

2 方程式乱流モデルによるプレナム内流動解析

TURBULENT SIMULATION BY TWO-EQUATION MODEL OF TURBULENCE

電力中央研究所	正員	田中 伸和
電力中央研究所	正員	守屋 祥一
電力中央研究所	正員	片野 尚明

1. はじめに

著者らは、これまで“タンク型高速増殖炉”における熱流動現象とその解析法について調査・検討を加え、早急に解決すべき課題として、原子炉容器内の各種構造材への熱応力評価上重要となる“温度成層化現象”^{1),2)}と“温度ゆらぎ現象”を対象に、現象の確認とメカニズムの解明を試みて来た。

このうち、前者に対しては、単純な円筒形容器を対象に、流出入高さ、レイノルズ数、あるいはリチャードソン数の影響を冷温水による実験と解析により検討した。^{3) 4)} また、後者に対しては、レーザー・ドップラー流速計(LDA)を使用して、水による等温単一円管噴流内での乱流計測を行なうとともに、現在、2重円管空気噴流内での温度と流速の計測を行なっている。

その結果、1つの結論として、限られた領域(プレナム)においては、以上のような単純な形状下においても、実験と解析の結果を比較してみると、乱流量の局所的な分布を評価し、それを解析モデルに反映される必要があることがわかってきた。そのため、まず、プレナム内での等温・定常の噴流や循環流に対して、既存の乱流モデルを差分法により数値解析し、その適用性が良いのか否かをLDAによる乱流計測の結果との比較のもとで検討した。そのうち、ここでは、奥行き狭い単純形状のプレナムを対象にした検討結果の一例を述べる。なお、本研究は、“タンク型FBRフィージビリティ・スタディ — 原子炉容器内流動特性 — ”として、三菱重工との共同研究の一環で実施したものである。

2. 実験装置と実験方法

実験水槽としては、計測と数値計算に対して簡便となるように、図1に示すような2次元プレナムを対象にし、温度変化のない定常流を取り上げた。対象としたプレナムの寸法は、長さ52cm、高さ45cm、奥行10cmである。また、水槽側面は、LDAによる測定のため、両面透明ガラス張りになっている。この水槽の上流側には、流入流速の分布が一様になるように、数枚の整流板としぼり部を設置してある。

そのため、流れは、整流板、しぼり部を経て、長さ10cm、高さ4.93cmの直線導入部からプレナム内に流入する。また、下流側には仕切板があり、流入した水は仕切板上部にある高さ5cmの直線排水部を経て排出される。さらに、水面は押え板により密閉されている。排出された水は、高置水槽にもどされ、フィルターでろ過された後、

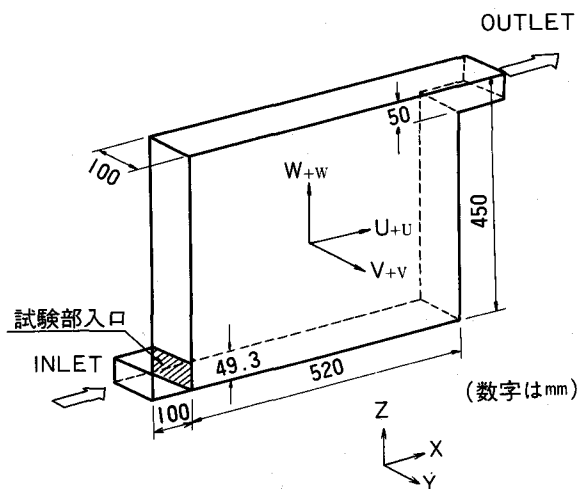


図-1 実験水槽の概略図

再びプレナム部に流入する。なお、仕切板として、長さの異なる透明アクリル製容器を設置することで排出部の長さを変化させ、プレナム部の長手方向長さを最大2mまで自由に变化させることができる。ここでは、循環流に主眼を置いたので、プレナム部長さを52cmとしたものについて述べる。

一方、プレナム内の流速測定には、以下の仕様のD I S A社製L D Aを用いた。すなわち、(i)レーザー光源：He - Ne イオン（最大出力15mW）、(ii)ビーム：周波数シフト付き2成分3ビーム偏光型、(iii)フォトマル：前方散乱集光型、(iv)信号処理系：周波数トラッカー。なお、測定に際しては、レーザー光源、光学系、およびフォトマルを一体で移動させることができる3次元トラバース装置を用いた。そのため、プレナム内各点での流速測定は、トラバースを移動させることできわめて簡単に連続的に行なうことができる。

3. 解析モデルと解析方法

(1) 2方程式乱流モデル：ここで用いた解析モデルとしては、米国でF B Rの炉内熱流動解析にしばしば用いられている2方程式乱流モデルの基礎式を採用した。このモデルでは、平均流の連続式と運動方程式の他に、乱流運動エネルギー(k)と乱流粘性係数(σ)のそれぞれの輸送式が用いられている。これらの基礎式を直角デカルト座標(x, y, z)で y (奥行)方向の変化と流れを無視(すなわち、 $\frac{\partial}{\partial y} = 0, V = 0$)すると、2次元(x, z)座標の等温流に対しては以下ようになる(基礎式の誘導は、文献6)を参照)。

(i) 連続式

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

(ii) 運動方程式

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + W \frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial x} + (\sigma + \nu) \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) + 2 \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial \sigma}{\partial x} + \frac{\partial \sigma}{\partial z} \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + U \frac{\partial W}{\partial x} + W \frac{\partial W}{\partial z} = -g - \frac{\partial P}{\partial z} + (\sigma + \nu) \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right) + 2 \frac{\partial W}{\partial z} \frac{\partial \sigma}{\partial z} + \frac{\partial \sigma}{\partial x} \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \right) \quad (3)$$

(iii) 乱流運動エネルギー式

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} + U \frac{\partial k}{\partial x} + W \frac{\partial k}{\partial z} = & \sigma \cdot \left\{ 2 \left\{ \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial z} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \right)^2 \right\} \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \cdot \sigma \cdot \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma \cdot \sigma \cdot \frac{\partial k}{\partial z} \right) - \alpha \cdot \frac{(2k)^2}{\sigma} \end{aligned} \quad (4)$$

(iv) 乱流粘性係数式

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma}{\partial t} + U \frac{\partial \sigma}{\partial x} + W \frac{\partial \sigma}{\partial z} = & \frac{\sigma^2}{2k} \cdot \left\{ 2 \left\{ \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial z} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \right)^2 \right\} \\ & + \frac{\sigma}{k} \cdot \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \cdot \sigma \cdot \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma \cdot \sigma \cdot \frac{\partial k}{\partial z} \right) \right\} \\ & - \frac{\sigma^3}{k^2} \cdot \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \Gamma_1 \cdot k \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k}{\sigma} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \Gamma_1 \cdot k \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k}{\sigma} \right) \right\} \right\} \\ & - 4 \cdot \alpha_1 \cdot k \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、④、⑤式の誘導に当っては、ブシネスクの仮定(すなわち、レイノルズ応力は平均流速の勾配に比例する)が用いられている。また、 t, x, z はそれぞれ、時間、水平、鉛直(上向き正)を表わす座標軸、 U, W はそれぞれ、 x, z 軸方向の平均流速成分、 P は流体圧、 ν は動粘性係数、 k, σ はそれぞれ、乱流運動エネルギー、乱流粘性係数である。また、 $\Gamma, \Gamma_1, \alpha, \alpha_1$ は普遍常数である。このうち、 k は x, y, z 軸方向の変動流速成分(u, v, w)より、

$$k = \frac{1}{2} (\overline{uu} + \overline{vv} + \overline{ww}) \quad (6)$$

で表わされるものである。また、ブシネスクの仮定から、2次元流れでは、 σ とレイノルズ応力とは以下の関係が成り立つ。

$$-\overline{uu} = 2\sigma \frac{\partial U}{\partial x} - \frac{2}{3}k \quad (7)$$

$$-\overline{vv} = -\frac{2}{3}k \quad (8)$$

$$-\overline{ww} = 2\sigma \frac{\partial W}{\partial z} - \frac{2}{3}k \quad (9)$$

$$-\overline{uv} = 0.0 \quad (10)$$

$$-\overline{vw} = 0.0 \quad (11)$$

$$-\overline{uw} = \sigma \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \right) \quad (12)$$

また、 $\Gamma, \Gamma_1, \alpha, \alpha_1$ は、もとの論文では、実験値との比較等により、以下のように与えられている。

$$\Gamma = 1.5$$

$$\Gamma_1 = 0.75$$

$$\alpha = 0.045$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{4} \cdot \alpha$$

このように、 $(k - \sigma)$ 乱流モデルでは、常数は3ヶと他の2方程式乱流モデルより少ないことが1つの特徴である。しかし、これらの値の普遍化は難しいため、ここでは、上記の値をそのまま用いて計算した。なお、現実には、上記のような関係式が成り立つような2次元流というものには存在しないし、事実、図1に示す実験水槽においても、図2に1例を示すように、奥行(y)方向に流速と乱れ量に分布を持ち、中央断面($y=0$)においても $\frac{\partial}{\partial y} \neq 0$ が認められた。しかし、奥行方向の流れ(V あるいは v)の計測は難しいため、ここでは、このような奥行方向の変化は無視した。なお、乱流モデルの3次元解析ならびにその実験との比較は、今後取り扱うべき1つの重要な課題と考えている。

(2) 境界条件：ここでは、プレナム内の循環流を対象にしたため、解析における壁面境界条件としては、接線方向の滑りを認めるフリー・スリップ条件を採用した。したがって、壁面での境界層とそこからの乱れの発生は無視したことになる。また、流入口での流速分布および k と σ の分布は、後述するように、実験より得られた結果をもとにして定めた。流出口では主流方向の2回微分が0になる境界条件を採用した。なお、流体圧 P に対しては、壁面および流入口で法線方向変化が0になる境界条件を与え、流出口では静水圧分布を与えた。

(3) 差分式：運動方程式(2, 3式)と乱流量式(4, 5式)の差分化に当っては、移流項は部分ドナーセル差分法、加速度項は前進差分法、その他は中央差分法で差分化した。また、差分メッシュには、場所によってメッシュ間隔を変えることができる不等メッシュ体形を用いた。さらに、 U, W, P, k, σ は図3に示すように、スタッガー配置し、 U は→印、 W は↑印、 P, k, σ は×印の所で定義した。

なお、移流項の部分ドナーセル差分化は以下のようなものである。すなわち、

$$\begin{aligned} U \frac{\partial U}{\partial x} + W \frac{\partial U}{\partial z} : &= - \frac{U_{i-\frac{1}{2}j}^* \{ (1+\alpha)U_{i-1j} + (1-\alpha)U_{ij} \} - U_{i+\frac{1}{2}j}^* \{ (1+\alpha)U_{ij} + (1-\alpha)U_{i+1j} \}}{2(\Delta x_i + \Delta x_{i+1})} \\ &- \frac{W_{i+\frac{1}{2}j-1}^* \{ (1+\beta)U_{ij-1} + (1-\beta)U_{ij} \} - W_{i+\frac{1}{2}j}^* \{ (1+\beta)U_{ij} + (1-\beta)U_{i+1j} \}}{2(\Delta z_j + \Delta z_{j+1})} \end{aligned} \quad (13)$$

ただし、 $U \geq 0, W \geq 0$ の場合であり、 $\alpha > 0, \beta > 0$ である。ここで、 α, β はドナーセルパラメータである。なお、 $U < 0, W < 0$ の場合には、 $\alpha = -|\alpha|, \beta = -|\beta|$ とおく。また、③, ④, ⑤式に対し

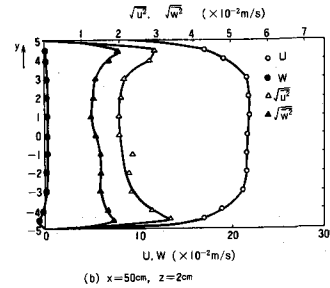
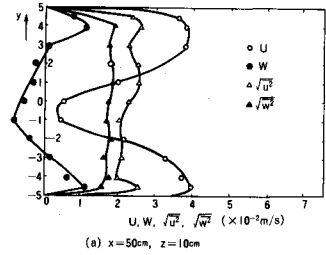


図-2 幅方向(y)の平均流速と乱れ量の分布例

でも同様に差分化する。ここで、 U_{i-1j} , U_{ij} , U_{i+1j} , U_{ij-1} , U_{ij+1} はそれぞれ図3に示す位置での時刻 n ステップの x 方向流速、 $\Delta x_i, \Delta x_{i+1}$ も同様に x 軸方向差分間隔、 $\Delta z_j, \Delta z_{j+1}$ も同様に z 軸方向差分間隔である。また、

$$\left. \begin{aligned} U_{i-\frac{1}{2}j} &= \frac{1}{2} (U_{i-1j} + U_{ij}) \\ U_{i+\frac{1}{2}j} &= \frac{1}{2} (U_{ij} + U_{i+1j}) \\ W_{ij-\frac{1}{2}} &= \frac{1}{2} (W_{ij-1} + W_{i+1,j-1}) \\ W_{ij} &= \frac{1}{2} (W_{ij} + W_{i+1j}) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

である。さらに、流体圧 P は各メッシュ内で①式の差分式が満足されるように、流速成分を補正して求めるよく知られた($P-V$ イテレーション)手法を用いた。

(4) メッシュ分割および流入入口条件: 解析に用いたメッシュ分割を図4に示す。とくに、壁面および流出入口近傍が細かく、中央部で粗くなるように不等メッシュ分割を行なった。また、流入入口では、図5に示す実験結果をもとにして、流速ならびに k と σ の分布を定めた。このうち、流速 U は、 $U = 21.75$ cm/secで鉛直方向に一樣な分布とし、 W は0と定めた。さらに、 k , σ は実験結果より、それぞれ

$$k = \frac{1}{2} (\overline{uu} + \overline{ww}) \quad (15)$$

$$\sigma = - \frac{\overline{uw}}{\partial U / \partial z} \quad (16)$$

より求め、それらの結果から図6に示すような分布を与えた。なお、 k の算定に当っては、⑥式において $\overline{vv}$ を考慮する必要があるし、また、⑦、⑨式を①式に代入すると

$$k = \frac{3}{4} (\overline{uu} + \overline{ww}) \quad (17)$$

となるが、ここでは単純に⑮式を用いた。また、 σ の算定に当たっても、⑫式の代りに⑯式を用いた。なお、図5の実験結果は奥行方向の中央部で流入入口先端より1 mm離れたプレナム内での鉛直方向分布を示す。しかし、 W , k , σ に対する解析での流入条件としては、流入入口先端より5 mm導入部に入った所とした。

4. 実験結果と解析結果との比較

実験結果と乱流モデルによる解析結果を比較すると、以下のような評価が得られた。なお、実験結果はプレナムの奥行方向の中央断面での計測結果である。また、計算は流速に対しては、 $\alpha = \beta = 0.5$,

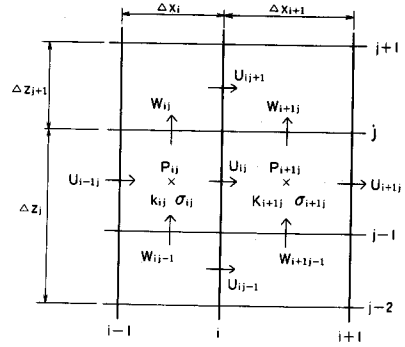


図-3 各変数の定義位置とメッシュ

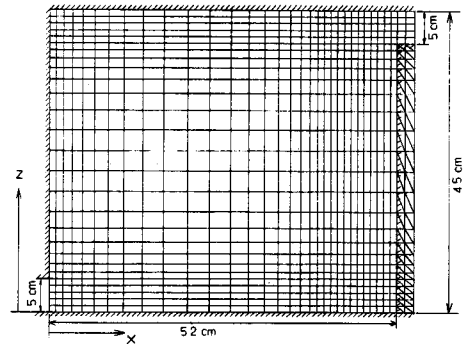


図-4 解析に用いたメッシュ分割

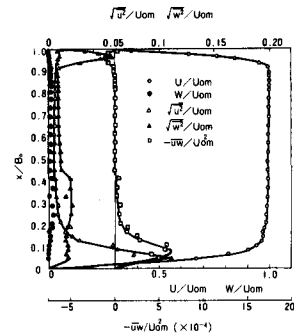


図-5 流入入口での平均流速と乱れ量の分布

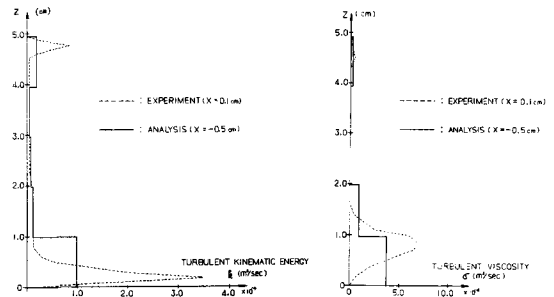


図-6 流入入口での乱流量の分布

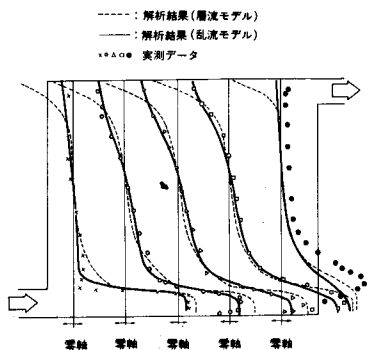


図-7 平均流速分布の比較

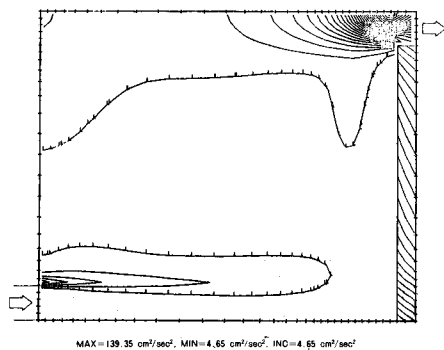


図-8 乱流モデルの解析より得られた
乱流運動エネルギー(k)の分布

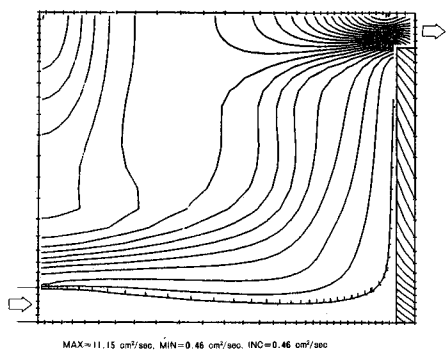


図-9 乱流モデルの解析より得られた
乱流粘性係数(σ)の分布

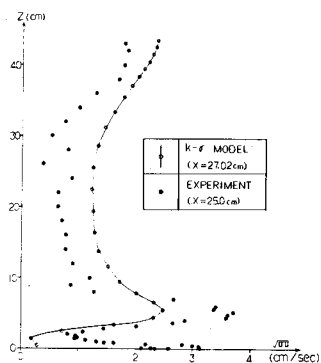


図-10 $\sqrt{uu}$ の鉛直分布の比較
x = 25.0 cm 断面

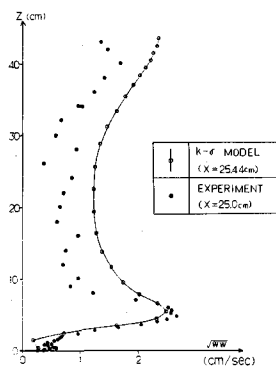


図-11 $\sqrt{ww}$ の鉛直分布の比較
x = 25.0 cm 断面

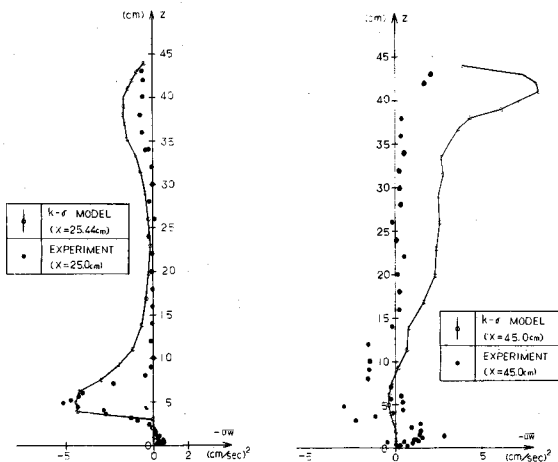


図-12 $-\overline{uw}$ の鉛直分布の比較

k と σ に対しては、 $\alpha = \beta = 1.0$ となるようにドナーセルパラメーターを設定した。さらに、静止状態の初期条件から陽型で非定常計算を行ない、その漸近解を定常解とみなして解析結果とした。

(1) 平均流速：図7には、プレナム内の $x = 5, 15, 25, 35, 45 \text{ cm}$ の断面における流速 U の鉛直方向分布に対する実験と解析との比較を示す。なお、同図には、比較のため、乱流量 (k, σ) を含まない層流モデル ($\sigma = 0$) による解析結果も併記した。

同図により、乱流モデルによる解析結果の方が層流モデルよりも実験値とよく一致することがわかる。とくに、プレナム上部での逆流部ならびに噴流と循環流との境界部においては、層流モデルに比べて、乱流モデルの方が極めてよく実験値と一致することが判った。

しかし、プレナム底面近傍においては、実験結果は壁面の粗度に影響された境界層の形成がみられるが、解析では壁面境界条件をフリースリップとしたため、境界層は認められない。そのため、底面近傍と $x = 45 \text{ cm}$ の断面においても、実験結果と解析結果には差異がみられた。

(2) レイノルズ応力：図8, 9には、それぞれ乱流モデルの解析より得られた k と σ の等値線を示す。図より、流出口でとくに大きな k と σ を示すことが1つの特徴である。

一方、実験から k や σ を直接求めることが困難であるため、以下では乱流計測より得られるレイノルズ応力と⑦, ⑨, ⑫式を用いて解析で求まった k と σ より $\sqrt{u'u'}$, $\sqrt{w'w'}$, $-\overline{u'w'}$ を求めた結果とを比較した。

それらの結果のうち、 $x = 25, 45 \text{ cm}$ での鉛直方向分布を図10, 11, 12に示す。

その結果、乱流モデルより求まるレイノルズ応力は実験値と良い一致がみられた。とくに、 $x = 45 \text{ cm}$ の断面を除き、最大値は極めて良く一致していた。

5. まとめと今後の課題

以上のように、多くの仮定のもとで ($k - \sigma$) を用いた乱流モデルを2次元座標下で解析し、レーザー・ドップラー流速計による乱流計測値と比較して、($k - \sigma$) 乱流モデルの特性について若干の検討を加えた。とくに、($k - \sigma$) モデルの普遍常数を文献で提示された値をそのまま使ったが、これらの値の影響については、今後検討する予定である。

また、今回、壁面境界条件にはフリースリップ条件を採用したため、壁面近傍において実験との差異が認められた。しかし、この結果を改善するため壁面関数の導入を試みたが、結果的にはうまく行かなかった。今後、単に壁面関数の採用のみならず、壁面上での境界条件の与え方について検討を加えて行きたい。

さらに、ブシネスクの仮定の良否も含め、他の乱流モデルの検討を行なうとともに、乱流モデルに浮力効果を導入し、第1章で述べた温度成層化や温度ゆらぎといった熱流動現象に対し、実験値との比較のもとで、乱流モデルの適用性を考えて行きたい。

6. 参考文献

- 1) 田中他：高速増殖炉における熱流動の研究に関する調査報告，電研報告 №380017，S.55.12.
- 2) 丸岡他：FBR原子炉容器内熱流動に関する調査報告，電研報告 №382003，S.57.12.
- 3) 田中他：タンク型高速増殖炉主容器内熱流動に関する研究，電研報告 №382004，S.57.9.
- 4) 守屋他：円筒容器内における温度成層化現象—Re数，Ri数の効果—，第38回年講，S.58.9.
- 5) 片野他：単一円管噴流の乱流計測，電研報告 №382005，S.57.8.
- 6) Cook, J.L. & Nakayama, P.I.: CLINCH RIVER BREEDER REACTOR PLANT-VARR II, A COMPUTER PROGRAM FOR CALCULATING TURBULENT FLUID FLOWS WITH SLIGHT DENSITY VARIATION, CRBRP-ARD-0106 (vol.1), Nov., 1976.