

凹部界面における渦の発生・成長と水質交換
Vortex Characteristics over a Cavity and the Effects on Mass Exchange

大阪大学工学部 正員 八 木 俊 策

1. はじめに

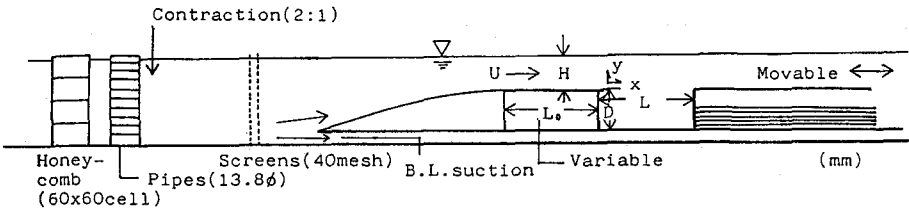
流路境界の凹凸性と水質分散との関係を明確化するにあたって、とりわけ凹部－主流部間の水質交換現象を適切に把握する必要がある。従来の研究（たとえば Valentine ら¹⁾）によると、水質交換速度は主流流速の 1～4 % の範囲となっている。他の研究例²⁾³⁾でもほぼ同様な値が報告されている。しかし、交換速度がなぜこの程度の値になるのか、そしてそれがいかなる水理条件に支配されるのか、という問題は未だ説明されていない。

本研究では凹部界面における渦の発生・成長が水質交換に関係しているという点に着目し、まず流れの安定性理論にもとづいて渦の発生数を、つぎに渦点モデルを用いて渦の成長を検討することによって上記問題点の解明を試みる。

2. 実験装置・方法

実験装置の概略および本論文で用いる記号の一部を図－1 に示す。水路は透明塩化ビニール製で、全長 4 m、幅 25 cm、深さ 25 cm である。水路上流部にハニーカム、スクリーンなどからなる整流部を、中流部に矩形凹部を設けている。凹部の幅は 12.5 cm であり、深さ D（最大 10 cm）、長さ L は可変である。また凹部直前部分の長さ L₀ は 0～100 cm の範囲で任意に設定できる。

流速測定にはホットフィルム流速計（円錐型プローブ）と小型プロベラ流速計（はねの径 5 mm）を使用した。



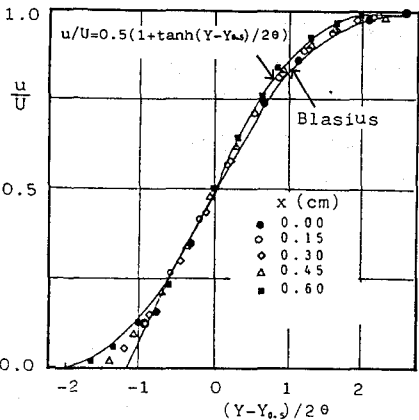
図－1 実験装置および諸記号

流速測定位置の同定は読み取り顕微鏡によった。精度は 1/100 mm である。

図－2 は凹部上流端付近の流速分布である。はくり直後は層流境界層型流速分布（Blasius）であり、 $x = 0.6$ cm 付近では自由せん断層型（ $\tanh$ ）へ移行している。図中の $y_{0.5}$ は $u/U = 0.5$ となる y の位置であり、 θ は次式で定義される運動量厚さである。

$$\theta = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U} \right) dy \tag{1}$$

図－3 は凹部界面（ $X/\theta_0 = 15$, $u/U = 0.8$, $\theta_0 : x=0$ での θ ）で測定された流速変動の周波数スペクトルである。1 Hz～2.0 Hz 付近に現われているピークは基本周波数 f である。凹部長さ L が 7 cm から 10 cm へ増加するにつれて、基本周波数 f は減少してい



図－2 平均流速分布

る。L = 11 cm のところでは不連続的に高い値になり、再び減少するという性質を示す。また L = 17 cm 付近になると sub-harmonics f/2 が顕著になってくる。なお図中のアンダーライン付きの数値は、たて軸の相対的なスケールを表わす。

図-4 は主流流速 U、凹部直前部の長さ L₀ を変化させたときの基本周波数 f と凹部長さ L の関係である。f は U に比例し、L₀ には反比例している。なお f の不連続的なジャンプの位置を区切りとして、stage I、II、III とよぶことにする。

写真-1 は凹部界面を可視化したものである。基本周波数 f はここにみられる渦の発生数に一致する。

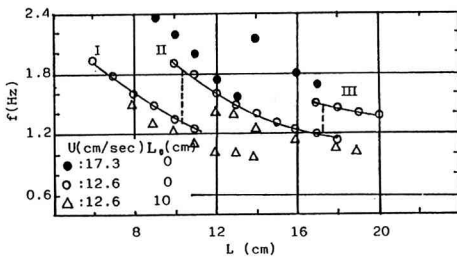


図-4 基本周波数と凹部長さ

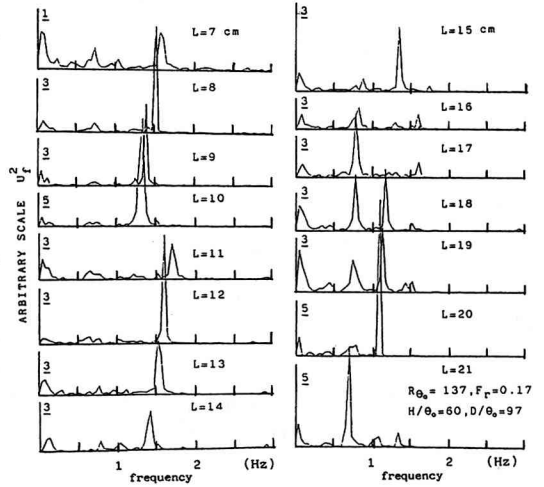


図-3 周波数スペクトル

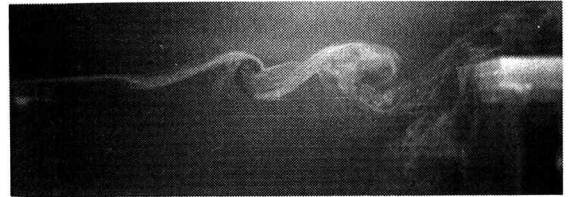


写真-1

水質交換速度 q はつぎの方法で求めた。凹部内を完全混合と仮定すると、その濃度 S は次式で表わせる。

$$V_0 \frac{ds}{dt} = q A_0 (C - S) \quad (2)$$

ここに V₀ : 凹部体積、A₀ : 凹部界面の面積、C : 主流部濃度である。主流濃度 C を一定とすれば、次式になる。

$$q = -D \frac{d}{dt} \ln \frac{S - C}{S_0 - C} \quad (3)$$

ここに S₀ は初期濃度である。

q の実測においては、メタノールで比重調整 (=水道水) した食塩水を凹部内へ注入し、凹部内濃度 S の減少過程を測定する。そして (S - C) と時間 t の関係を片対数紙上にプロットし、直線的に減少することを確認してから、式(3)により交換速度 q を算定した。

3. 凹部界面の不安定性

線形、非粘性、平行流の条件下で、自由せん断層に与えられた微小じょう乱が流れ関数、

$$\psi(x, y, t) = \varepsilon R [\phi(y) \exp \{i(\alpha x - \beta t)\}] \quad (4)^*$$

で表わされるとき、つぎの Rayleigh 方程式が導かれる。

$$[u(y) - \beta/\alpha] [d^2 \phi / dy^2 - \alpha^2 \phi] - \phi d^2 u(y) / dy^2 = 0 \quad (5)^*$$

ここに ε : じょう乱の強度、R〔〕 : 実部、u(y) : 流速、φ : 複素振幅、α = α_r + iα_i : 複素波数、α_r : 波数、-α_i : じょう乱の空間的成長率、β : 角周波数である。ただし、* の式は諸量を主流流速、せん断層厚で

無次元化している。

Michalke⁴⁾ は流速分布を、

$$u(y) = 0.5 (1 + \tanh y) \tag{6}^*$$

として、式(5)の固有値、固有関数を計算した。計算結果を図-5、図-6の実線で表わす。図-6が示すように $0 < f\theta_0/U < 0.04$ のとき、 $-\alpha_i\theta_0 > 0$ となりじょう乱は不安定となる。

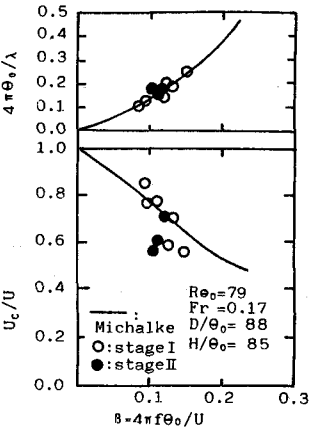


図-5 不安定波の波数、位相速度

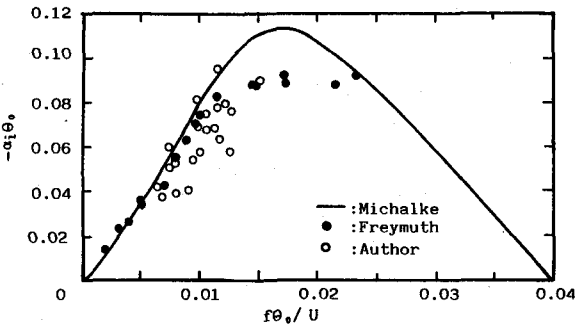


図-6 じょう乱の成長率

凹部界面の不安定波の波数、位相速度の実測値を図-5に、じょう乱の成長率を図-6に示す。図-6の黒丸は Freymuth⁵⁾ が自由ジェットにおいて測定した結果である。不安定波の波長は $u/U = 0.8$ なる線上で流速計を流下方向に移動させ、固定点との位相差を測定して求めた。また $-\alpha_i$ は流速の基本周波数成分 u_i の流下方向変化を測定し、線形領域において、次式から計算した。

$$-\alpha_i = \frac{d}{dx} \ln (\sqrt{u_i^2} / U) \tag{7}$$

これらの実測結果から判断して、上述の安定性理論が自由せん断層だけでなく、凹部界面においてもほぼ成立することがわかる。

図-7は凹部長さ L と不安定波の波長 λ の比である。この値は角周波数に関係なく、ほぼ

$$L/\lambda = N + C, \quad N = 1, 2, \quad C = 0.5 \sim 0.9 \tag{8}$$

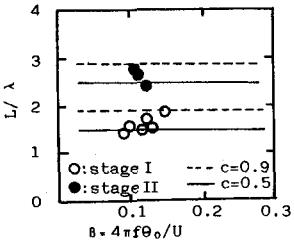


図-7 凹部長さと波長の比

なる形で表現できる。この関係は、凹部下流端で生じる圧力変動が上流側へフィードバックされることによって生じる凹部界面の自励振動の成立条件に相当する。

図-8、図-9の実線 ($C = 0.5$)、破線 ($C = 0.9$) は、式(8)と安定性理論の固有値を用いて計算したものである。図-8の実測値は $Re_0 (=u\theta_0/\nu)$ 、 $Fr (=U/\sqrt{gH})$ 、 D/θ_0 、 H/θ_0 を図中に示す一定値に保って、 L/θ_0 を変化させたときの $f\theta_0/U$ である。 L/θ_0 が増加するに従って $f\theta_0/U$ は減少し、 $L/\theta_0 = 120$ 付近でジャンプし、再び減少する。この関係は Re_0 、 Fr 等が変化しても同様に成立している。また図-9は Re_0 、 Fr 、 D/θ_0 、 H/θ_0 の影響を調べたものである。たとえば図中の白丸 (○) は Re_0 を変化させ、他の水理量を一定値に設定して $f\theta_0/U$ を測定したものである。これらの水理量が変化しても $f\theta_0/U$ は、それほど顕著な変化を示さない。

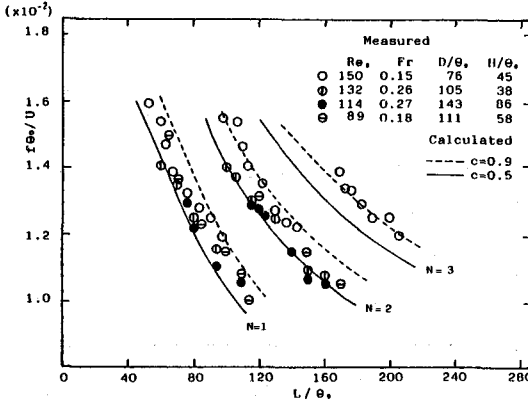


図-8 $f\theta_0/U$ と L/θ_0

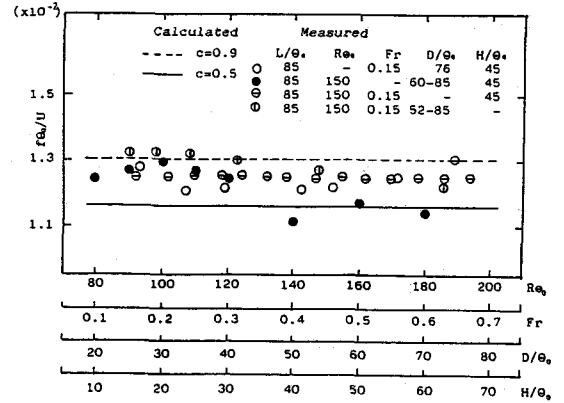


図-9 $f\theta_0/U$ と Re , Fr , D/θ_0 , H/θ_0

図-8、図-9における計算値と実験値の適合性は良好であり、したがって凹部界面に生じる基本周波数は流れの安定性理論とフィードバックの位相条件により決定され、 L/θ_0 が支配因子として重要であることがわかる。

4. 渦成長のモデル化

上述の不安定波は流下する過程で roll-up し、渦を形成し、さらに成長をつづける。ここではこのプロセスを渦点モデルによってシミュレートする方法およびその結果について述べる。

凹部上流端 ($X = 0$) での流速分布を簡単のために図-10の折れ線型とする。図中の白丸(○)は渦点を表す。せん断層厚 Δ 、運動量厚さを θ_0 とすれば、 $\Delta = 4.8 \theta_0$ となる。以下の渦点モデルの記述は、 θ_0 と U で無次元化してある。

渦点の放出周期を t_0 とし、1回につき N_Y 個の渦点をせん断層厚 Δ の中に y 方向へ等間隔に配置している。Tを基本成分の周期 ($T = 1/f$) とし、1周期の放出回数を N_X とすれば、 $t_0 = T/N_X$ である。したがって、渦点の強さを一定値 k とすれば、

$$k = \lambda / (N_X \cdot N_Y) \quad (9)$$

となる。つぎに時間 t_0 の間に N_X 回、渦点相互間の誘起速度による渦点の移動量を計算する。点 $(0, 0)$ にある渦点が点 (x, y) に誘起する速度は次式で計算する。

$$\left. \begin{aligned} u(x, y) &= \frac{-k \cdot \sinh 2\pi y/a}{2a (\cosh 2\pi y/a - \cos 2\pi x/a)} \\ v(x, y) &= \frac{k \cdot \sin 2\pi x/a}{2a (\cosh 2\pi y/a - \cos 2\pi x/a)} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

上式は、距離 a を隔てて無限個の渦点が直線状に並んでいるときに誘起される速度である。有限長の渦層の場合の不都合を避けるため、Acton⁶⁾ により導入された。

渦点間の相互作用を計算した後、各渦点を x 方向へ $U_c t_0$ 移動させる。そして新たに渦点を放出し、上記計算をくりかえす。 $X = 0$ における渦点放出の y 方向の位置は次式で与えた。

$$y = A \sin 2\pi f t \quad (11)$$

渦点間の距離 r が0に近づくと誘起速度が無限大となる。これを避けるために、 $r < r_s$ のときは $r = r_s$ として計算した。 $x > 5\lambda$ となる渦点は消滅させている。

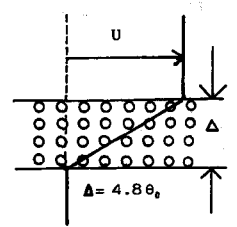
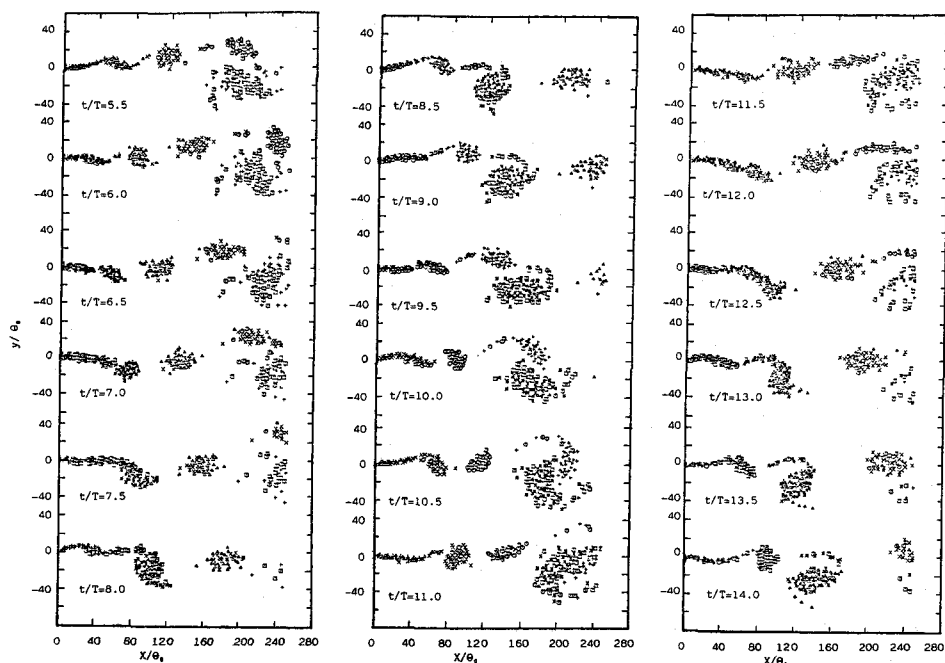


図-10 流速分布と渦層

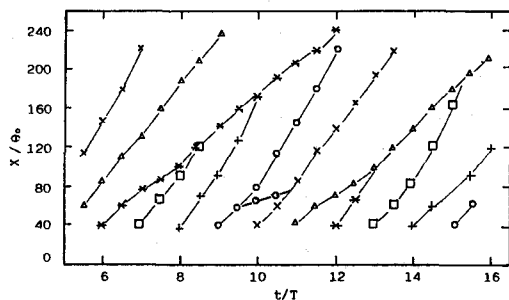


図一 11 渦の成長過程

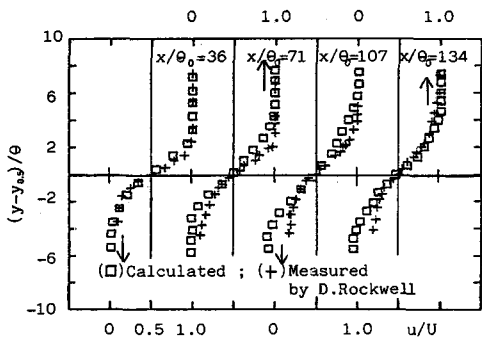
ここでの計算にはつぎの数値を用いた。 $N_x = 10$ 、 $N_y = 4$ 、 $N_z = 4$ 、 $a = 5\lambda$ 、 $r_s = 0.005\lambda$ 、 $A = 0.02\lambda$ および 0.05λ 。 f 、 λ 、 U_c の値は、3で得た知見にもとづいて与えている。

図一 11 は $\lambda = 50$ 、 $U_c = 0.621$ 、 $A/\lambda = 0.02$ するときの計算結果である。渦点のマークは 1 周期 (40 個) ごとに変化させてあり、渦の合体やちぎれの様子がわかる。図一 12 は渦の位置の時間的変化を示したものである。合体した渦がさらに後続の渦をまき込んでいく様子がわかる。

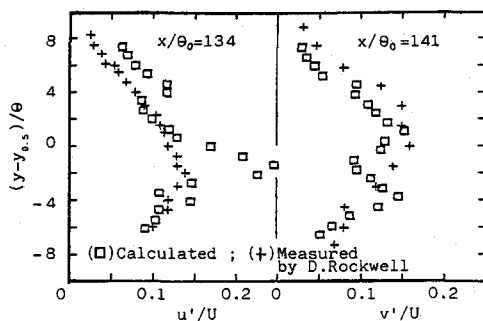
図一 13、図一 14 は Rockwell⁷⁾ が測定した u 、 u' 、 v'



図一 12 渦の移動過程



図一 13 平均流速分布



図一 14 乱れ分布

の分布と渦点モデルによる計算値の比較である ($L/\theta_0 = 144$)。計算値は4 T間の平均である。u 分布の0付近、u' 分布の最大値付近を除いて、実測値と計算値は比較的良好一致している。

5. 水質交換速度

図-15、図-16に交換速度の実測値を示す。図-15は Re_θ , Fr , D/θ_0 , H/θ_0 を一定に保って、 L/θ_0 を変化させたときの交換速度である。 L/θ_0 の増加に伴って q/U は増加している。図-16は Re_θ , Fr , D/θ_0 , H/θ_0 と交換速度の関係である。たとえば、図中 $\ominus$ 印は、 L/θ_0 , Fr , 等を図中の値に固定しておいて、 Re_θ だけを変化させたときの q/U を表わしている。 Fr , D/θ_0 , H/θ_0 についても同様である。この結果が意味するところは、 q/U に対して Re_θ , Fr , D/θ_0 , H/θ_0 がそれほど顕著な影響を与えず、凹部長さ L/θ_0 が支配因子として重要である、ということである。

つぎに渦点モデルによる q/U の計算方法について述べる。不安定波のroll-upにより渦が形成され、さらに発達・成長する過程で、主流部と凹部の流体塊が渦にエントレインされる。そして凹部下流端でこの渦が二分され、主流部と凹部の間に交換が生じる。凹部開口長さを L 、渦が下流端へ衝突する周波数を f_d とし、渦をだ円とみなして長径を a_1 、短径を b_1 とすると、(交換速度) $\times L \propto f_d \times$ (渦の大きさ)であるから、

$$\frac{q}{U} = r \frac{1}{(L/\theta_0)} \frac{f_d \theta_0}{U} \left(\pi \cdot \frac{a_1}{\theta_0} \cdot \frac{b_1}{\theta_0} \right) \quad 0 < r < \frac{1}{2} \tag{12}$$

となる。渦が合体しないとき $f_d = f$ である。 r はつぎのような意味をもつ。たとえば下流端で二分されて凹内へ入る流体塊のすべてが主流側から来たものであるとき、 $r = \frac{1}{2}$ 、すべて凹部からの場合 $r = 0$ である。ここでは $r = \frac{1}{4}$ とする。

図-15、図-16の計算値は、 L/θ_0 に対する渦の成長過程を計算し、 $x = L$ での a_1/θ_0 , b_1/θ_0 を与えて式(12)から求めたものである。

図-15において、stage Iでは $A/\lambda = 0.02$ のとき、stage IIでは $A/\lambda = 0.05$ のときの計算値が実測値によく合っている。以上の説明によって交換速度が主流流速の1～4%ていどの値になる理由、支配因子が L/θ_0 であることが明らかになった。

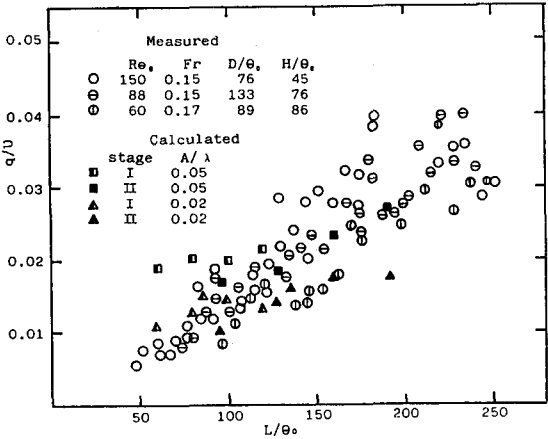


図-15 q/U と L/θ_0

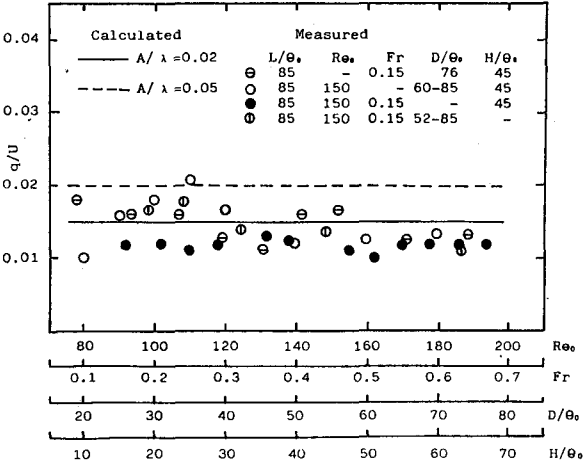


図-16 q/U と Re_θ , Fr , D/θ_0 , H/θ_0

6. おわりに

本論文の結論を要約すればつぎのようになる。

- 1) 凹部界面での水質交換は渦の発生・成長にともなって生じる。
- 2) 渦の発生数、水質交換速度はともに凹部長さ L/θ_0 に支配される。

3) これらの実測値は、流れの安定性理論、渦点モデルによって説明できる。

謝辞 本研究の遂行に対して、貴重なる支援を賜った大阪大学環境工学科末石富太郎教授、京都大学衛生工学科住友恒教授に感謝します。

参考文献

- 1) Valentine, E.M. and I.R.Wood : Longitudinal dispersion with dead zones, Proc. ASCE, HY 9, Vol. 103, pp. 975-990, Sep. 1977.
- 2) 松岡 譲 : 河川くぼみ部の水質交換特性について、土木学会論文報告集、第 280 号、pp. 39-50、1978 年 12 月。
- 3) Yagi, S and T.Sueishi : Flow Structure over a Cavity and its Effect on Mass Exchange, Technology Reports of Osaka University, Vol. 31, No. 2, 1981
- 4) Michalke, A. : On spatially growing disturbances in an inviscid shear layer, J. Fluid Mech., Vol. 23, Pt. 3, pp. 521-544, 1965.
- 5) Freymuth, P. : On transition in a separated laminar boundary layer, J. Fluid Mech., Vol. 25, Pt. 4, pp. 683-704, 1966.
- 6) Acton, E. : The modelling of large eddies in a two-dimensional shear layer, J. Fluid, Mech., Vol. 76, Pt. 3, pp. 561-592, 1976.
- 7) Rockwell, D. and C.Knisely : The organized nature of flow impingement upon a corner, J. Fluid Mech., Vol. 93, Pt. 3, pp. 413-432, 1979.
Rockwell, D. and C.Knisely : Unsteady features of flow past a cavity, Proc. ASCE, HY 8, Vol. 105, pp. 969-979, Aug. 1979.