

長方形断面蛇行水路における分散現象

Dispersion in Meandering Channels of Rectangular Section

東京大学大学院 学生員 池 谷 毅

東京大学工学部 正 員 玉 井 信 行

1. 緒論

環境問題に係わる流れの研究では、河川、海洋、大気における物質の混合問題に多くの関心が寄せられてきた。河道における流れのように、流速分布が一様でなくシアーをもつ流れにおける拡散は、特に分散あるいは、移流拡散と呼ばれる。Taylor(1953, 1954) は、分散現象の機構を初めて明らかにした。そして、一方向の長さスケールの卓越した場においては、物質投入後、十分時間が経過した後には濃度分布は1次元の拡散方程式に従うことを示し、直線円管路乱流において分散係数 $D=10.06au$ 、 a : 直径, u : 摩擦速度を得た。Elder(1959) はTaylorの考え方を2次元開水路流れに適用して $D=5.9H_0u$ 、 H_0 : 水深を求めた。Fischer(1967) は河川における分散係数がこの値より大きいこと指摘し、その原因を横断方向の流速分布により説明した。

水路の湾曲が分散現象に及ぼす影響については、Fischer(1969), 池田(1974)らの研究があり、2次流により横断方向の分散能が増大することが示されている。蛇行水路における分散現象に関する研究としては、Fukuoka-Sayre(1973) があり、蛇行水路においては縦方向の分散能が増大し、その原因が3次元流況と密接な関係があることが示されている。

本研究は、長方形断面蛇行水路における3次元流況と分散現象との関係を解明することを目的にする。初めに、蛇行水路で分散実験を行い実験的に現象を把握する。次いで、モンテカルロ法により3次元移流拡散方程式をシミュレートする。

2. 実験

2.1 実験水路 実験水路には図-1に示した10個の湾曲が交互に連続した水路を用いた。この水路の中心線はsine-generated curveを十分近似できる形状である。断面形は長方形であり、水路幅30cm, 曲率半径60cm, 水路勾配は0.001 である。実験時の水深は3cm, 流量は2.04l/s である。実験水路, 実験条件は玉井・池内・山崎(1983)らの実験とほぼ同じものである。実験水理条件を表-1にまとめる。

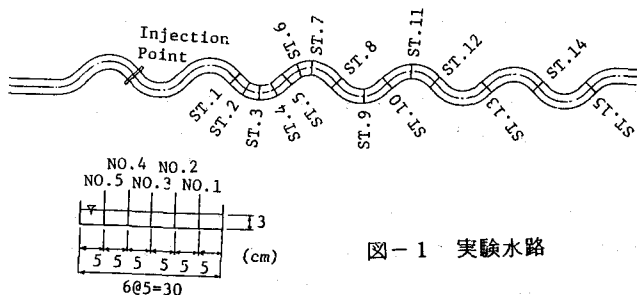


図-1 実験水路

表-1 実験条件

曲率半径	60.0 cm
湾曲中心角	90.0°
湾曲間直線部長	30.0 cm
水路幅	30.0 cm
水深	3.0 cm
水路勾配	0.001
平均流速	22.7 cm/s

2.2 実験方法 実験には塩分を含むトレーサーを投入し下流で濃度を測定する方法と、染料を投入し染料雲の流れ下る様子をビデオテープに録画する方法を用いた。

濃度測定に使用したトレーサーは、食塩水にメチルアルコールを加えて比重を調節した水溶液である。トレーサーの投入は図-1中のInjection Point で行い瞬間面源とみなし得る様に、水面上から横断方向に一樣にトレーサーを瞬時に落下させる方法によった。塩分濃度の測定には抵抗線式濃度計を用いた。この濃度計ではセンサーを水底までつけることにより、水深方向に平均した濃度を測定することが可能である。測

定点は図-1に示す15測定断面各5測定点計75点で、各々5回ずつ測定した。測定結果はデータレコーダーに記録し、A-D変換した後、処理した。

3. 実験結果及び考察

5回の測定に対しアンサンブル平均した各測定点における濃度-時間曲線を図-2に示す。この図の各段は下から上へ測定点NO.1-NO.5に対応する。また、各段には15本の曲線が引かれており、左から右に測定断面ST.1-ST.15に対応する。また、各測定断面における断面平均濃度を図-3に示す。平均には算術平均を用いた。

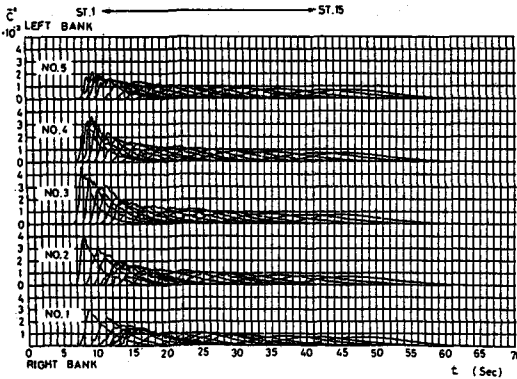


図-2 アンサンブル平均濃度-時間曲線

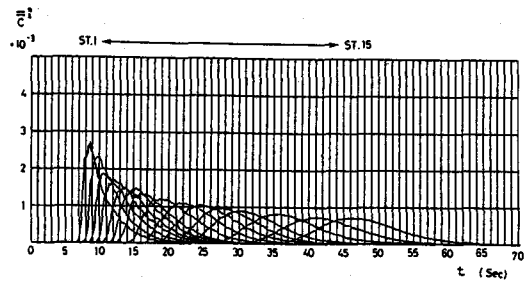


図-3 断面平均濃度-時間曲線

初めに今回の実験結果を従来の分散実験の結果と比較するために断面平均濃度を用いて以下の量を求めた。

$$C_0 = \int_0^{T_0} c dt \quad (1)$$

$$T_1 = \int_0^{T_0} c t dt / C_0 \quad (2)$$

$$T_2 = \int_0^{T_0} c (t - T_1)^2 dt / C_0 \quad (3)$$

$$T_3 = \int_0^{T_0} c (t - T_1)^3 dt / (C_0 T_2^{3/2}) \quad (4)$$

ここに T_0 は測定時間で、本実験では70秒であり、 c は濃度をあらわす。これらの値を計算するさいに、濃度-時間曲線の端尾部の形状は結果に大きな影響を与える。本実験で得られたデータは細かい振動を含んでいるため、端尾部をそのまま用いると結果にばらつきを生じる。そこでここでは、各測定点でのピーク濃度の10%以下の濃度を切り捨てて計算を行った。計算結果を図-4に示す。

C_0 は投入されたトレーサーの量を示す値である。図-4をみると C_0 は流下に伴いほとんど変化せずトレーサーは消失すること無く流下している事がわかる。

T_1 は平均流下時間を示す値であり、図-4に示したように流下距離に比例して増大する。図-4の直線から平均流下速度を計算すると $V_0 = 23.2 \text{ cm/s}$ となり流量測定から求めた値 $V_0 = 22.7 \text{ cm/s}$ とほぼ一致する。

T_2 は濃度-時間曲線における平均流下時間まわりの2次モーメントをあらわし、濃度分布の広がりを表わす。図-4に示したように、 T_2 は流下距離にたいしてほぼ直線的に増大している。これよりこの実験に対する1次元分散係数をモーメント法(Fukuoka-Sayre(1973))により求めれば

$$D = \frac{V_0^3}{2} \frac{dT_2}{ds_a} = 31.6 u_* H_0 \quad (5)$$

となる。ここに、 H_0 : 水深、 u_* : 摩擦速度 である。

T_3 は濃度-時間曲線の歪み度を表わす。歪み度は正規分布では0である。図-4に示したように歪み度は流下に伴い減少し濃度分布が正規分布に近付くことがわかる。以上のように、本実験で得られた断面平均濃度時間曲線に対する結果は従来の実験と特に異なった点はない。

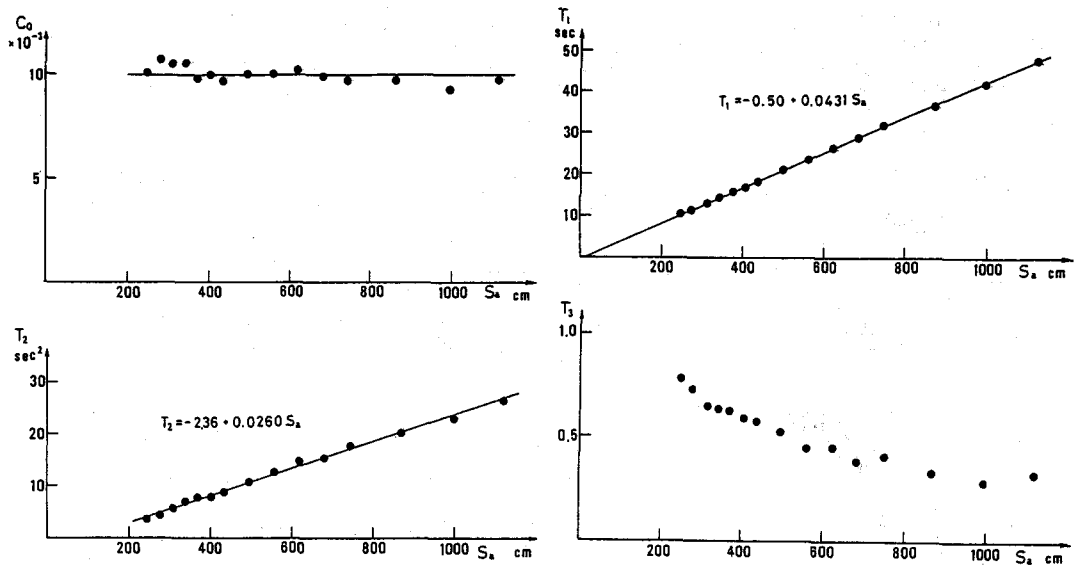


図-4 断面平均濃度-時間曲線に対する統計量の時間変化

さて、式(5)に求めた分散係数はElderの理論解や本実験と同様の断面構成をもつ直線水路に対する実験(例えばFischer(1967))に比べて極めて大きい。この分散係数の増大はFukuokaらも報告しており、彼らの予測式により分散係数を求めれば、 $D=27.1u_*H_0$ となり、ほぼ妥当な予測値を与える。しかし分散係数の増大のメカニズムの説明については十分とは言えず、本論文では以下その原因を3次元流況との関連から説明することを試みる。

初めに、濃度データをより詳しく解析する。各測定点における濃度-時間曲線に対する T_1, T_2 と断面平均濃度時間曲線に対する T_1, T_2 との差を後者で無次元化した量を計算した結果を図-5に示す。これを見ると T_1, T_2 は共に投入点近くでは内岸側のほうが外岸側に比べて大きいことがわかる。これは、内岸側の測定点には外岸側の測定点に比べて早くトレーサが到着し広がり小さいことを示す。

次にこのような混合形態の特徴をより直観的にとらえるために、染料雲の拡散過程を図-6に示す。これを見ると投入された染料は楔状に斜めに引き伸ばされ、染料雲の頭部は先に内岸側を通り、尾部は遅れて外岸側を通る。さらに、偏曲点付近で、染料雲の頭部は現湾曲の内岸側から次湾曲の内岸側へと水路を横断する。すなわち、頭部は蛇行水路の内岸側を縫うように流れ、尾部は外岸側を這うように流れる。この流れ方は濃度分布の測定結果から得られる情報とも一致し、長方形断面蛇行水路における物質の混合形態の特徴と考える。

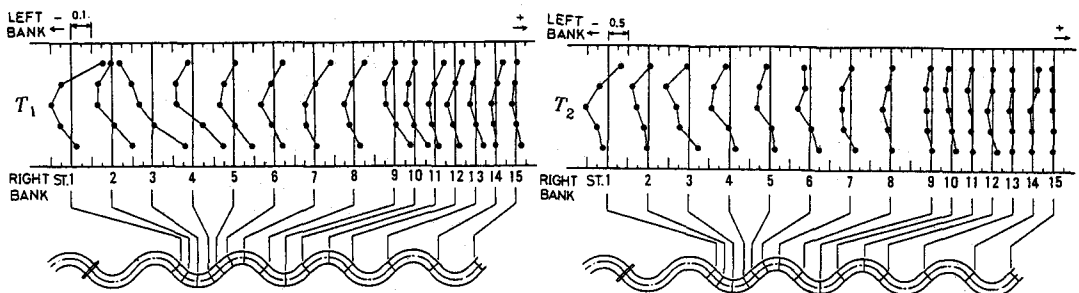


図-5 各測定点に置ける濃度の T_1, T_2 の断面平均濃度の T_1, T_2 からのずれ

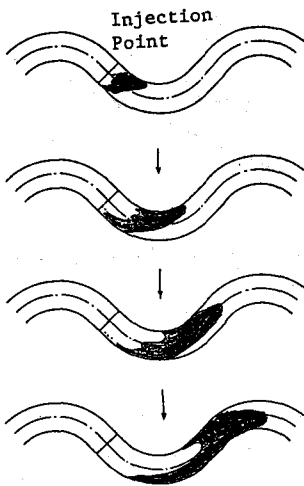


図-6 染料雲のスケッチ

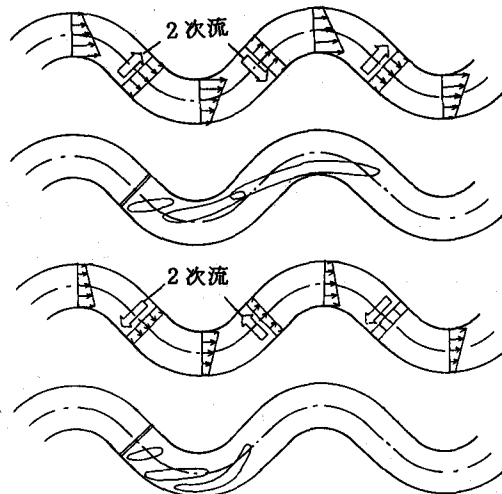


図-7 流速場と物質分布の模式図

ここで、上に述べた特徴と蛇行水路における3次元流況との関連を模式的に説明する。長方形断面蛇行水路における主流、2次流の模式図を図-7に示す。このような流速場において、表面付近に存在する物質は内岸側の流速の速い場所を流れ下り、しかも、直線的に流れるため短い流下時間で下流に達する。これに対して、底面付近に存在する物質は流速の遅い外岸側を這って流れ、しかも、大回りに蛇行しているために、下流に流下するためには長い時間がかかる。従って、トレーサーは内岸側の測定点には外岸側の測定点よりも早く、あまり広がらずに到着することになり実験結果を説明できる。

このように蛇行水路における分散現象は、水路の曲がりと主流速、2次流速の分布による3次元的な引き伸ばしと乱流拡散とが加わって生じる現象であることがわかる。

4. モンテカルロ法による3次元拡散方程式のシミュレーション

前節で、3次元流況が分散現象にどのような影響を与えているかについて定性的な議論をおこなった。本節ではより定量的な議論を行うために、モンテカルロ法を用いて3次元移流拡散方程式のシミュレーションを行う。

基礎方程式には図-8に示す座標系であらわした3次元移流拡散方程式を用いた。

$$\sum_{i=1}^4 \frac{\partial (F_i c)}{\partial q_i} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \frac{\partial^2 (a_i c)}{\partial q_i^2}$$

ここに、 $q_1=t, q_2=s_a, q_3=n_a, q_4=z_a$

$$F_1 = 1 - n_a \frac{\partial \theta}{\partial s_a} \quad F_2 = u_s - \frac{1}{2} \frac{\partial a_2}{\partial s_a}$$

$$F_3 = (1 - n_a \frac{\partial \theta}{\partial s_a}) u_n - \frac{1}{2} \frac{\partial a_3}{\partial n_a}$$

$$F_4 = (1 - n_a \frac{\partial \theta}{\partial s_a}) u_z - \frac{1}{2} \frac{\partial a_4}{\partial z_a}$$

u_s, u_n, u_z : s_a, n_a, z_a 方向の流速

e : 渦動拡散係数

$$a_1=0, a_2=2(1 - n_a \frac{\partial \theta}{\partial s_a})^{-1} e \quad a_3=a_4=2(1 - n_a \frac{\partial \theta}{\partial s_a}) e$$

(6)

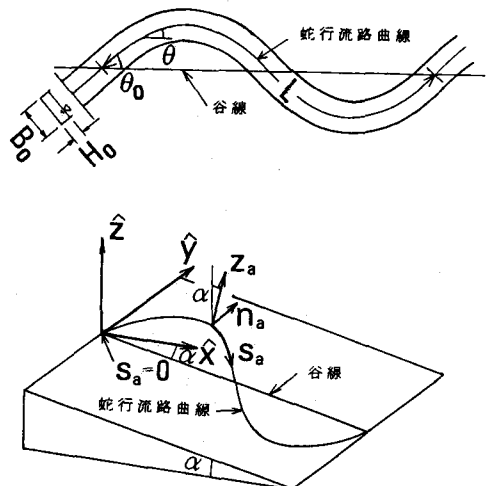


図-8 座標系の定義

式(6)は式(7)において $\partial c / \partial \tau$ が0になったときにあたる。

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = - \sum_{i=1}^4 \frac{\partial (F_i c)}{\partial q_i} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \frac{\partial^2 (a_i c)}{\partial q_i^2} \quad (7)$$

式(7)はフォッカー・プランク型方程式と呼ばれ、確率過程論によれば確率微分方程式(8)によって支配される確率変数 q_i の確率密度関数が式(7)の c である。

$$\frac{\partial q_i}{\partial \tau} = F_i + \sum_{j=1}^4 B_j \xi_j(\tau) \quad (8)$$

ここに ξ_j : 強さ1の正規白色雑音 $B_1 = \sqrt{a_1}$ $B_2 = \sqrt{a_2}$ $B_3 = \sqrt{a_3}$ $B_4 = \sqrt{a_4}$

今、式(8)において q_i を粒子の座標と考え式(8)を差分化し、多くの粒子の座標を追ひ、 τ に関して定常状態に達したのちヒストグラムを作れば、近似的に q_i の確率密度関数を得ることができる。

5. 計算結果及び考察

前節に述べた方法を用いて、物質投入直後の3次元拡散現象を解析した。計算条件は2節における実験条件と同じものとした。境界条件には鏡像の原理を用い、遠心力による水面の変動は無視した。

計算に用いた流速分布は玉井・池谷(1983)の方法により求めた3次元流速分布(CASE 1)、及びこれから2次流速をのぞいた場合(CASE 2)である。渦動拡散係数はレイノルズ相似より決定した。

シミュレーションの結果を、断面平均濃度のモーメントの時間変化の形にして図-9に示す。これを見ると分散能はCASE 1とCASE 2とは僅かにCASE 1のほうが大きく2次流の存在は蛇行水路においてはわずかながら分散能を増加させることがわかる。またモーメント法によりCASE 1の投入8秒後から10秒後にかけての1次元分散係数を求めれば

$$D = \frac{1}{2} \frac{d\sigma^2}{dt} = 144 (\text{cm}^2/\text{s}) = 28.0 u_* H_0$$

となり、実測結果とほぼ一致する。

次に濃度の平面的な分布を調べるために各時間での粒子の位置を図-10に示した。これを見ると2次流の存在は偏曲点付近において粒子雲の向きを直線的なものとし、染料拡散実験で得られたパターンと良く似ている。このようにモンテカルロ法による拡散シミュレーションにより蛇行水路における分散現象の定性的な理解を深めるとともに定量的な評価もすることができる。

なお、計算には東大大型計算機センターM-200HあるいはM280Hを用い、乱数にはセンターライブラリ-G5/TC/UNIF及び、G5/TC/NORM(手塚集・伏見正則作成)を用いた。

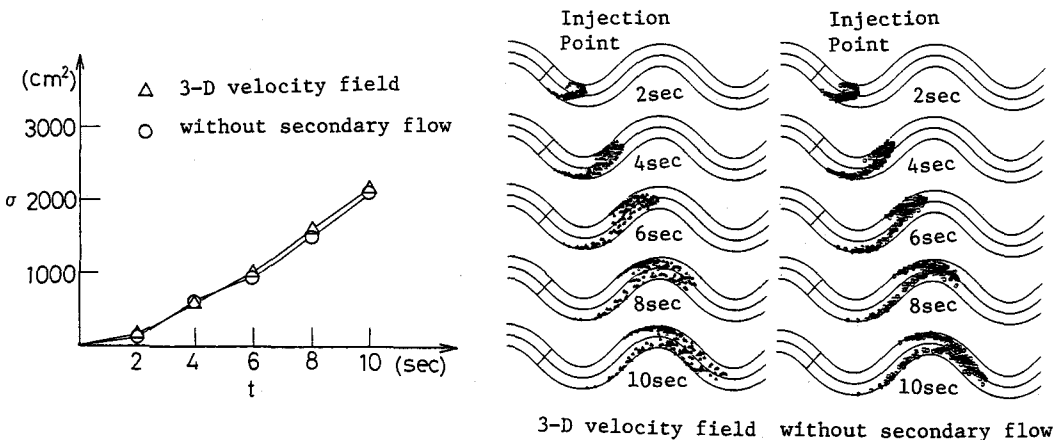


図-9 計算された濃度分布のモーメントの時間変化

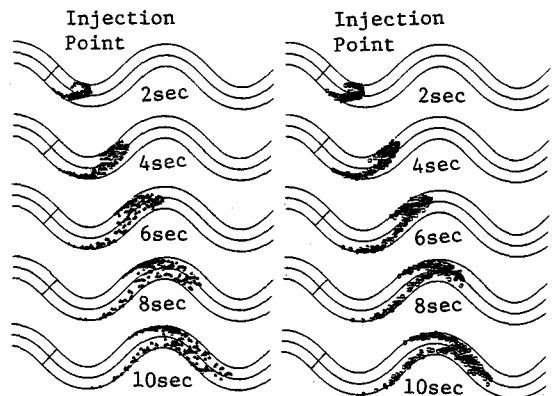


図-10 トレーサー粒子の位置の時間変化

6. 結論

本論文では蛇行水路における分散現象を3次元流況と関連させて議論した。その結果、蛇行水路における分散現象は水路の内岸と外岸における流路長の違い、及び3次元的な流速分布による空間的な引き伸ばしと乱流拡散とによって生じる分散現象であることがわかった。また、蛇行水路における分散係数は直線水路のそれより大きく、その原因を実験、及びモンテカルロ法による数値シミュレーションにより明らかにした。その結果、蛇行水路における分散能の増大の主たる原因は主流の横断方向の分布であり、2次流は、本研究で用いられた水路の場合、分散能を僅かながら増大させることがわかった。さらに、数値シミュレーションの結果から分散係数を予測する可能性を示した。

参考文献

- 池田駿介(1974):開水路における2次流とその応用に関する研究。東京大学学位論文, 200p.
- 玉井信行・池内幸司・山崎晶(1983):連続わん湾曲部における流れの実験的研究, 土木学会論文報告集, 第331号, pp.83-94.
- 玉井信行・池谷毅(1983):蛇行水路内の流れの3次元解析, 第27回水理講演会論文集, pp.91-96.
- Elder, J.W. (1959): The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow, J. Fluid Mech., Vol.5, pp.544-560.
- Fischer, H.B. (1967): The mechanics of dispersion in natural streams, Proc. ASCE, Vol.93, HY6, pp.187-216.
- Fischer, H.B. (1969): The effect of bends on dispersion in streams, Water Resources Research, Vol.5, No.2, pp.496-506.
- Fukuoka, S., W.W. Sayre (1973): Longitudinal dispersion in sinuous channels, Proc. ASCE, Vol.99, HY1, pp.195-217.
- Taylor, G.I. (1953): Dispersion of soluble matter in solvent flowing slowly through a tube, Proc. Roy. Soc. London, Vol.A219, pp.186-203.
- Taylor, G.I. (1954): The dispersion of matter in turbulent flow through a pipe, Proc. Roy. Soc. London, Vol.A223, pp.446-468.