

2次元密度 Plume における組織渦の構造と連行現象

Structure of Organized Vortex and Turbulent Entrainment
in Two Dimensional Buoyant Plumes

九州大学工学部 正員 小 松 利 光

九州工業大学 正員 ○ 浦 勝

福岡 県 正員 後 藤 俊 一

1. ま え が き

近年、乱流における Coherent な乱れ構造、いわゆる秩序立った大規模渦動の存在が明らかにされて以来、活発な研究が境界層乱流や自由乱流、混合層流について行われてきた。特に2次元噴流についての最近の研究だけに限ってみても、連行現象が組織渦と密接に関連していることもあって多くの研究者の関心を集め、我国では福岡・佐藤¹⁾や中川・弥津ら²⁾³⁾により、また海外では Antonia et al⁴⁾や Oler and Goldschmidt⁵⁾らによって多くの知見が得られている。特に福岡らは2次元噴流の連行現象が中心軸をはさんで交互に位置する1対の組織渦によって引き起こされるとしてモデル化し連行現象を説明しようとした。また Oler らは組織渦列を配置することにより連行だけでなく噴流の流れや乱れ特性まで表わそうと試みている。なお、密度差をもつ2次元表面噴流については室田・中辻ら⁶⁾の最近の研究があり、渦の合併過程と成層化の影響について考察を加えている。

一方、密度 Plume の流れにおいても連行現象が大きな役割を果たすことが知られている。断面最大流速 U_m が $x^{-1/2}$ に比例して減衰する2次元の均一噴流に比べ2次元密度 Plume では $U_m = \text{Const.}$ となるため、周囲水の連行速度は流下方向に減少せず、したがって連行される周囲水は Plume の初期流量に比して膨大な量となる。このことから密度 Plume において連行と密接に結びついている組織渦の解明が強く望まれている。2次元密度 Plume では U_m が一定に保たれるため、噴出口から離れた地点でも組織渦の渦度が減衰せず、合体をくり返しながら成長していくため、組織渦の研究には好都合となっている。

著者らは従来より2次元 Plume の組織渦について研究を行ってきたが、今回 hot film 流速計、圧力計による多変量の同一点同時測定ならびに可視化法による空間的な多点測定を行なった。本文ではこれらの実験結果を記し、Plume の組織渦の構造と連行現象について考察を加えている。

2. 実験方法とデータの解析

(1) 実験装置

実験は長さ2m、幅20cm、高さ1.3mで片面アクリル板の鋼製水槽を用いて行なった(図-1)。

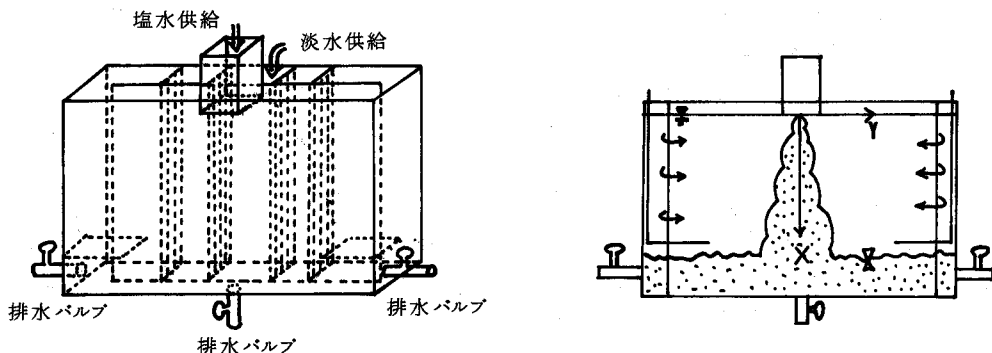


図-1 実験装置

水槽中央部1.6 m区間を板を用いて奥行き10 cmに締め、その中心部上端に幅 B_0 の2次元スリットを設置した。水槽内に貯えられた淡水中(密度 ρ_0)に鉛直下向きに塩水(密度 ρ_a)をスリットを通して噴出させて2次元密度 Plume の流れを作った。Plume は流下するにしたがい周囲水を連行して流量を大きく増加させるが、定常な Plume 流れを得るためには水槽下端に達した Plume 流量を全て排水するとともに連行された分の淡水を補給しなければならない。淡水の供給は仕切り板の背後から行なわれ、淡水は用いている仕切り板の両端部を通過して前面に回り込んでくる。過剰な淡水供給による強制連行を避けるために余分の淡水は水槽の背後に設けられた越流ゼキにより排水される。Plume 水の排水は水槽底面ならびに両端下部に設置された3個の排水バルブにより行なわれる。流下して来た Plume 水が水槽底部に衝突した後はね上がりを防ぐため、左右両側に上下可動の突出板を設けている。流下して来た Plume 水が水槽下部に貯留され、塩水下層が形成されるが、その内部境界面が上昇も下降もすることなく停止するように3個のバルブを調整し排水した。

以上により定常で安定した Plume 流れが得られ、長時間にわたって測定することができた。座標はスリット断面中央部より鉛直下向きに x 、水平方向に y 、奥行き方向に z とする。

(2) 実験条件と測定方法

実験は噴出口付近では jet-like flow で流下していくにつれて Plume-like flow に遷移していく流れや噴出口での内部 Froude 数が非常に小さい為に縮流を起こして Pure Plume flow に移っていく流れなど幅広い範囲の Plume 流れを対象とした。

実験条件を表-1に示す。初期内部 Froude 数 Fr_0 は $Fr_0 = U_0 / \sqrt{\epsilon_0 g B_0}$ で定義されている。

(a) 流速・圧力・密度の同一点同時測定

3方向の流速と圧力・密度変動の同一点同時測定を行なった。流速の測定は DISA 社製 V 型2方向 hot film 流速計プローブを2個用い、先端部分を極力近づけるためにプローブの中心線が $\theta = 11.59^\circ$ で交叉するように固定し、更に密度を測定するために、電導度式塩分濃度計プローブを中心間隔2 mm で hot film プローブに結合固定した。⁷⁾ また、圧力変動の測定のために T O Y O D A 製半導体差圧変換器 DD102 に接続した内径0.65 mm の圧力プローブを hot film プローブに出来るだけ接近させ、濃度計プローブの反対側に結合した。

Run	初期流量 Q_0 (cm^3/s)	無次元密度差 ϵ_0 ($\rho_a - \rho_0$)/ ρ_0	噴出口幅 B_0 (cm)	初期流速 U_0 (cm/s)	初期内部 フルード数 Fr_0
I	53.9	0.0098	0.5	10.78	4.93
II	95.9	0.0098	5.0	1.92	0.277
III	124.1	0.0070	2.0	6.21	1.68
IV	120.7	0.0125	0.5	24.14	9.75
V	108.1	0.0125	5.0	2.16	0.276

表-1 実験条件

乱流中では圧力プローブに衝突する流速ベクトルの大きさと方向が一瞬一瞬変化するため、圧力プローブの方向特性と静圧係数を前もって求めておき、hot film プローブより得られた流速ベクトルの測定値から動圧成分を求め、総圧より差し引くという方法で圧力変動を算出した。⁸⁾

得られたデータはデータレコーダーに収録し、A-D変換の後、統計処理を行なった。サンプリング間隔は $\Delta t = 1/125 \text{ sec}$ 、データ個数は各々 $N = 4096$ である。

(b) 可視化法による測定と解析

hot film 流速計や電導度計、圧力計による測定は多変量の同時測定であるが、点計測であるため、それだけで空間的な拡がりをもつ組織渦の構造を解明するのは容易ではない。そこで空間的に組織渦をとらえるために可視化した Plume をモータードライブカメラや VTR で撮影し解析を行なった。実験は次の3通りの方法で行なっており、実験条件は表-1と同じである。

まず、ウォーターブルーで着色した塩水を噴出させることにより可視化された Plume をモータードラ

イブカメラで時間間隔 1~1.7 sec で連続撮影し (EXP-A), 組織渦の渦径や渦速度、周期、また連行のメカニズムなどを調べた。

次に、Plume 周辺の淡水中にメチルオレンジで着色された淡水を細管から静かに注入して VTR で撮影し (EXP-B)、周囲水の連行される様子を調べ、連行の周期を求めた。

最後に噴出塩水をフルオレセインで着色し、水槽の両側面からスリット光を照射して VTR で連続撮影した (EXP-C)。再生した画像より Plume 界面の変位を左右の界面で同時に 6 点でディジタイザーで読み取り、時系列のデータとして統計処理した。サンプリング間隔は測定地点によって異なり 1/30~1/2 sec でデータ個数は 1 点につき $N = 1024$ である。

3. 実験結果とその考察

(1) 組織渦の周期・渦速度・渦径

断面最大流速 U_m の 1/2 の流速をもつ点までの Plume 中心からの距離 (半値半幅) を δ とする。hot film 流速計により測定された鉛直方向の流速変動 u のうち、 $y = \delta$ 付近の時系列のデータに low pass filter をかけて random な乱れ成分を除去することにより、ある卓越した周期をもつゆるやかな流速変動を抽出することができる。この変動を組織渦による流速変動とみなし、¹⁾ 変動のピークからピークまでの時間を測って平均をとり組織渦の周期 T_h とした。同じ条件で可視化した Plume の写真解析からも渦の周期 T_s を求めたが両者はほぼ一致した。ここでは hot film 流速計から得られた量 U_m と δ でストローハル数 $St (= \delta / U_m T_h)$ を構成することにし、 T_h だけを用いる。Plume の流れは噴出口での初期浮力 flux No と momentum flux No に規定されることを考慮し、 St 数を無次元距離 $No^{2/3}x / Mo$ に対してプロットしたのが図-2 である。Plume の St 数はいずれの場合も最終的には $St \approx 0.1$ に収束しており、Plume の際立った特性を示している。2次元密度 Plume では $U_m \approx \text{const.}$ となることから $T_h \propto \delta$ となり、最大流速の半値半幅値と組織渦の周期の間に比例関係が存在することになる。

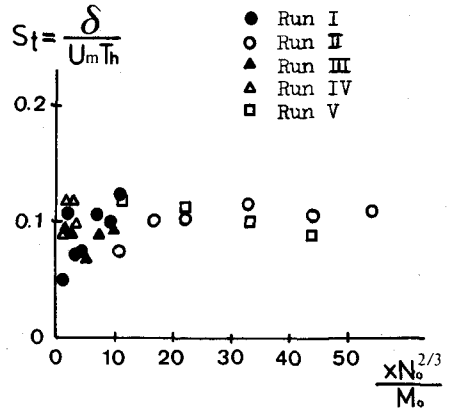


図-2 St 数と流下距離の関係

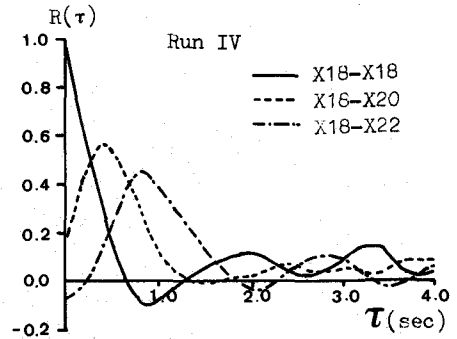


図-3 界面変動の相互相関関数

次に可視化された Plume の VTR 撮影 (EXP-C) より得られた Plume 界面の 2 点の変動の相互相関関数の代表的な例を図-3 に示す。相関関数は振幅を減衰させながら振動しており、Plume 界面の変動が組織渦のため強い周期性をもつことを示している。また 2 点間の距離が増大するにしたがい相関は弱くなり、ピークの遅れ時間は増加していく。この 2 点間の距離をピークの遅れ時間で割ることにより組織渦の流下速度 V_v を求めることができる。 V_v を Mo , No で無次元化し、無次元距離に対してプロットしたのが図-4 である。組織渦の流下速度 V_v は Jet-like flow, Plume-like flow を問わず断面最大流速 U_m の約 1/2 倍で

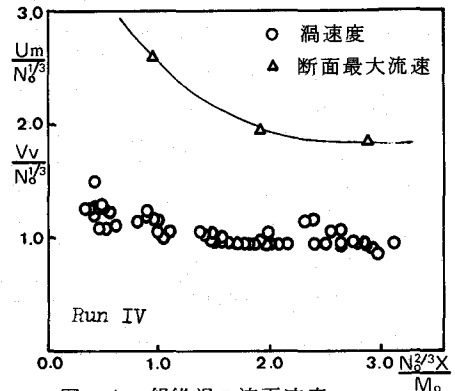


図-4 組織渦の流下速度

あり、流下とともに $V_v/N_0^{1/3}$ の値は 1.0 に近づいている。

次に図-5に示すようにPlume幅のふくらみが極大値をもつ点Mの主流方向の移動速度を V_{VM} 、相隣るM点の距離をその距離の中心点の位置におけるx方向の渦径 L_x 、またM点とPlume中心軸との間の距離をy方向の渦径 L_y とそれぞれ定義すると、多くの連続写真から(Exp-A)噴出口からの距離に対するこれらの諸量が求められる。図-6に L_y 、 L_x のアンサンブル平均値及びhot film流速計より得られた半値半幅 δ の流れ方向の変化を示す。渦同士の合体ならびに周囲水の連行により L_x 、 L_y 、 δ はともに流下にしたがって増大するが、y方向の渦径と半値半幅の関係として $L_y=1.67\delta$ が得られ興味深い。なおこの手法により得られた V_{VM} と U_m の比もほぼ0.5となりExp-Cの結果と一致する。

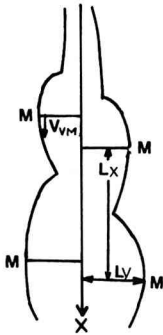


図-5 L_x 、 L_y 、 V_{VM} の定義

(2) Plumeの連行特性とそのメカニズム

Exp-Aから得られた流下方向の渦径 L_x と渦速度 V_{VM} を用いて $T_s=L_x/V_{VM}$ より渦周期を計算することができる。一方、周囲水に注入されたトレーサー(メチルオレンジ)がPlumeに巻き込まれる様子(写真-1)をVTRで連続撮影(Exp-B)しそれを解析して各地点ごとの連行の周期 T_E を求めた。表-2に渦の周期 T_s と連行周期 T_E の比較を示すが、 T_s と T_E は大きく異っており、このことからPlumeの連行現象は必ずしも左右に交互に配置された組織渦のペアにより引き起されるのではないことがわかる。

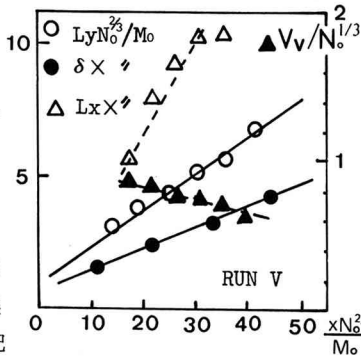


図-6 L_x 、 L_y 、 δ とxの関係

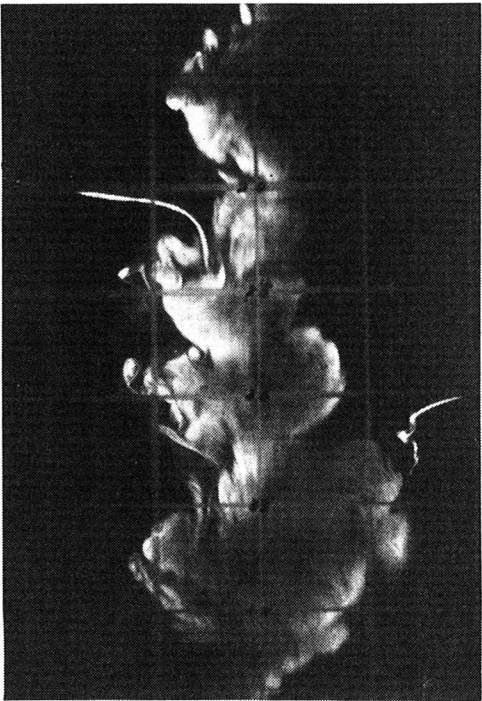


写真-1 周囲水が連行される様子

x(cm)	10	20	30	40
$T_E(\text{sec})[\text{Video}]$	1.42	2.43	3.93	5.82
$T_s(\text{sec})[\text{photo}]$	0.80	1.55	2.50	3.68
T_E/T_s	1.78	1.56	1.57	1.58

表-2 T_E と T_s の比較

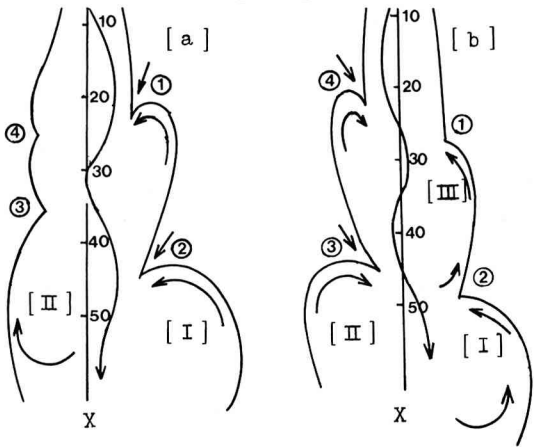


図-7 組織渦と主流による連行状況

T_E / T_S の値は表-2から1.5~1.8程度であるが、他の条件の実験でもほぼこの程度であった。

Plumeでは両側にそれぞれ組織渦列が発生するが、噴出口からある程度離れると渦列は交互に配置されるようになり、渦は交互に逆方向に回転し、その間を主流が蛇行しながら流下する。

図-7 (a) では①と②で、1.7秒後の図 (b) では③と④で主流と渦に挟み込まれるような形で連行が生じている。(a) 図では渦 (I) と主流により②で連行が生じるが、同時に主流により渦 (II) は渦度を増大させている。この後、渦 (I) は連行に寄与したことにより渦度を消耗し、(b) 図のように外側に押しのけられて渦の下降速度が減少する。そして渦度が弱いため上下の渦の間の界面の角度も鈍くなりもはや連行を維持できなくなる。一方、(a) 図の段階で主流によって成長した渦 (II) は (b) 図に示されているように新たに主流とともに連行を引き起こす。このとき主流により渦 (I), (III) は新しく渦度を与えられて成長し、その次の段階で (a) 図と同じように①と②で主流と共同で連行を引き起こす。

このように組織渦は主流により渦度を与えられ、合体により成長し、主流とともに連行を引き起こした後衰弱するという過程をくり返しながらか流下していく。したがってこのように渦列が交互に配列されている(このことは後で界面変動の相互相関からも裏付けられている) ような噴出口から離れた領域では連行が生じているのは左右どちらか一方であることが多く(写真-1)それが交互に起こっている。先の T_E / T_S の値が1とならずに1.5~1.8程度になつたのは以上の理由によるものである。また T_E / T_S が2に一致しないのは以上の連行メカニズムの他に渦の合体時にも連行が生じる⁹⁾ことから、連行回数が若干増えていることによるものと思われる。

次に、Exp-Cの方法でRun-IIIのPlumeの界面変動を測定し、FFT法により計算した界面変動の周波数スペクトルを図-8に示す。2つの顕著なピークが存在するが2番目のピークの周波数はExp-Aで求めた周期 T_S の逆数とほぼ一致することから、組織渦の周波数を示していると思われる。一方、2つのピークの周波数の比が1.7となることから、最初のピークは連行による界面変動に対応していると考えられる。

図-9にRun V, $x = 20 \text{ cm}$, $y = 3.5 \text{ cm}$ (半値半幅付近)で測定された流速、密度および圧力のそれぞれの変動のデータを示す。連行時のPlume内部の特性をみるためにこれらのデータはlow pass filterがかけており、randomな変動成分は除去されている。これによると p と V の間に正の相関がみられ位相は p が早くなっている。また V と $\Delta p'$ の間にも強い正の相関性がみられ位相は V が早くなっている。このことから、蛇行している主流と組織渦による界面付近の回転流の方向が一致すると、圧力の低下が起こり、周囲水が巻き込まれて連行が行なわれ、密度の低下が生じることがわかる。 u と $\Delta p'$ の間にも正の相関がみられるが、これは主流が測定点に近いときは u も $\Delta p'$ も正の値をとるが、主流が蛇行により離れているときは u も $\Delta p'$ も負の値をもつということに対応している。

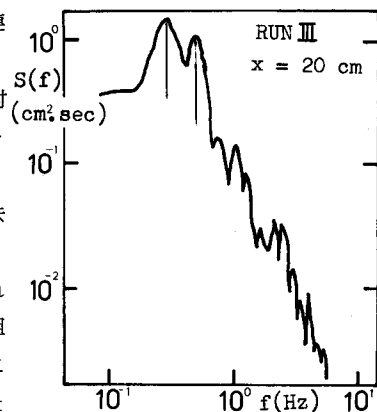


図-8 界面変動のスペクトル

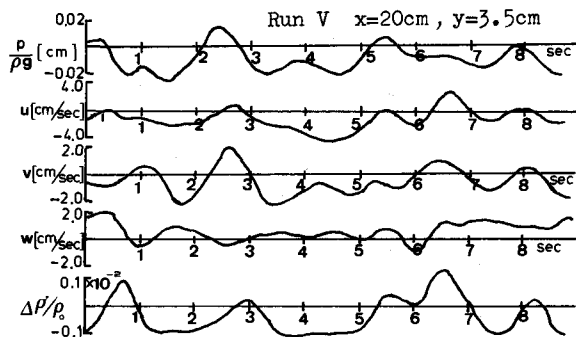


図-9 流速・密度・圧力の変動記録

(3) 組織渦列の空間的特性

Plume の左右両側の組織渦列の時間・空間的特性を調べるため左側1点の界面の変動に対する右側界面の変動の相互相関を求めた。界面の変動量は図-10のように仮の原点をPlumeの左方に設定し、それからの距離を読み取っている。図-11に $x=10\text{ cm}$ と $x=30\text{ cm}$ における相互相関係数を示す。 $x=30\text{ cm}$ では $\tau=0$ のピークが正の最大値を示しており、Plumeの左右の界面が連動して変化することを示している。これは噴出口から離れると合体を重ねたために渦径が大きくなり、左右の混合層の幅も大きくなって互に交叉して干渉し合い、左右の渦列が独立に存在し得なくな

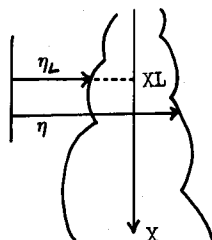


図-10 界面変動の測定

って組織渦が互い違いに配列されることを表わしている。これに対し $x=10\text{ cm}$ の相関では $\tau=0$ にそれ程強い相関はなく、少し時間遅れのあるところでより強いピークがみられる。

噴出口近くでの組織渦列の配置を決定する要因は今のところ明らかではないが、この領域では独立した混合層が左右に1つずつ存在して渦が合体しながら成長するのに対し、噴出口から離れたところでは混合層が干渉し融合して一体化するわけで、組織渦列の機構が大きく異っている。なお、前に述べた連行のメカニズムは後者について述べたものである。

次に hot film 流速計、半導体差圧変換器より得られた変動成分 u , v , w , p の自己相関関数のうち代表例として RUN IV の $x=10\text{ cm}$, $x=40\text{ cm}$, $y=\delta$ における相関を図-12に示す。 $x=10\text{ cm}$ における R_{uu} , R_{vv} は $\tau=0.8\sim 0.9\text{ sec}$ に組織渦の周期に対応する最初のピークを示すが、 R_{ww} , R_{pp} では $\tau=0.45\text{ sec}$ 付近に最初のピークがみられ2番目のピークが $\tau=0.8\text{ sec}$ で組織渦に対応している。すなわち、組織渦の約半分の周期の変動が w および p に生じている。これは図-13のスペクトル図において w , p のスペクトルにだけ明確な2つのピークが見られることからわかる。渦の合体が激しく起っている噴出口付近では2次元流れにもか

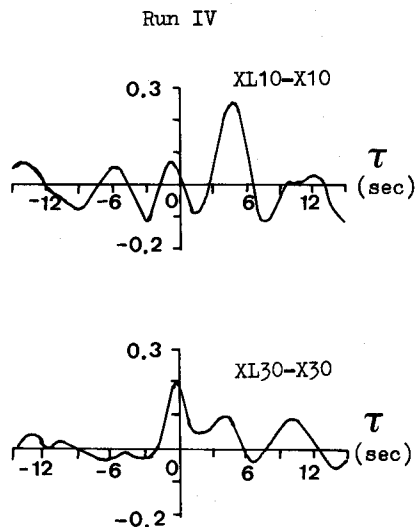


図-11 界面変動の相互相関係数

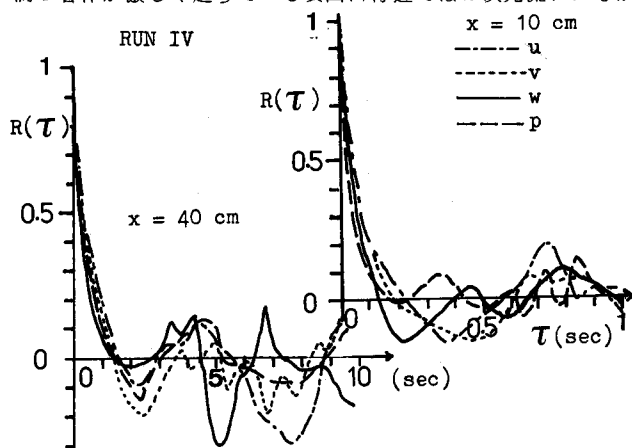


図-12 u, v, w, p の自己相関係数

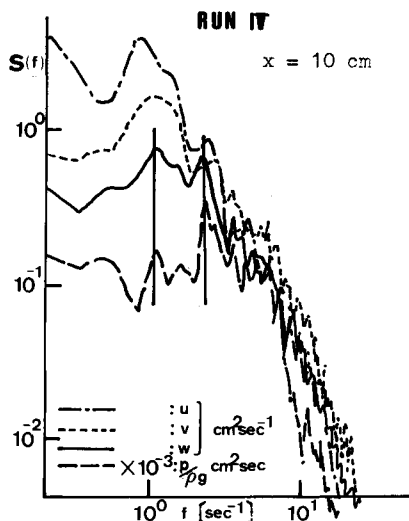


図-13 u, v, w, p のスペクトル

かわらず、圧力変動を媒介として奥行き方向に変化をもつ3次元構造の渦が生じているものと思われる。
 一方、 $x = 40 \text{ cm}$ の相関では u, v, w, p いずれも $T = 3 \sim 5 \text{ sec}$ で組織渦の周期に対応するピークをもっている。これは渦が流下するにしたがい渦径が増大するが、 z 方向には実験水路幅の抑制を受けて、強制的に2次元化させられていると解釈される。

(4) 組織渦の合体機構

(a) 界面変動のスペクトル

(1) で密度 Plume の組織渦の周期は Plume の半値半幅 δ にほぼ比例して流下方向に増大することを示したが、この周期の増加は渦の合体なしには生じ得ない。この渦の合体の様子を調べるため、Exp-C の実験で得られた $x = 3 \sim 22 \text{ cm}$ の界面変動のスペクトルを図-14 に示す。図中の縦線はスペクトルのピーク位置を示す。(イ) 図において顕著なピークは $f = 2 \text{ Hz}$ と $f = 1 \text{ Hz}$ に見られ、この2種類の渦が卓越していることがわかる。 $x = 3 \text{ cm}$ から $x = 7 \text{ cm}$ へと流下するにしたがい 2 Hz の渦から 1 Hz の渦へとエネルギーが移行しており、 $x = 6 \text{ cm}$ 付近で最も頻繁に 2 Hz の渦の合体が起こりその結果 1 Hz の渦が生じている。

(ロ) 図では 1 Hz の半分の 0.5 Hz 付近に更にピークが発生、成長しており、 1 Hz の渦の合体により 0.5 Hz の渦が生じている。エネルギーのピークの大小関係から、 $z = 11 \text{ cm}$ 付近で再び合体が激しく起っていることがわかる。

(ハ) 図では 0.5 Hz のピークとともに 0.32 Hz のピークが現われている。また(ニ)図では 0.5 Hz 、 0.32 Hz に加え 0.25 Hz にもピークが認められる。 0.5 Hz のパワーと 0.25 Hz のパワーは流下とともに変化し、 0.25 Hz のパワーが相対的に大きくなることから $x = 22 \text{ cm}$ 付近で最も盛んに 0.5 Hz の渦が合体して 0.25 Hz の渦を生成していることが明らかである。これに対し、 0.32 Hz の渦と 0.50 Hz の渦のパワーの相対的な大小関係はほとんど変化しないということと両者の比が $0.50/0.32 = 1.56$ であることからこの 0.32 Hz の変動は 0.50 Hz の渦が引き起こす連行作用に伴う界面変動であると解釈できる。図には示していないが、更に流下していくと 0.25 Hz の渦に対応した連行による界面変動が 0.15 Hz 付近に確認された。この場合の両者の比は $0.25/0.15 = 1.67$ である。

ここで、組織渦の周期の $1.5 \sim 1.8$ 倍程度の連行周期の存在が改めてスペクトルから確認されたが、噴出口付近ではこのような連行周期はみられなかった。これは(3)で述べたように噴出口付近では左右の組織渦列の配置が交互になっていないため(2)の連行メカニズムが当てはまらないからである。この領域では連行の周期は組織渦の周期と一致しているものと思われる。

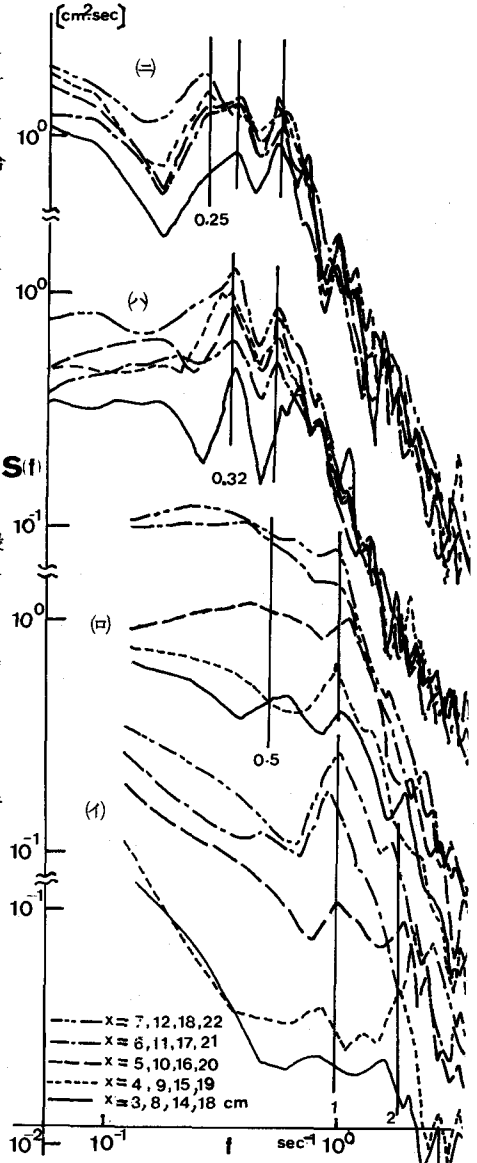


図-14 界面変動スペクトルの流れ方向変化

(b) Zero up cross 法より求めた渦の周期

2つの渦が合体すると周期が2倍となるので、界面変動時系列のデータ (Exp-C) に Zero up cross 法を適用して平均周期を求め、渦の周期から渦の合体について考察する。得られた周期 T_z を x に対してプロットしたのが図-15である。界面変動のデータは random な乱れによる変動を含んでいるので周期 T_z は必ずしも組織渦の周期に対応はしないが、周期の変化の大まかな目安は得ることができる。図-15より、周期 T_z は流下方向に増加しているが、特に $x=6\text{ cm}$, 12 cm , 22 cm 付近で急に大きくなっており、組織渦が合体していることがわかる。またその合体の地点は (a) の界面変動のスペクトルより得られた地点とほぼ一致している。

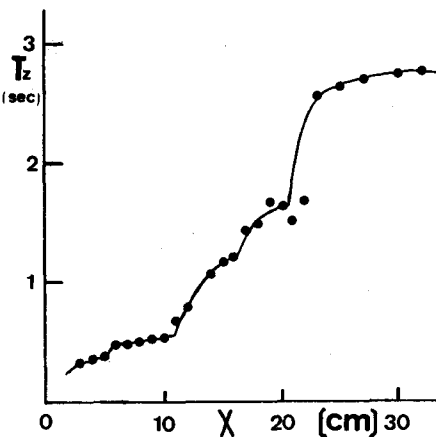
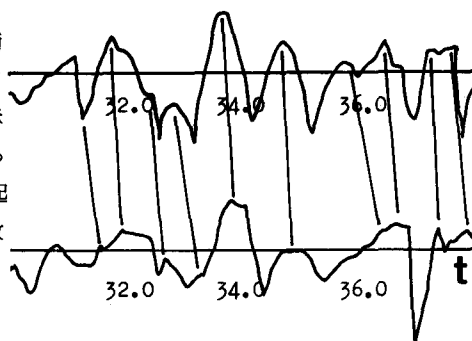


図-15 T_z の流下方向の変化

(c) 組織渦の流下方向の軌跡

図-16のように同時に測定したいくつかの地点の界面変動の時系列のデータを用いて、変動のピークを x に沿って追跡して組織渦の挙動を調べた。その結果を図-17に示す。渦が合体し、その個数を減らしていくのが良くわかる。特に $x=5\sim6\text{ cm}$, $10\sim11\text{ cm}$ 付近で頻繁に合体が起っており、スペクトルや周期 T_z からの考察結果と良く一致している。



4 む す び

多変量の同一点・同時測定 of データと可視化法による空間的拡がりをもつデータを組み合わせることで2次元密度 Plume における組織渦の特性、連行と組織渦の関係また連行のメカニズムについて解析、検討を加えた。

本文で得られた主要な結論は以下の通りである。

- (1) 流れの特性量で構成された組織渦のストローハル数 St は2次元密度 Plume ではほぼ0.1の値をとる。
- (2) 組織渦の渦速度は Jet-like flow, Plume-like flow を問わず断面最大流速のほぼ1/2であり、無次元渦速度 $V_v/N_b^{1/2}$ は Plume 流れでは1に近い値をとる。
- (3) 連行の発生は連続的ではなく間欠的であり、その周期は組織渦の周期と一致せず1.5~1.8倍程度となる。
- (4) Plume は噴出口付近では2列の組

$x(\text{cm})$

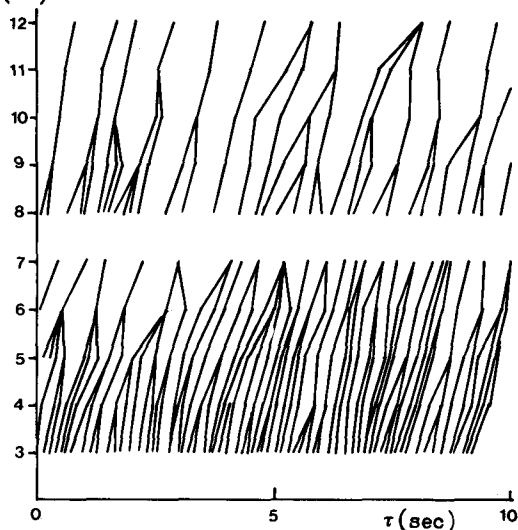


図-17 組織渦の流下方向の軌跡

織渦列が各々独立して自由混合層と似た挙動を示すが、流下に伴って渦径が大きくなってくると各々の組織渦列は互に干渉して交互に配置され連行のメカニズムも異なったものとなってくる。

- (5) 連行の可視化と流れの測定より、Plumeの連行は主流と組織渦の共同作業で行なわれ、主流と組織渦のエネルギー交換と両者の相対的な位置関係に規定されるという連行のメカニズムが明らかになった。
- (6) 速度変動・密度変動・圧力変動の間に組織渦と連行作用によって結びつけられた強い相関がある。
- (7) 平均流れが2次元でも組織渦の渦構造は3次元性を示す。

最後に、終始御指導頂いた九州大学 椿東一郎教授、本研究に熱心に協力された松永信博、柴田敏彦、藤田和夫（以上九州大学）、西村聡（奥村組K・K）、米田哲哉（長崎県）の諸氏に深甚なる謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 福岡捷二・佐藤郁太郎：二次元噴流中のオーガナイズド・モーションの構造とその水理学的役割，土木学会論文報告集，第277号 pp. 71～83，1978
- 2) 柗津家久・中川博次・中川雅夫：2次元噴流における組織立った渦運動の発生・発達・合体・崩壊機構，土木学会第35回年次学術講演概要集第2部，pp. 398～399，1980
- 3) 樋口義弘・中川博次・柗津家久：組織立った噴流の可視化及びホットフィルム流速計の同次計測，土木学会第37回年次学術講演概要集第2部，pp. 359～360，1982
- 4) Antonia, R.A., L.W.B. Browne, S. Rajagopalan and A.J. Chambers: On the Organized Motion of a Turbulent Plane Jet, J. Fluid Mech., vol. 134, pp. 49-66, 1983
- 5) Oler, J.W. and V.W. Goldschmit: A Vortex-Street Model of the Flow in the Similarity Region of a Two-Dimensional Free Turbulent Jet, J. Fluid Mech. vol. 123, pp. 523-535, 1983
- 6) 室田明・中辻啓二・藪内生死：二次元表層密度噴流における大規模渦運動に関する実験的研究，土木学会論文報告集，第339号，pp. 109～118，1983
- 7) 椿東一郎・小松利光・八尋明彦：成層せん流における乱流構造，土木学会第26回水理講演会論文集 pp. 31～38，1982
- 8) 小松利光・柴田敏彦・浦 勝：乱流中における圧力変動の測定，九大工学集報，第55巻第6号，pp. 569～575，1982
- 9) Winant, C.D. and F.K. Browand: Vortex Pairing; The Mechanism of Turbulent Mixing-Layer Growth at Moderate Reynolds Number, J. Fluid Mech., vol. 63, pp. 237-255, 1974