

鉛直落下噴流による流水の減勢効果 Energy dissipation of stream flow by vertical jets

早稲田大学大学院 学生員 村 重 宏
早稲田大学理工学部 正 員 吉 川 秀 夫
東洋大学工学部 正 員 福 井 吉 孝
早稲田大学理工学部 学生員 西 山 勝 栄

1. はじめに

筆者らは、急変流の底面せん断応力の算定の為に、境界層方程式の適用を試みてきた。¹⁾²⁾ その境界層方程式では、圧力勾配の項 $\frac{\partial P}{\partial X}$ の評価見積りに大きな問題を含んでいるが、段落ち流れのような負の圧力勾配の場合は、底面近傍の流れの状況を適切に表現できる様な流れの場を想定することにより、底面せん断力の算定をすることができた。さらに、開水路の射流流れへ鉛直噴流を落下衝突させることにより、その射流を減勢させようという試みを実験及び理論により、検討してきている。³⁾

本研究では、前者で得られてきている成果に対し、さらに検討を加え、後者の場合の底面せん断力を算定しようとするものであり、併せて、その様な鉛直落下噴流のある場合の流れの特性、衝突後の底面に働く動水圧についても実験的に調べた。主な対象とした鉛直落下噴流を流水へ衝突させるケースでは、衝突後の流れは、下流の条件によって、自由跳水、潜り跳水等の状態を呈する。跳水は、先に掲げた段落ち流等とは異なり、圧力は、流下方向に増加する正の圧力勾配の流れである。この場合でも、やはり、 $\frac{\partial P}{\partial X}$ を如何に適切に見積れるかが問題である。本研究では $\frac{\partial P}{\partial X}$ を主流速力を用いて表わすことにより、片山ら¹⁾と同様の方法で、底面せん断力を求めることができた。

2. 急変流における境界層理論の適用

急変流に関して、境界層理論を用いて、底面せん断力 τ_0 を算定する研究が、段落ち流について片山¹⁾により、また、急縮流については、東野²⁾により、行なわれている。それらの研究は、主として、負の圧力勾配をもつ急変流を、境界層方程式により解析したものである。本研究は、跳水を対象としたものであるが、跳水は、正の圧力勾配をもつ急変流である。以下に、片山らが用いた、境界層理論の概略、および、その理論の自由跳水への適用について記す。

2-1 境界層方程式による τ_0 算定の概要

流れを近似的に2次元流とみなすとき、水路中央測線の底面近傍についてのみ考えると、急変流においても、境界層理論を適用することが可能で、(1)式が成立することが知られている。^{1) 2)}

$$\frac{\partial}{\partial X} (U^2 \theta) + \delta^* U \frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\tau_0}{\rho} \quad \begin{array}{l} U: \text{主流速} \quad \rho: \text{密度} \\ \theta: \text{運動量厚} \quad \delta^*: \text{排除厚} \end{array} \quad (1)$$

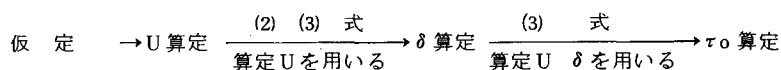
境界層内の流速分布が、 n 乗則に従うと仮定すれば、(1)式は、(2)式のように表わされる。

$$\frac{n}{(n+1)(n+2)} U^2 \frac{\partial \delta}{\partial X} + \frac{3n+2}{(n+1)(n+2)} U \delta \frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\tau_0}{\rho} \quad \delta: \text{境界層厚} \quad (2)$$

一方、境界層の存在する流れにおいては、抵抗則が成立し、 τ_0 は、 U 、 δ により、次式で表わされる。

$$\frac{\tau_0}{\rho} = K \left(\frac{U \delta}{\nu} \right)^{-0.25} \frac{U^2}{2} \quad K: \text{定数} \quad (3)$$

したがって、(2)式、(3)式から τ_0/ρ の項を消去すれば、 U および δ の関係式が得られる。 τ_0 の算定は、次のようなフローチャートに従って、行なわれる。



2-2 自由跳水に対する境界層方程式の適用

a) 主流速Uの算定

図1に示すように、跳水内部において、静水圧分布を仮定する。このとき、水路中央測線上の、底面近傍の、しかも、底面やローラーの影響を受けない流線を考え、ここに、ベルヌーイの定理を適用すると、Uは、水深hにより、次式で表わされる。

$$U \frac{\partial U}{\partial X} = -g \frac{\partial h}{\partial X}$$

(4)

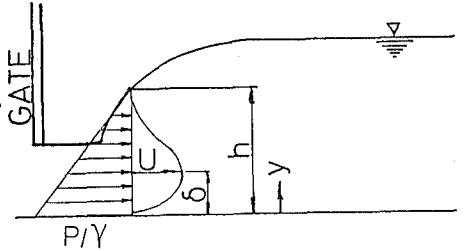


図1. 跳水内の静水圧分布の仮定

したがって、跳水起点を $X = 0$ として、 $X = 0$ におけるUの実測値、および跳水の水面形を与えれば、流下方向のUの分布が、計算される。

b) 境界層厚 δ および τ_0 の算定

Rajaratnam⁴⁾は、滑面上の自由跳水、および壁面噴流の抵抗則として、(3)式において、抵抗係数Kとして、 $K = 0.0565$ を実験的に得ている。(1)式および(3)式から、 τ_0/ρ の項を消去すれば、次式が得られる。ここで、滑面であるから、(1)式中で、 $n = 7$ としている。

$$\frac{7}{72} U^2 \frac{\partial \delta}{\partial X} + \frac{23}{72} U \delta \frac{\partial U}{\partial X} = 0.0565 \left(\frac{U \delta}{\nu} \right)^{0.25} \frac{U^2}{2} \quad (5)$$

(5)式に、(4)式で計算されたUを代入すれば、流下方向の δ の分布が算定される。これらの算定されたU、および δ を、(3)式へ代入すると、流下方向の τ_0 の分布が計算される。

c) 主流速Uの修正計算

(4)式で得られたUでは、跳水起点から、ある程度の距離までは、実測のUの分布を追跡できるが、下流になると、Uの実測値は、計算値よりも、ずい分小さくなる。筆者らは、実験的に、跳水後の常流水深、 H_2 を用いた無次元量、 $X/H_2 = 2 \sim 3$ のあたりで、Uの計算値と実測値が、ずれはじめていることを知った。そこで、この両者がずれている領域については、自由跳水内での流速分布の相似性を仮定し、(5)式で得られた、 $0 \leq X \leq \delta$ 内で、流量一定であると考えて、主流速Uを計算しなおした。こうして得られたUを用いて、改めて、b)に示した計算を行なうと、より正確に τ_0 が算定される。

以上の計算を、筆者らが跳水に関して行なった研究⁵⁾のデータを用いて行なった結果の一例を、図2に示した。合わせて、算定した、Uおよび δ の分布を図3、4に示す。

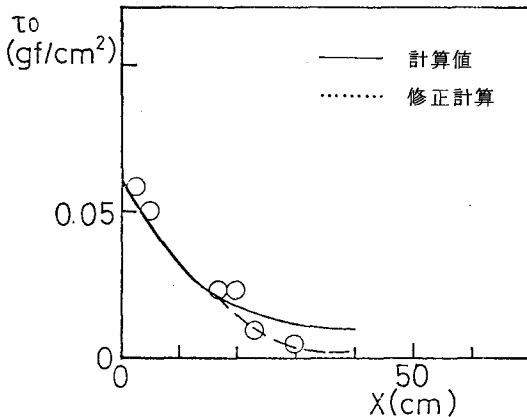


図2. 跳水内の τ_0 分布

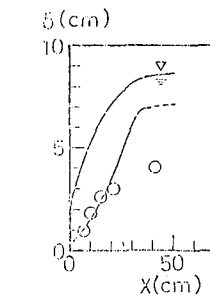


図4. 跳水内の δ 分布

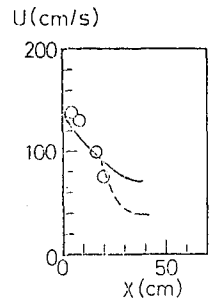


図3. 跳水内のU分布

—— 計算値
 修正計算

3. 実験

実験は、鉛直落下噴流による流水の減勢の現象原理を明確に把握することを目的として、開水路流れの流速を0として、鉛直噴流が流下する流れを考えた。これを図5に示す。簡単にするため、下流せきを高くして、鉛直噴流がもぐり跳水となるような流れにした。

実験装置は、幅7cm、高さ60cm、長さ2mのアクリル製水路である。鉛直噴流は、底面から、2.5cmの高さに設けた2.5cm×7cmの噴出口より出される。なお、水路勾配は、0である。

水路中央測線上の任意断面において、ビート管により、流速を測定し、流速分布形状を求めた。合わせて、ビート管を底面において動圧を測定し、プレストンの方法により、 τ_0 を実測した。また、水路中央測線上に、落下点より5cmおきに、0.5mmの孔をあけて、マノメータに連結し、底面圧を水柱で実測した。

なお、実験内容を、表1に示しておく。

4. 実験結果

4-1 流速分布

流速分布形状の流下方向断面での変化の様子を図6に示す。図6中の U_m は、RUN3における主流速の最大値である。これより、落下点近傍では、境界層は存在せず、後述するように、底面の圧力勾配が、正から負に変化した点から、発達を開始することがわかる。

得られた流速分布について、図7のように U 、 δ 、 δ_1 を定義し、各断面について、 $\eta = y / \delta_1$ 、また $U / U_m = f(\eta)$ として、無次元化した。境界層の存在しない領域における流速分布を図8、存在する領域における流速分布を図9に示す。

図8における実線は、Rajaratnam⁶⁾が、壁面噴流の $y > \delta_1$ の領域、すなわち自由混合領域について求めた、無次元流速分布曲線である。実験値をプロットすると、プロットは、実線によく乗っており、流速分布には、相似性があることがわかる。

図9における実線は、同じく、壁面噴水の無次元流速分布曲線である。壁面噴流においては、 $\delta = 0.166 \delta_1$ であるが、プロット群は、 $\delta = 0.4 \delta_1$ となっている。プロット群に着目すると、流速分布に相似性があるといえる。この形状は、Poreh⁷⁾らが求めた、軸対称噴流による、放射状壁面噴流における、無次元流速分布に近い形をしているといえよう。

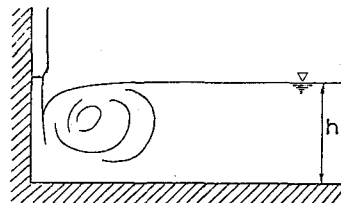
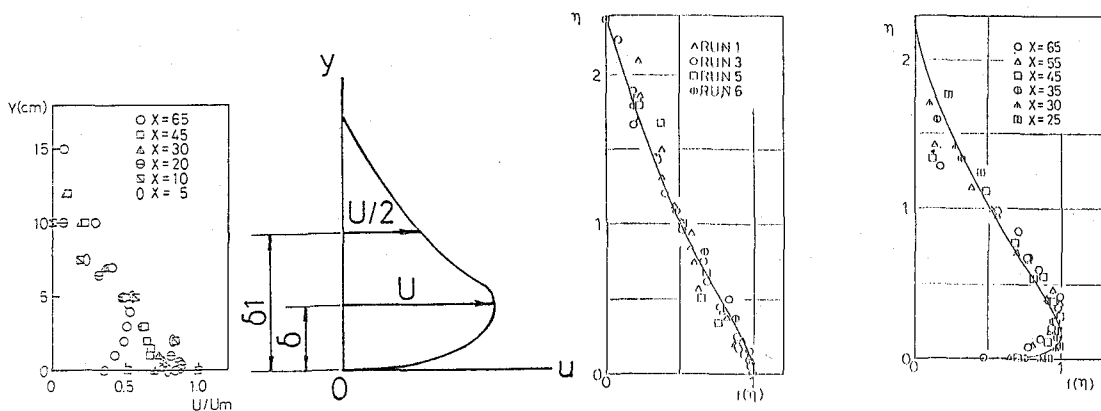


図5. 鉛直噴流の流下する流れ

表1. 実験内容

RUN	水深 h (cm)	流量 (cc/s)
1	17.5	2,600
2	20	3,000
3	27.5	3,600
4	20.5	3,050
5	20	2,000
6	23.5	2,600



4-2 底面圧の分布と、境界層および底面流速の分布の関係

前述の如く、本実験においては、水深 h が、流況を示す重要なパラメータとなっている。落下点を $X = 0$ として流下方向に X 座標を考える。 $X = 0$ における底面圧を P_0 として、 X/h と、 P/P_0 による底面圧の分布を図 10 に示す。

図 10 から、底面圧は、 $X/h = 0.5$ 近傍まで、1 から最小値まで一気に減少していることがわかる。その後徐々に増加し、 $X/h = 3$ のあたりでは、完全に静水圧分布に収束している。

また、図 11 より、 δ は、 $X/h = 0.5$ 近傍から発達を開始することがわかる。すなわち、 $X/h = 0.5$ が、境界層の仮想原点であるといえよう。

図 12 から、 U_b は、 $X/h = 0.5$ 近傍まで、増加して最大値に至り、その後、減少して、 $X/h = 3$ のあたりで収束していることがわかる。

これら 3 つの図から、底面の圧力勾配 $\partial P / \partial X$ は、 δ および U_b の挙動と密接な関係にあることがわかる。

$X/h < 0.5$ においては、 $\partial P / \partial X < 0$ となっており、流れ全体を加速する。したがって、 U_b は増加して最大値に至っている。この領域においては、流れにおいて、底面の圧力勾配が底面の抵抗よりも卓越している。したがって、境界層は発達しないので、 $\delta = 0$ となる。

一方、 $X/h > 0.5$ においては、 $\partial P / \partial X > 0$ であり、流れ全体を減速する。したがって、 U_b は減少していく。 $X/h > 3$ あたりになると、 $\partial P / \partial X = 0$ となるので、 U_b は収束する。また、この領域においては、流れにおいて、底面の抵抗も加わってくるわけで、 δ も発達を開始する。

4-3 鉛直落下噴流の底面に及ぼす動圧

鉛直落下噴流の底面に及ぼす動圧の算定は、直接的に本研究の意とすることではないが、一考を加えた。本研究の流れは、安芸⁸⁾の自由落下式減勢工における、自由落下水脈の水クッション形態の領域Ⅲに相当する。この算定法による動圧と水深 h の和から得られる理論値と実測値の比較を図 13 に示す。図 13 から、理論値と実測値は、ほぼ一致しているが、多少、理論値の方が大きめである。これは、理論値の算定の際、鉛直壁面の摩擦を考慮し得なかったからであろう。しかし、近似的な底面圧の算定は、可能である。したがって、図 10 より得られる無次元化曲線から、底面圧の分布を決定することが、可能である。

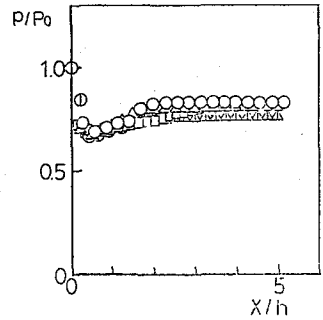


図 10. 底面圧の分布

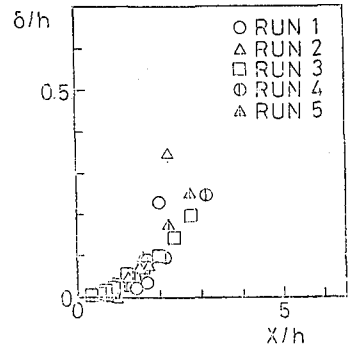


図 11. 境界層の発達

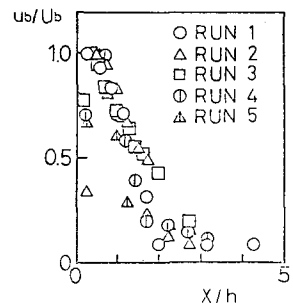


図 12. 底面流速の分布

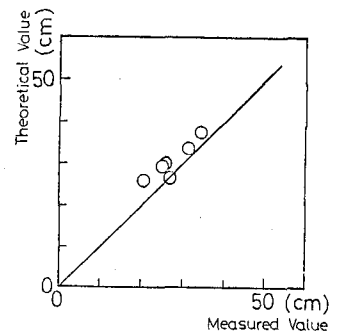


図 13. 理論値と実測値の比較

5. 本研究の流れについての境界層理論に基づく考察

2において、急変流に対しての、境界層理論による τ_o の算定について述べた。ここでは、前述の手法に従って、 τ_o の算定を試みた。しかしながら、4で述べたように、底面における $\partial P/\partial X$ により、境界層の存在しない領域も出てくる。したがって、 $\partial P/\partial X$ の正負により、計算を分けて行なう必要が生じてくる。

5-1 主流速Uの算定

実験結果から、本研究の流れは、底面圧Pに支配されていることがわかった。そこで、2と同様に、底面近傍の中央測線に沿って、境界層理論の適用が可能な流管を考える。その流管について、流れは底面の圧力勾配に支配されると仮定して、ベルヌーイの式を適用すると、(4)式と同様にして、次式が成立する。

$$U \frac{\partial U}{\partial X} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} \quad (6)$$

落下点 すなわち $X=0$ においては、流れは鉛直下方向しか向いていないとすると、

$$U(X=0) = 0$$

なる初期条件が与えられる。したがって、流下方向のPの分布を与えてやれば、流下方向のUの分布が求められる。

5-2 $\partial P/\partial X \geq 0$ の領域における τ_o の算定

この領域には、境界層が存在しないので、抵抗則によって τ_o は算定できない。ここでは、 τ_o は、Uによって働くと考え、抵抗係数Cdを用いて、

$$\frac{\tau_o}{\rho} = C_d \frac{U^2}{2} \quad (7)$$

で、表わされる。本研究の各RUNの結果から、Cdは定数であることが確かめられている。本研究では、 $C_d = 0.014$ となった。

5-3 $\partial P/\partial X < 0$ の領域における τ_o の算定

この領域は、2で述べた計算方法が、そのまま用いられる。但し、 $\partial P/\partial X = 0$ となる点における τ_o が、5-2における計算との境界条件となる。

a) $\partial P/\partial X = 0$ での δ の算定

$X = X_o$ で $\partial P/\partial X = 0$ と仮定する。このとき、 $\delta(X_o) = 0$ である。差分区間 ΔX を考えた場合には、 $X = X_o + \Delta X$ における δ は、差分式により、次式で表わされる。(滑面なので、 $n=7$ とした。)

$$\delta(X_o + \Delta X) = \frac{72}{7} \frac{\tau_o(X_o)}{\rho U(X_o)^2} \Delta X \quad (8)$$

b) $X > X_o$ における δ の算定

この領域においては、 δ の算定は、2で述べたとおりである。(1)式と(3)式を連立した(5)式から、 δ は計算される。

$$\frac{7}{72} U^2 \frac{\partial \delta}{\partial X} + \frac{23}{72} U \delta \frac{\partial U}{\partial X} = K \left(\frac{U \delta}{\nu} \right)^{-0.25} \frac{U^2}{2} \quad (9)$$

本研究で考えたような流れについての抵抗則は、まだ具体的にKの値が与えられていない。そこで、本研究における、各RUNの結果から、 $K = 0.08$ が得られた。

以上、a)、b)の計算から得られる δ を、(6)式から得られるUと共に、(3)式へ代入すると、流下方向の τ_o の分布が得られる。

5-4 τ_o の修正計算

5-1で得られたUは、前の2-2と同様、落下点を離れると、実測値と算定されたUの間のズレは大きくなる。本研究の各RUNを比較すると、 $X/h \geq 1.3$ 近傍で、この傾向が顕著になってくる。そこで、この領域においては、Uの修正計算を行なう必要がある。本研究の流れにおいても、4-1で述べたように、流

速分布の相似性がわかった。そこで、 $X/h \geq 1.3$ においては、2-2-c)と同様に、 $0 \leq y \leq \delta$ 内の流量は一定であると仮定して、 U を修正計算した。こうして得られた U を用いて、(7)式、(8)式により、 δ 、および τ_0 を計算した。

本研究のデータを用いた計算結果の例を図14と15に示す。計算値を実線、修正計算を破線で示してある。合わせて、 τ_0 の実測値もプロットしてある。これより、本研究のような、鉛直噴流が流下する流れについても、境界層理論に基づいた、 τ_0 の算定が可能であることがわかった。

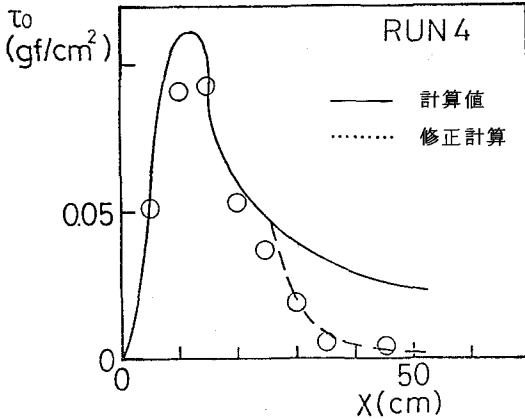


図 14. τ_0 の計算値と実測値の比較 1

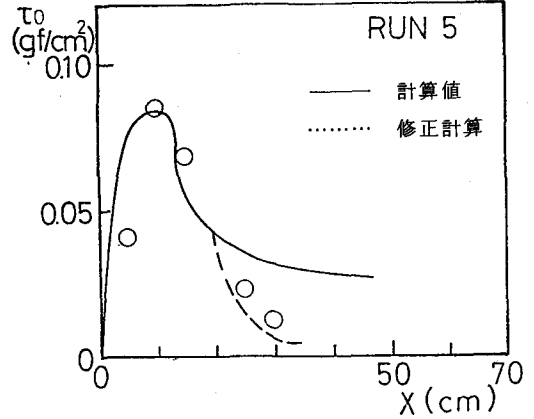


図 15. τ_0 の計算値と実測値の比較 2

6. おわりに

本研究においては、総括的に、次のようなことがわかった。

- 1' 鉛直噴流の流下する流れについては、壁面噴流と同様に、流速分布形状や、境界層の発達状況などの流れの諸特性に、相似性がある。
- 2' 鉛直噴流の流下するような流れは、底面の圧力勾配が流れを支配する。 $\partial P / \partial X > 0$ の領域においては、境界層は存在しない。また、 τ_0 も増加する。 $\partial P / \partial X < 0$ となると、境界層が発達を開始する。同時に、 τ_0 も減少する。
- 3' 鉛直噴流の底面に及ぼす圧力は、安芸ら⁸⁾の算定法により、近似的に求められる。但し、本研究の場合、鉛直壁面との摩擦を、計算上、考慮する必要がある。
- 4' 鉛直噴流の流下するような流れについても、境界層方程式に基づく τ_0 の算定法を確立した。

今後は、境界層方程式による急変流の τ_0 計算において、より入力するデータを少なく、なおかつ、実測値によるデータをあまり使わずに、より正確な τ_0 を算定する方法を考察する予定である。また、鉛直噴流と流れの衝突する流れについても、流れの諸特性を調べる必要があろう。

7. 参考文献

- 1) 片山：「段落ち部の水理」(土木学会論文集 投稿中)
- 2) 東野：「急縮部の水理」(第38回年次学術講演会)
- 3) 村重、福井、吉川：「鉛直落下水を伴う跳水の減勢効果について」(土木学会論文集掲載予定)
- 4) Rajaratnam : Hydraulic jumps
- 5) 村重：「境界層理論に基づく跳水の考察」(第38回年次学術講演会)
- 6) Rajaratnam : Plane wall jet on Rough Boundaries
- 7) Rajaratnam : Turbulent Jets (野村安正 訳) P233
- 8) 安芸：「自然落下水脈の水クッション効果に関する研究」(電中研技術報告 669009)