

沿岸域での表層放流水束に及ぼす浮力効果について

Buoyancy Effects on Near Field Behaviors of Three Dimensional Buoyant Surface Discharges

大阪大学工学部 正 員 室田 明
大阪大学工学部 正 員 ○中辻 啓二
大阪大学大学院 学生員 柴垣 雄一

1. まえがき

運動量流束の卓抜した噴流型の表層放流水束であってもわずかな密度差が有効に働いて浮力効果が勝ってくるために、周囲環境水を連行する能力は放流後まもなく低下する。その結果、表層放流水は海面上を四方へ拡がる。とくに、河口流出流のように浮力効果が河口からすぐに現われる場合には、河川水は直ちに四方へ拡がるポテンシャル流的流動となる。河口流出流の現場実測¹⁾によれば、河川水の界面は相当安定しており多少の外的擾乱(たとえば、波高1mの波浪)によっても鉛直方向の混合は生じない。また、室内実験²⁾においても、横方向連行量が鉛直方向連行量をはるかに上回る結果を得ている。

このように、浮力効果は(i)鉛直方向乱流輸送率の低減と(ii)横方向拡がりの促進という形で表層放流水の挙動に影響を及ぼす。両者は表裏の関係にあり、理論展開の上においても重要な要因となる。

そこで、本研究では流量、浮力流束ならびに運動量の流程方向保存性から基礎方程式を誘導して、鉛直方向乱流輸送率と横方向拡がりの関係を放流水束の流動との関連で考察する。さらに、最近著者等は表層密度噴流の(i), (ii)の効果を密度フルード数で関数表示できることを実験的に確認した²⁾ので、それらの関係を導入したモデルを展開して河口流出流ならびに温排水の数値解析をおこない、その妥当性を検証する。

2. 積分モデルの展開

(1) 基礎方程式の誘導

図-1の座標系に示すように、密度 ρ_a の海域に密度 ρ_0 の淡水を流速 U_0 で定常的に表層放流する三次元流動を考える。 x 方向の流動が卓越して境界層近似が成立し、また圧力は静水圧分布に従うものとする連続方程式、密度差 $\Delta\rho = (\rho_a - \rho)$ の拡散方程式および流程方向運動方程式はつぎのように与えられる。

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(U\Delta\rho) + \frac{\partial}{\partial y}(V\Delta\rho) + \frac{\partial}{\partial z}(W\Delta\rho) = \frac{\partial}{\partial y}(-\rho\overline{v}) + \frac{\partial}{\partial z}(-\rho\overline{w}) \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho U^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho UV) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho UW) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}(-\rho\overline{uv}) + \frac{\partial}{\partial z}(-\rho\overline{uw}) \tag{3}$$

ここに、 U, V, W は x, y, z 方向の流速成分、 ρ は放流水密度、 P は圧力、 g は重力加速度を、また、小文字は乱れによる変動成分、 $\overline{\quad}$ は時間平均を表わす。

圧力は z 方向の運動方程式を水表面 $z = -\zeta$ から z まで積分すると近似的に次式で与えられる。ただし、 ζ は密度差により生じる水面上昇量である。

$$P = \int_{-\zeta}^z \rho g dz - \rho_a \overline{w}^2 \tag{4}$$

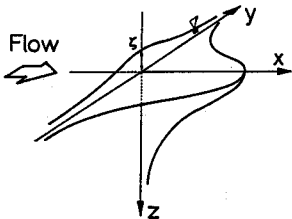


図-1 座標系の説明図

いま、 $z \rightarrow \infty$ の流体静止位置で $\partial P / \partial x = 0, \partial P / \partial y = 0$ であることを考慮すれば、水面上昇量 ζ は容易に求まる。簡単化のために放流水束の分布形を矩形であると仮定し、層厚を H とすれば、水面上昇量 ζ は次

式のようになる。

$$\zeta(x, y) = (\rho_a - \rho) \cdot H / \rho \quad (5)$$

したがって、水深 z における噴流内の圧力はつぎのようになる。

$$P = \int_{-\zeta}^z \rho g dz = \rho g (z + \zeta) = \{ \rho_a z + \Delta \rho (H - z) \} g \quad (6)$$

式(6)を式(3)に代入し、式(1)～(3)を噴流断面で積分すると、つぎの方程式群が得られる。

$$d(U B H) / dx = (E_h H + E_v B) U \quad (7)$$

$$d(\Delta \rho g U B H) / dx = 0 \quad (8)$$

$$d(2 \rho U^2 B H) / dx = -d(\Delta \rho g B H^2) / dx \quad (9)$$

ここに、 H 、 B は放流水束の水深および半幅、 E_h 、 E_v はMorton流の横方向ならびに鉛直方向の連行係数を表わし、 $E_h U$ 、 $E_v U$ はそれぞれ y 、 z 方向の連行速度である。

また、式(7)～(9)を変形すると、最終的につぎの方程式群が得られる。

$$\frac{d(\Delta \rho)}{dx} = -\Delta \rho \left(\frac{E_h}{B} + \frac{E_v}{H} \right) \quad (10)$$

$$\frac{dH}{dx} = \frac{H}{F_d^2 - 1} \left\{ (1 - 2 F_d^2) \frac{1}{2B} \frac{dB}{dx} + (2 F_d^2 + F^2 - \frac{1}{2}) \left(\frac{E_h}{B} + \frac{E_v}{H} \right) \right\} \quad (11)$$

$$\frac{dU}{dx} = \frac{U}{F_d^2 - 1} \left\{ \frac{1}{2B} \frac{dB}{dx} - (F_d^2 + F^2 + \frac{1}{2}) \left(\frac{E_h}{B} + \frac{E_v}{H} \right) \right\} \quad (12)$$

ここに、

$$F_d = U / \sqrt{\Delta \rho / \rho_a \cdot g H} : \text{密度フルード数}, F = U / \sqrt{g H} : \text{フルード数}. \quad (13)$$

上式中の F^2 に関連する項は式(8)の密度に起因するものであり、Boussinesq近似した場合には消失する。

(2) 表層放流水束の支配方程式の特性

塩水くさびを形成している河口では、河口流出流は河口付近で密度流的な常流から射流となって流れ、海水との密度差に基づく浮力効果によりその厚みを減じつつ海上を拡がることはよく知られている。つまり、河口付近に $F_d = 1.0$ となる支配断面が現われる。このことは支配方程式(11)、(12)中の分母が河口付近で0となることを意味し、表層厚ならびに流速の変化率が無限大になることを意味する。これは現象から判断しても矛盾することであり、分母とともに分子も同時に0となる必要がある。

いま、放流水束の横方向拡がりには密度流効果が支配的であり、横からの連行は寄与しないと仮定し($E_h = 0.0$)、また Boussinesq 近似が成り立つと仮定すると、

$$S_d = \frac{E_v (2 B / H)}{dB / dx} = \frac{2}{3} \quad (14)$$

を得る。この関係は、拡がり率が指数関数的に増加するという経験則($dB/dx = k B$)を適用して柏村³⁾が求めた関係式 $E/kH = 1/2$ と同一である。両者の値の違いは式(9)の圧力項の表現の違いに由来する。

上式は、横方向の拡がり率(dB/dx)が鉛直方向乱流輸送率(E_v)と表層水束の形状比($2B/H$)の関数で表現しうる可能性があることを示唆しており、浮力効果の現われ方を考えるうえで興味深い。

さて、河口流出流は表層厚 H を減じつつ海上を拡がるのに対して、密度フルード数の大きい温排水の表層厚は周囲環境水を連行して H を増大させながら拡がるのが知られている。また、河口流出流の特徴として河口付近で一時的な加速領域の存在する⁴⁾ことも実測されている。これらの発生条件は式(11)、(12)の正負を議論することにより容易に求まる。その結果を S_d と F_d との関係で表わしたのが図一2である。

また、密度フルード数 F_d の流程方向変化は式(10)～(12)を用いて次式のように求まる。

$$\frac{dF_d}{dx} = \frac{F_d(2F_d^2 + 1)}{2(F_d^2 - 1)} \left\{ \frac{1}{2B} \frac{dB}{dx} - \frac{3}{2} \frac{E_v}{H} \right\} \quad (15)$$

つまり、 $S_d > 2/3$ では F_d は流程方向に低減するのに対して、その逆の場合には F_d は増加することになる。

以上の比較から、表層放流水の流動はつぎのように分類することが可能であり、図中にも流動区分を記す。

$$\begin{cases} \text{I} & dH/dx > 0, dU/dx < 0, dF_d/dx < 0 \\ \text{II} & dH/dx < 0, dU/dx < 0, dF_d/dx < 0 \\ \text{III} & dH/dx < 0, dU/dx < 0, dF_d/dx > 0 \\ \text{IV} & dH/dx < 0, dU/dx > 0, dF_d/dx > 0 \end{cases}$$

$F_d \div 1.0$ で河口を流出する河川流は一時的に加速されるⅣの流動を経て、次第に流速と表層厚がともに低減するⅢの流動となる。そのとき、 F_d は単調に増大する。

その結果、連行現象がますます活発になることから、 S_d 中の E_v が大きくなりⅡの流動に変わり、 F_d はやがて減少することになる。この流動の遷移は dH/dx および dU/dx の低減の度合いにより微妙に代り、 $dF_d/dx > 0$ の関係を維持する流動の可能性も否定できない。しかし、数値計算の経験からいえば、 $dF_d/dx > 0$ の流動は不安定であり、 E_v と dB/dx の関係がよほどうまく導入されないかぎり、解はすぐに発散する傾向にあった。

これに対して、 $F_d = 5 \sim 20$ で表層放流される温排水は放流口近くでは密度噴流の形態をとり、表層厚を増大させるⅠの流動を呈した後に、 F_d の低減とともに連行現象が低下し、やがてⅡの密度流的流動に遷移すると考えられる。

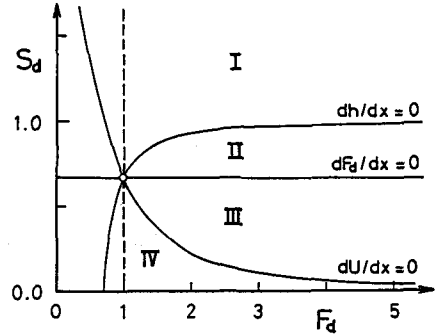


図-2 支配方程式の特性と流動の分類

3. 河口流出流の数値解析

河口流出流が一時的に加速された後に、表層厚を減じつつ海面上を拡がる数値解析結果を示そう。これは放流口での水深 H_0 を固定して放流口半幅 B_0 を種々変化させておこなった、初期密度フルード数 F_{d0} が 1.2 の場合の計算例である。式(10)～(12)を初期値問題として解くためには、 E_v 、 E_h および B の流程方向変化をあらかじめ与えておかねばならない。この解析では E_v は Ellison-Turner 型で F_d の関数として、 E_h は 0.075 の一定値を、また dB/dx は水表面上を拡がる密度フロントの拡がり速度を与えた。

これらの関数関係については後述する温排水の数値解析で詳細に述べる。また、図中の流程距離は放流口幅 $2B_0$ で無次元表示しており各ケースで同一距離の表示となっていないため、各水理量の最大値が議論の対象となる。

図-3に流速 U の遷減特性を慣用的な表示で示した。 $2B_0/H_0 = 0.5 \sim 4.0$ のいずれのケースでも $x/2B_0 < 2$ の範囲で加速されており、その最大値は $U/U_0 \div 1.15$ である。その後、各ケースとも流速は急速に低減する傾向にある。 U/U_0 の遷減率は流程距離の $-1/2$ 乗に比例しており、平面噴流のそれと等しい。

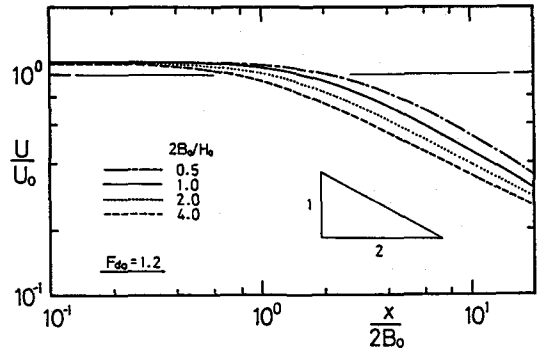


図-3 流速の遷減特性 ($F_{d0} = 1.2$)

図-4.5に半幅 B 、層厚 H ならびに密度フルード数 F_d の流程方向変化を示す。加速の度合いが大きい形状比の小さなケースほど、河口付近での H の急激な減少がみられると同時に、 B の拡がり率も小さい。その結果、 F_d の最大値は大きくなる。

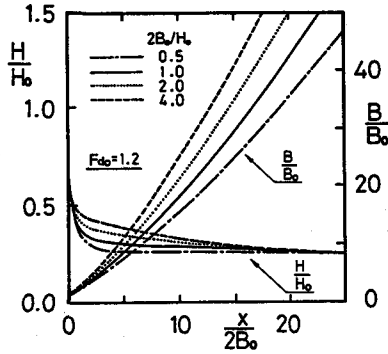


図-4 BとHの流程方向変化

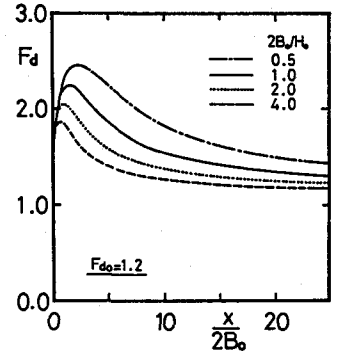


図-5 F_d の流程方向変化

河口流出の加速現象には厚層が減少することに

加えて、放流水束の形状比が強く影響を及ぼすことがわかる。また、 F_d の最大となる流程位置は加速領域の終端位置よりも下流側にあり、 $F_d = 1.2$ で河口を通過した放流水はⅡからⅢの流動を経たのちに $dF_d/dx < 0$ となるⅡの流動に遷移していくことが予想される。

4. 温排水の数値解析

(1) 浮力効果の表現

式(10)~(12)を完結させるためには連行係数 E_v 、 E_h および横方向拡がり率 dB/dx を決定する必要がある。浮力効果が直接的に現われるのはこれらの物理量であり、付加的な条件のなかに密度流固有の特性を導入せざるを得ない。これが積分モデルの特色であり、欠点でもある。なかには、 y 方向運動方程式や平均流のエネルギー方程式を連立させて解く試み⁵⁾⁶⁾もあるが、仮定の妥当性に問題点を含んでいる。今回の解析では以下に示すように E_v 、 dB/dx を実験結果に基づいて密度フルード数の関数形で与えた。 dB/dx は放流水束内の密度分布に起因する圧力差により生起するものであるが、今回の積分モデルでは水面上昇量の算定により静的に評価するにとどまっている。

鉛直方向に密度勾配のある場合には流体の鉛直運動が抑制されるために、乱れ強度や乱流輸送率が減少する。この現象に関しては、成層度の示標である局所リチャードソン数 $R_i (=1/F_d^2)$ の関数で表現できるという高名なEllison-Turner⁷⁾の実験がある。彼らの実験の妥当性については種々議論があったが、著者らの実験的検証⁸⁾により妥当性が確認されたので二次元表層密度噴流の実験公式をそのまま採用した。

$$E_v = E_0 \left(\frac{2}{1 + R_i / 0.85} - 1 \right)^{1.75} \quad (16)$$

ここに、 E_0 は均質噴流の場合の連行係数であり、一般に0.075である。

これに対して、横方向拡がり率 dB/dx と成層度の関係については明確な表現はない。一般に、均質噴流の拡がり率に浮力効果により生じる拡がり率の増分を加えることにより次式のように与えられる。

$$\frac{dB}{dx} = \left(\frac{dB}{dx} \right)_{nb} + \left(\frac{dB}{dx} \right)_b \quad (17)$$

ここに、添字 nb と b は密度差のない場合とある場合を表わす。

さて、ここで $(dB/dx)_b$ と F_d との関係について求めた実験結果を示そう。理想的な矩形断面の表層放流水束を考える。いま、放流水束が横方向に密度フロントの拡がり速度 $C_1 \sqrt{(\Delta \rho / \rho_a) g H} \propto dB/dt$ で拡がると同時に、流程方向に $U = dx/dt$ で移流すると考える。微小時間 Δt で噴流内への混合はなく、且つ移流速度 U も変化しないと考えると、両関係式から次式が誘導される。(詳細は文献²⁾を参照の事)

$$\frac{\Delta B}{\sqrt{2B_0H_0}} \propto F_d^{-2/3} \left(\frac{x}{\sqrt{2B_0H_0}} \right)^{2/3} \quad (18)$$

ここに、 ΔB は浮力のみによる拡がりである。

式(18)の妥当性を検証するために実験値と比較したのが、図-6である。実験上、 F_d の局所的な値が求められなかったので横軸には F_d の代りに放流口での密度フルード数 F_{d0} を用いた。 F_{d0} の大きい実験値では放流口から遠ざかるにともない式(18)との差異が増大するが、 F_{d0} の小さい実験では両者は良好に一致する。このことから、横方向拡がり率を密度フロントの拡がり速度で近似することの妥当性が確認できる。

以上の考察より、 $(dB/dx)_b$ を Prych⁹⁾ に倣い次式を用いて表現する。

$$\left(\frac{dB}{dx} \right)_b = \frac{1}{\sqrt{F_d^2 - 1}} \quad (19)$$

また、横方向の乱流混合は密度差の有無にかかわらず一定

であるとみなし、均質噴流での値 E_0 を、 $(dB/dx)_{nb}$ は Tollmien の値 0.115 を採用した。

② 相似関数の導入

高密度フルード数での表層密度噴流の場合には流速および密度の分布の相似性が成り立ち、ガウス分布で近似できることが実験的に確認されている²⁾ ことから、噴流軸上の表層流速および表層密度差を $U_s(x)$ 、 $\Delta \rho_s(x)$ としてつぎのように仮定する。

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= U_s \cdot f_1(y/B_e) f_1(z/H_e) \\ \Delta \rho(x, y, z) &= \Delta \rho_s \cdot f_2(y/B_e) f_2(z/H_e) \end{aligned} \quad (20)$$

ここに、 $f_1(t) = \exp(-t^2)$ 、 $f_2(t) = \exp(-t^2/2)$ であり、 B_e と H_e は、流速が U_s の $1.0/e$ ($=0.3679$) となる幅および水深を表す。

矩形断面の場合と同様に、式(20)を式(3)に代入して $z = -\zeta \sim \infty$ 、 $y = -\infty \sim \infty$ の範囲で積分し、得られた積分方程式を変形すると、つぎの方程式群が得られる。

$$\frac{d(\Delta \rho_s)}{dx} = -\Delta \rho_s \left(\frac{2E_h}{I_1 B_e} + \frac{E_v}{I_2 H_e} \right) \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \frac{dH_e}{dx} &= \frac{H_e}{(I_3 I_4 F_{ds}^2 - I_5 I_6 F_s^2 - 2I_7)} \left\{ (2I_3 I_4 F_{ds}^2 - I_5 I_6 F_s^2 - I_7) \left(\frac{2E_h}{I_1 B_e} + \frac{E_v}{I_2 H_e} \right) \right. \\ &\quad \left. - (I_3 I_4 F_{ds}^2 - I_5 I_6 F_s^2 - I_7) \frac{1}{B_e} \frac{dB_e}{dx} \right\} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\frac{dU_s}{dx} = \frac{U_s}{(I_3 I_4 F_{ds}^2 - I_5 I_6 F_s^2 - 2I_7)} \left\{ I_7 \frac{1}{B_e} \frac{dB_e}{dx} - (I_3 I_4 F_{ds}^2 + I_7) \left(\frac{2E_h}{I_1 B_e} + \frac{E_v}{I_2 H_e} \right) \right\} \quad (23)$$

ここに、

$$\begin{cases} I_1 = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) dt = \sqrt{\pi}, & I_2 = I_1/2, & I_3 = \int_{-\infty}^{\infty} \{f_1(t)\}^2 dt = \sqrt{\frac{\pi}{2}}, & I_4 = I_3/2, \\ I_5 = \int_{-\infty}^{\infty} \{f_1(t)\}^2 f_2(t) dt = \sqrt{\frac{2}{5}}\pi, & I_6 = I_5/2, & I_7 = 2.4533, \\ F_{ds} = U_s / \sqrt{(\Delta \rho_s / \rho_a) g H_e}, & \text{および} & F_s = U_s / \sqrt{g H_e}. \end{cases}$$

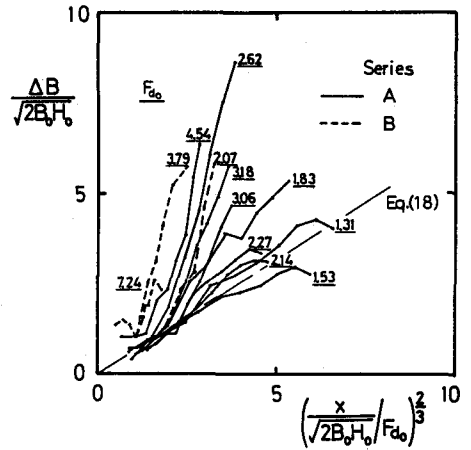


図-6 横方向拡がり幅

ただし、水面上昇量を考慮した圧力勾配 dP/dx をそのまま x 方向に積分することは不可能であるため、Maclaurin 展開して項別積分することにより係数値 I_7 を求めた。

分布形の相似性が成立するのは形成・遷移領域以降の流程であり、数値解析を実行するためにはその終端点で初期値を与える必要がある。この領域の取扱いに関しては実験結果に頼らざるを得ない。本解析では形成・遷移領域における流動を詳細に実測した Stefan et al.⁹⁾ の実験公式を採用し、表層密度差 $\Delta \rho_s$ が放流水の密度差 $\Delta \rho_0$ の 90 % となる流程位置を形成・遷移領域の終端点と定義し、その地点 X_s での拡がり幅、流量増加率から流量の保存性を満たすように U_s , $\Delta \rho_s$, B_s , H_s を求めた。

また、本解析で用いた F_{ds} と F_s は表層での物理量で定義したものであり、断面積分値を用いた実験公式を採用する場合には換算する必要がある。たとえば、式(16)中の E_0 および R_i は今回の表示では、0.0375, 5.79 R_i となる。

(3) 実験結果との比較

比較の対象となる実験は温排水の放流等を対象に著者らがおこなったものであり²⁾、速度および密度の分布形が(20)式で近似できることが確認されている $F_{d0} = 3 \sim 8$ の実験結果である。

図-7, 8はそれぞれ流速および密度差の通減特性を慣用的な表示で示したもので、図中の上側が解析解、下側が実験結果である。実験結果と解析結果はほぼ良好に一致する。流速の通減の割合は密度フルード数の小さいほど、また、流下距離が進むほどゆるやかになる。通減の度合いは、放流口近くでは均質噴流の1乗則に近いが、流下にともない平面噴流の1/2乗則に近づいている。すなわち、流下するにともない浮力による重力安定効果によって平面噴流的な挙動に移り変わる様子が、実験・解析の両者から確認できる。

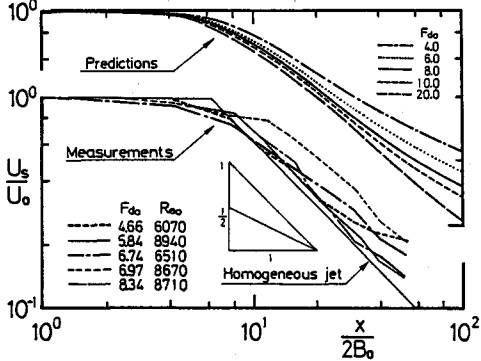


図-7 流速の通減特性

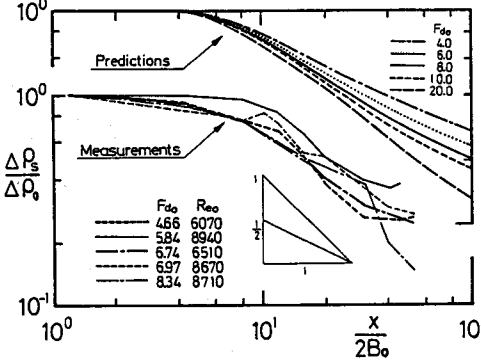


図-8 密度差の通減特性

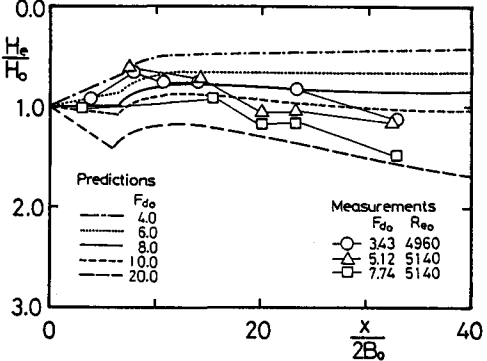


図-9 表層厚の流程方向変化

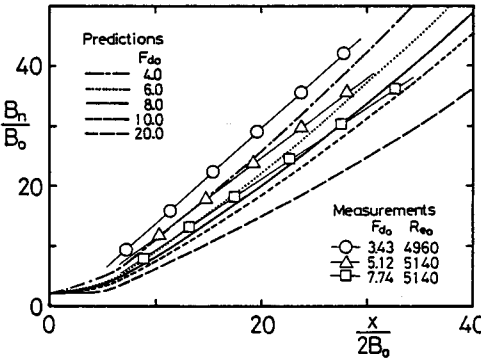


図-10 表層幅の流程方向変化

図-9は流速が U_s の $1.0/e$ となる水深で定義される表層厚 H_e 、図-10は U_s の2%となる位置で定義される幅 B_n (nominal boundary) の流程方向変化を示す。図中にシンボルを付したものが実験値である。解析解は、鉛直方向への拡がりをやや過少評価するものの、全体としては重力安定効果により拡がりが抑制される点がうまく表現できている。また、横方向への拡がりはほぼ良好に実験結果と一致しており、表層密度噴流の横方向拡がりが密度フロントの拡がり速度で表現できる点が確認された。図-2の領域区分を用いると、高密度フルード数での放出の場合には放流口近くでⅠの流動を呈した後に、やがては密度流的なⅡの流動形態へと移り変わることになる。

5. 結論

表層放流水束の流動を積分モデルにより解析した結果、つぎのような結論が得られた。

(1) 支配方程式の特性を考慮することにより、表層密度流の四つの流動区分が可能となり、図-2のように分類できる。このときの支配パラメータは $S_d = E_v (2B/H) / (dB/dx)$ と F_d である。これは、横方向拡がり率 dB/dx が鉛直方向乱流輸送率 E_v と放流水束の形状比 $(2B/H)$ とに密接に関連していることを示唆しており、興味深い。

(2) この流動区分により、河口流出流にみられる一時加速領域の存在が理論的に明らかとなり、放流水束を矩形分布と仮定した数値解析においても確認された。

(3) 横方向拡がり率 dB/dx を密度フロントの拡がり速度で表現した結果、三次元表層密度噴流ならびに河口流出流の特性をかなり精度よく再現できた。

参考文献

- 1) 室田明・中辻啓二・柴垣雄一：河口流出流の実態調査，土木学会関西支部年講概要，1984。
- 2) Murota, A., K.Muraoka and K.Nakatsuji: Initial Entrainment and Lateral Spread of Three-Dimensional Buoyant Surface Jet, J.Hydroscience and Hydraulic Eng.Vol.1, No.2, 1988.
- 3) 柏村正和：河口流出流の力学的機構，第17回水理講演会講演集，pp. 56-60, 1973。
- 4) 柏村正和・吉田静男：河口流の実態，第17回海岸工学講演会論文集，pp. 219-223, 1970。
- 5) 小松利光・椿東一郎：三次元表層密度噴流について，第22回水理講演会論文集，pp. 1-6, 1978。
- 6) 林泰造・有田正光：温度密度流の拡がりに関する予測モデルの研究，第20回水理講演会論文集，pp. 161-172, 1976。
- 7) Ellison, T.H. and J.S.Turner: Turbulent Entrainment in Stratified Flows, J. Fluid Mech., Vol.6, pp. 423-448, 1959。
- 8) 室田明・中辻啓二：二次元表層密度噴流における連行特性に関する研究，土木学会論文報告集(投稿中)。
- 9) Prych, E: An Analysis of a Jet into a Turbulent Fluid, Water Research, Vol:17, pp. 647-657, 1973。
- 10) Stefan, H., J. Bergstedt and E. Mroska: Flow Establishment and Initial Entrainment of Heated Water Surface Jets, St. Anthony Falls Hydr. Lab., Univ. of Minnesota, EPA 660/3-75-014, 1975。