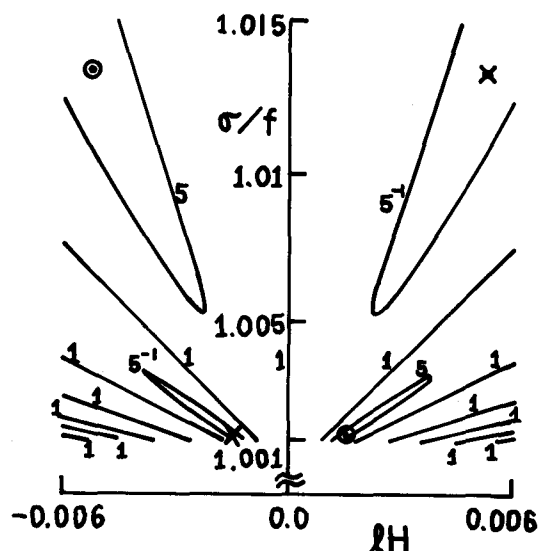


図2 反射係数の値の分布。図中では $k = V_0 = 0$ 、 U_0 として厚板模型を用いてある。図中の点 (O, X) はそれぞれ波の発生と吸収がおこる条件を示している。

主流の流速分布の一例として、混合層の中ではほとんど一定で、界面で零になる厚板模型を用いて、反射係数の値の分布を図2に示す。図中、パラメーターには、海洋での代表的な値、 $N = 3.1 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ 、 $U = 4 \text{ cm s}^{-1}$ 、 $f = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ 、 $H = 50 \text{ m}$ を用いてある。図より、発生する慣性重力波の角振動数は慣性振動数 f に近く、水平波長は混合層厚さ H よりも長い長波であることがわかり、海洋での観測結果とも一致する。

3. 平均場の特性

平均場として、波の作用、ラグランジュ平均流、および全エネルギーについて調べ、前節で求めた過剰反射の物理的意味を明らかにする。

波の作用方程式は、式(8)~(10)に、それぞれ $\partial \xi_1 / \partial \theta$ 、 $\partial \eta_1 / \partial \theta$ 、 $\partial \zeta_1 / \partial \theta$ を掛け、和をとり、平均すると、次のように得られる（一般的な議論については、文献10)~12)を参照の事）。

$$\frac{D A}{D t} + \nabla \cdot \mathbf{B} = D, \quad (18)$$

ここで、
$$A = \rho_0 \left\langle \frac{\partial \xi_1}{\partial \theta} \left(\frac{D \xi_1}{D t} - \frac{1}{2} f \eta_1 \right) + \frac{\partial \eta_1}{\partial \theta} \left(\frac{D \eta_1}{D t} + \frac{1}{2} f \xi_1 \right) \right\rangle, \quad (19)$$

$$\mathbf{B} = \left\langle p_1 \frac{\partial \xi_1}{\partial \theta} \right\rangle, \quad (20)$$

$$D = \rho_0 \left\langle \zeta_1 \left(f \frac{\partial u_0}{\partial z} \frac{\partial \eta_1}{\partial \theta} - f \frac{\partial v_0}{\partial z} \frac{\partial \xi_1}{\partial \theta} \right) \right\rangle, \quad (21)$$

であり、 A は波の作用密度、 $\mathbf{B}$ はフラックス、 D は外力項を表わし、 $\langle \dots \rangle$ は波の位相についての平均操作を示す。第2節での波動解を用いると、式(18)は、

$$\frac{d B_3}{d z} = D, \quad (22)$$

となる。さらに、せん断流の領域と下層でそれぞれ

$$B_3 = \frac{2m |\hat{P}_1|^2}{\rho_0 N^2} \text{Real}(r), \quad \text{at } z=0, \quad (23)$$

$$B_3 = \frac{2\rho_0 N^2}{m} (|R|^2 - |I|^2), \quad \text{in } z < 0, \quad (24)$$

と求まる。上式と、 $\sigma m < 0$ を用いると、過剰反射がおこるときには、波の作用フラックスは鉛直下向きであることがわかる。また、式(21)、(22)から、

波の作用フラックスは、混合層でのシアで維持されていることがわかる。図3に、 U_0 、 B_3 、 D の混合層内での値の分布を示してある。ただし、パラメーターの値としては、波が発生するときの σ と l の値が用いられており、 $z=0$ で $B_3 < 0$ であることがわかる。

次に、波によって誘起されたラグランジュ平均流を $(\bar{U}_2^L, \bar{V}_2^L, 0)$ とすると、それらを支配する方程式は、以下のよう求まる。

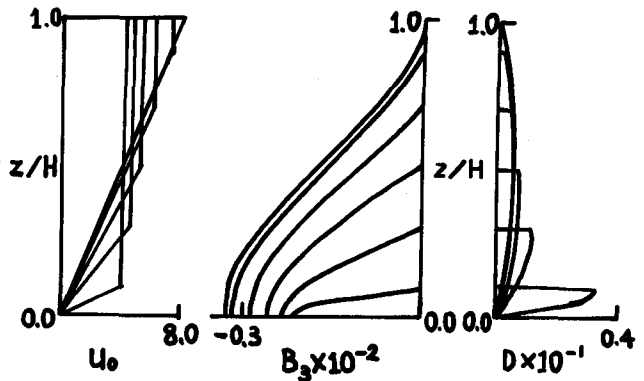


図3 主流、波の作用フラックス、外力項 D の混合層内での値の分布。波が発生する条件のもとでのパラメーターの値が用いられている。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \rho_0 \left(\bar{u}_z^2 + \frac{\partial u_0}{\partial z} \frac{\partial}{\partial z} \left\langle \frac{1}{2} \zeta_1^2 \right\rangle \right) - kA \right\} - \rho_0 f \bar{v}_z^2 = - \frac{\partial R_{13}}{\partial z} - \rho_0 f \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} \left\langle \frac{1}{2} \zeta_1^2 \right\rangle \quad (25)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \rho_0 \left(\bar{v}_z^2 + \frac{\partial v_0}{\partial z} \frac{\partial}{\partial z} \left\langle \frac{1}{2} \zeta_1^2 \right\rangle \right) - lA \right\} + \rho_0 f \bar{u}_z^2 = - \frac{\partial R_{23}}{\partial z} + \rho_0 f \frac{\partial^2 u_0}{\partial z^2} \left\langle \frac{1}{2} \zeta_1^2 \right\rangle \quad (26)$$

ここで、 $R_{ij} = -\langle P_i \partial \xi_{ij} / \partial x_j \rangle$ はラディエーションストレスである。また、 $\partial R_{13} / \partial z = \kappa_l D$ が導ける。式(25)、(26)の右辺第2項は、波によって誘起された外力項 ($\overline{F_z}$) であることも示せる。上述のことより、ラグランジュ平均流は、混合層内のシア、ひいては混合層内の乱流効果によって維持されていることがわかる。また、式(25)、(26)は、定常波動に対しては、右辺の非保存力である体積応力が零でないときにのみ、平均場の運動量が変化することを示している。この結果は、気象学でのチャーニー・ドレイジンの非相互作用定理¹³⁾と同様な結果を与える。式(25)、(26)の中のラディエーションストレスは、第2節での波動場の方程式を用いて、

$$R_{13} = \rho_0 \langle u_1 w_1 \rangle + \rho_0 \langle f v_1 \zeta_1 \rangle \quad (27)$$

$$R_{23} = \rho_0 \langle v_1 w_1 \rangle + \rho_0 \langle -f u_1 \zeta_1 \rangle \quad (28)$$

と変形できる。上式より、ラディエーションストレスは、レイノルズストレスと、流体粒子が平均位置から変位している(ま)ことによるコリオリ力のトルクとの和になっていることがわかる。

系の全エネルギー方程式は、第2節での波動解を用いると

$$\frac{\partial}{\partial z} \left\{ P_1 \frac{D \zeta_1}{Dt} + (kU_0 + lV_0) B_3 \right\} = \sigma D \quad (29)$$

となる。ここでフラックス項は σB_3 に等しいことが示せる。このことより、全エネルギー方程式も波の作用方程式と同じ結果を与え、混合層内の乱流による体積応力の効果Dにより過剰反射が維持されていることが示される。

4. 線型安定論

本節では、発生する波 ($r=1$)、完全吸収される波 ($r=-1$) の安定性を調べる。角振動数を $\sigma = \sigma_r + i\sigma_i$ と複素数と考え、分散関係と $r = \pm 1$ を複素領域で解く。前節までの波の発生は $r_i = 0$ の場合に一

致する。また、 $\sigma_i > 0$ が不安定の条件である。まず、 $O(\sigma_i) < O(1)$ のとき、すなわち中立波の発生条件に近い場合、 $m_i \sim \sigma_i / Cgz$ が導ける。ここで、 m_i は m の虚部、 Cgz は鉛直群速度である。上式から、不安定波の代表鉛直スケールは $O(Cgz / \sigma_i)$ であることがわかり、この結果は、内部重力波に対するもの¹⁴⁾と一致する。更に、不安定曲線を求めると図4 a、b のようになる。図より、最大の成長率は、 $\sigma_i \approx 0.001f$ であり、これは実スケールで約100日である。上述の事と、

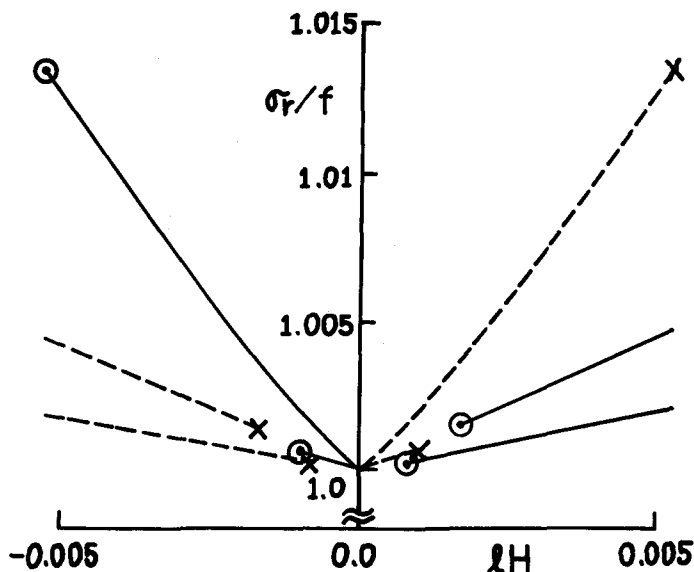


図4a 不安定特性。角振動数の実部と波数との関係。図中の点(O, X)は、それぞれ中立波の発生と吸収を示している。

く、さらに鉛直方向にほとんど
 一様な波長をもっていることが
 わかる。その為、海洋で観測さ
 れる慣性周期に近い周期をもつ
 た慣性重力波は、中立波動に近
 いものであると考えられる。

謝辞

本研究を行うにあたり、有益
 な御助言と指導をして頂きまし
 た九州大学応用力学研究所の本
 地教授、金子助教授、ならびに
 メルボルン大学の Grimshaw 博
 士に感謝致します。

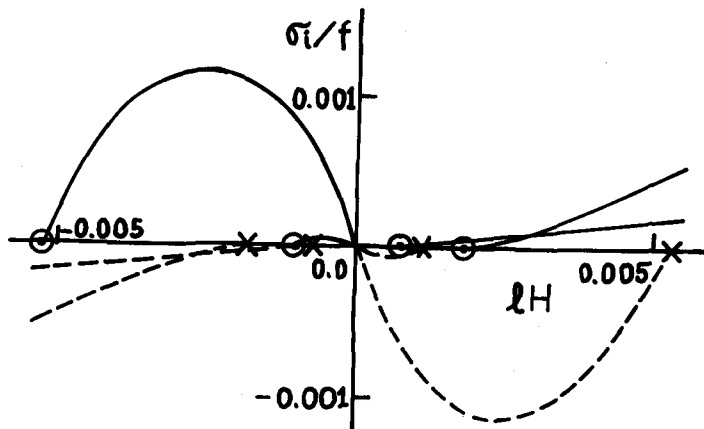


図 4 b 不安定特性・角振動数の虚部と波数との関係

参考文献

- 1) Leaman, K. and Sanford, T. : J. Geophys. Res., vol. 80, 1975-1978, 1975.
- 2) Rossby, H. T. and Sanford, T. : J. Phys. Oceanog., vol. 6, 766-774, 1976.
- 3) Fu, L. L. : Rev. Geophys. Space Phys., vol. 19, 141-170, 1981.
- 4) Pollard, R. T. : Deep-Sea Res., vol. 17, 795-812, 1970.
- 5) Pollard, R. T. and Millard, R. C. : Deep-Sea Res., vol. 17, 813-821, 1970.
- 6) Stern, M. E. : J. Marine Res., vol. 35, 479-498, 1977.
- 7) 蒲地政文 : 九州大学応用力学研究所所報, 第 59 号, 1-22, 1983.
- 8) Acheson, D. J. : J. Fluid Mech., vol. 77, 433-472, 1976.
- 9) Andrews, D. G. and McIntyre, M. E. : J. Fluid Mech., vol. 89, 409-646, 1978.
- 10) Andrews, D. G. and McIntyre, M. E. : J. Fluid Mech., vol. 89, 647-664, 1978.
- 11) Grimshaw, R. H. J. : Ann. Rev. Fluid Mech., vol. 16, 11-43, 1984.
- 12) Kamachi, M. and Grimshaw, R. H. J. : J. Fluid Mech. (to appear), 1984.
- 13) Charney, J. G. and Drazin, P. G. : J. Geophys. Res., vol. 66, 83-109, 1961.
- 14) McIntyre, M. E. and Weissman, M. A. : J. Atmos. Sci., vol. 35, 1190-1196, 1978.