

レジム型流速式を用いた沖積河川の流れと河床形態との解析
Analysis of Flow and Bedforms in Alluvial Streams
by the Help of Regime-type Velocity Formulas

徳島大学工学部 正 員 杉 尾 捨 三 郎

1. 研 究 の 目 的

(1)
1969年、筆者が提案したレジム型平均流速式は、実験水路や自然河川に適する一種の経験式としての性格をもつものであったが、本文ではその理論的根拠を検討すると共に、 $V \sim R^2 S$ 図を活用することにより、河床形態とフルード数との関係、浮遊砂の多い流れにおける浮遊度比と移行現象、流水抵抗との関係について述べる。

2. レジム型平均流速式

G. Lacey や D. B. Simons らが提案したレジム型平均流速式は、元来、インド付近の運河の設計を目的としたもので、勾配 S 、河床砂粒径 d が極端に小さい場合を対象とした経験式であった。筆者は、平均流速 V と $R^2 S$ (R は径深) を両対数紙の両軸にとるという彼等の手法にならい、多くの水路実験やわが国内の多くの河川資料について検討した結果、式

$$V = KR^{0.54} S^{0.27} \dots\dots\dots (1)$$

(m/s)

で代表される3～4種のグループに分類できることを確かめ、定数 K の小さい順に、㊸群、①群、②群、③群と名づけた(図-1)。この際、室内実験の結果から確かめられた河床形態から推察すると、各群はそれぞれ、蛇行および砂れん、砂れん、砂堆、高レジム河床に相当すると考えられる。定数 K の概略の変動範囲と標準値は、表-1に示される。

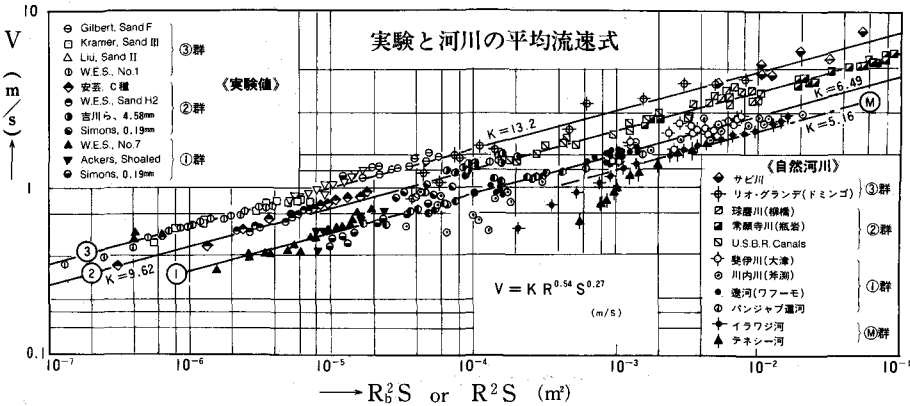


図-1 レジム型流速式標準図 ($V \sim R^2 S$ プロット)

なお、定数 K とマンニングの粗度係数 n との関係は(2)式で示され、 n の値は径深 R 、エネルギー勾配 S の増加と共に増大し、特に S の影響をつよくうけることがわかる。

群の名称	③ 群	② 群	① 群	㊸ 群
河 床 形 態	高レジム	砂 堆	砂 れ ん	蛇行・砂れん
K の大畧範囲	11.5 以上	11.5 ～ 8.0	8.0 ～ 5.8	5.8 以下
K の 標 準 値	13.2	9.62	6.49	(5.16)

表-1 各群の K の値

$$n = KR^{0.127} S^{0.23} \dots\dots\dots (2)$$

(m-sec 単位)

3. 相当粗度 k_s を用いた従来の抵抗法則

1951年, 椿・古屋は, 開水路乱流に関する Keulegan の平行壁に対する対数型の流速式

$$V/v_* = 6.0 + 5.75 \log_{10} R/k_s \dots\dots\dots (3)$$

が, 河川流についても成立するものとし, 相当粗度 k_s を水理量と砂特性との関数と考え, 次元解析を用いて次式を提案した⁽²⁾

$$\log_{10} k_s/d = 3.48 [1 - 0.225 \tau_*^{-1/2}] \dots\dots\dots (4)$$

ここに,

$$\tau_* = v_*^2 / \{(\sigma/\rho - 1)gd\} \dots\dots\dots (5)$$

また, v_* = 摩擦速度 = $(gRS)^{1/2}$, σ/ρ = 砂比重である。上式は, 河床が細砂で $Fr < 0.3$, かつ砂れんを生じるほどの, 緩やかな勾配に適用可能と信じられている。

岩垣らは, 同様の考えにたち, 滑面の長方形断面水路を用い, 底面に砂が堆積することなく, できるだけ多くの砂を上流より流して実験した結果, 砂れんが発生しない場合について, 次式を提案した⁽³⁾。

$$k_s/d = 10 \tau_*^{0.769} \dots\dots\dots (6)$$

山口・松田は, W. E. S. および土研で行った実験につき, k_s/d と τ_* との関係を詳細に検討したが, 描点が極端に散在しすぎ, 成功を収めていない。しかし, 土研資料のみについては, $d > 2.21 \text{ mm}$ の砂れきに対し, 次式で代表できると述べた。

$$k_s/d = 1000 \tau_*^2 \dots\dots\dots (7)$$

芦田は, 平坦河床に関する従来の実験資料を整理し, 次式を与えている⁽⁴⁾。

$$k_s/d = 0.5 \sim 4.0 \dots\dots\dots (8)$$

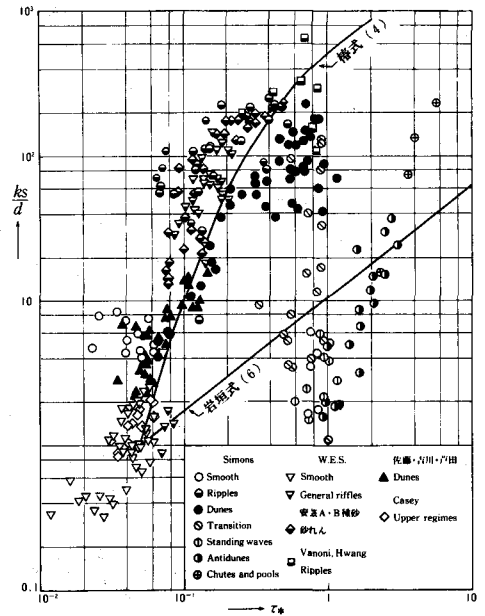


図-2 $k_s/d \sim \tau_*$ 関係図

4. 河床形態ごとに分類された $k_s/d \sim \tau_*$ 関係⁽⁷⁾

(A) 実験資料

ここで採用したのは, Simons, W. E. S., 佐藤・吉川・芦田, 安芸, Casey らの実験結果で, それぞれ示された河床形態を, 砂れん, 砂堆, 高レジムに分類し, それぞれ描点を, 半黒, 黒, 白で区別した。もちろん, 前述の $V \sim R^2S$ 図を利用して, 各群のグループわけを行った。以上の資料について $k_s/d \sim \tau_*$ 図をつくったのが図-2である。

図中には, 椿公式(4)と岩垣公式(6)が併記してあるが, 高レジムの描点は岩垣式を, また砂れんと砂堆の描点は, 大体椿式を満足するようにみえる。しかし別の見方をすれば, 砂れんの描点(半黒)は砂堆の描点(黒)の左上方にあり, それぞれ水平とほぼ 45° の傾きをもつ直線の周囲に配列しているようにも見える。すなわち, 岩垣式は高レジムを示し, k_s/d は最も小さく, それとほぼ平行かつ上方に砂堆の描点となれば, さらにその上部に砂れんの描点が存在することがわかる。

〔B〕 自然河川資料

図-3は、国内、国外における多くの河川資料に対し、先ず $V \sim R^{2/3} S^{1/3}$ プロットを行って、河床形態ごとのグループわけを行い、同一グループの資料ごとに k_s/d と τ_* との関係を示したものである。各グループの判別をわかりやすくするため、⑭群に属する描点は○印、第①群は△印、第②群は□印を用いてある。

図-3によれば、各群ごとに、水平とほぼ 45° の傾きをもつ右上りの、4種の平行線のまわりに描点が集中する傾向がみられ、⑭群が最も外側、次いで①群、②群の順に k_s/d が減少し、③群が最も内側に存在することがわかる。

記 号 の 説 明

⑭ 群 ○ 筑後川(内海) 85m ○ 阿武隈川(丸) 25m ○ 遠東川(目) 2.15m ○ 遠東川(勝) 1.95m ○ 北上川(釜本) 0.76m ○ 荒川(牧) 1.91m ○ 荒川(豊) 1.30m ○ アチャツラヤ河 ○ ミシシッピ河(セントルイス) ○ 天竜川(天竜大橋) 2.31m		
① 群 △ 石狩川(伊) 62.5m △ 北上川(沼津) 28.0m △ 荒川(豊) 3.6m △ 大湫川(王子橋) 13.0m		
② 群 □ 天竜川(伊) 80m □ 荒川(小市橋) 120m □ U. S. R. 運河 20-30m □ 常盤川(徳) 19m □ 大井川(神) 27m □ 荒川(丸) 31.5m		
③ 群 ◇ リオグランデ(デンゴ) 0.40m ◇ # (ゼリス) 0.26m ◇ # (サンアントニオ) 0.20m ◇ # (サンマリア) 0.16m ● マビ河 60-130m		
④ 群 △ 野瀬川(徳) 0.83m △ 豊後川(大) 1.80m △ 宇治川(徳) 0.4m △ 宇治川(山) 15.1m △ 宇治川(南大橋) 0.6m △ 宇治川(ワフモ) 0.673m △ 宇治川(徳) 0.21m △ 宇治川(徳) 6.5m		
⑤ 群 △ 宇治川(徳) 72m △ 宇治川(上橋) 30m △ 宇治川(徳) 2.45m △ 宇治川(徳) 100m △ 宇治川(徳) 15m △ 宇治川(小千谷) 71m △ エズリ河(オマハ) 0.19m △ リオグランデ(デンゴ) 0.40m △ 紀ノ川(徳) 20m △ 宇治川(徳) 13.2m		

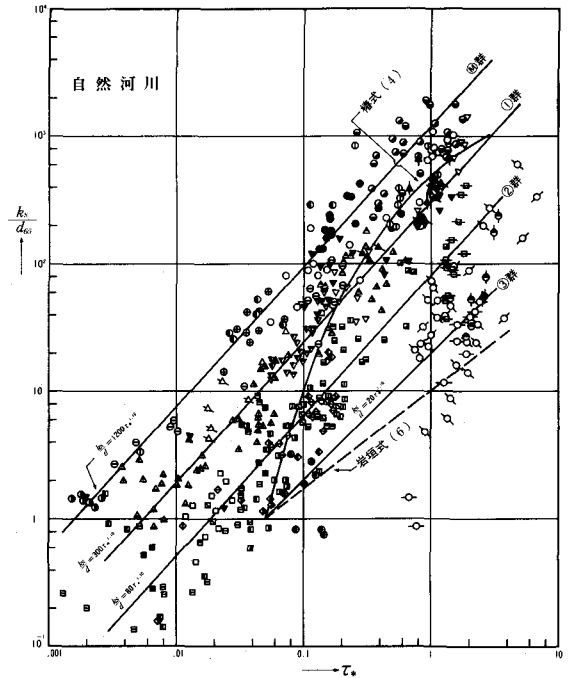


図-3 河床形態別の $k_s/d \sim \tau_*$ 関係図

もちろん、同一河川の同一地点で測定された資料のなかにも、流量 Q の大きさにより、時には①群、時には⑭群、または②群となる描点もあるから、上図は大体の傾向を示すに過ぎないが、各河床形態ごとにほぼ

$$k_s/d = m \tau_*^{n'} \dots\dots\dots (9)$$

の形をとるものとすれば、視察により $n' = 1.10$ である。また係数 m の値は図-3より、

m の 値 :	1200	300	80	20
群 の 名 称 :	⑭	①	②	③

なお、浮遊砂が多いときにはカルマン常数 κ が減少し、河底付近の流速分布が変化すると考えられるので、本論文では便宜上 Paintal・Garde らが運河に対して与えた方法により κ を推定し、つぎに κ の変動を考慮した対数型の流速式を用いて k_s を算定し、図-3を描いた。

5. レジム型流速式の理論的根拠⁽⁷⁾

(A) 過 去 の 研 究

レジム運河を対象とした流速式、たとえば G. Lacey の $V = 16 R^{2/3} S^{1/3}$ 式の水理学的根拠については、Gill, Henderson らの研究がある。前者は、Einstein-Brown の掃流砂量公式から出発しているが、式の誘導過程において若干首肯し難い点がある。後者では、Lane の安定水路の理論の一部を用い、水路壁と

路床の砂粒が同時に限界掃流力状態になるものとみなし、かつ Strickler 式、 $n = Kd^{1/6}$ と Manning 式を組合せて Lacey 式に類似の式をみちびいている。

(B) レジム型流速式の理論的根拠

この理論の出発点は、粗面乱流開水路につねに引用される衆知の対数型の平均流速式、

$$\varphi = V/v_* = 6.0 + 5.75 \log_{10} R/k_s \dots\dots\dots (3)$$

である。(3) 式を若干変形すると、 $k_s = 11.05 R \cdot 10^{-\varphi/5.75} \dots\dots\dots (10)$

いま (10) 式の分母、 $10^{\varphi/5.75} = 10^{\xi} = Z \dots\dots\dots (11)$

とおき、通例の冲積河川において生じる φ の変動範囲、8 ~ 18 に対応する Z と ξ との関係を図示したのが 図 - 4 である。図中の 2 点、A、B 間の曲線部分を、次式、

$$Z = \alpha \xi^{\beta} \dots\dots\dots (12)$$

で近似すれば、 $\alpha = 4.820$ 、 $\beta = 4.938$ がえられる。(10)、(11)、(12) 式より Z と ξ を消去し、さらに 4 節でえられた関係式

$$k_s/d = m \tau_*^{n'} \dots\dots\dots (9)$$

が成立するものとして k_s を消去すれば、次式がえられる。

$$V = P \cdot R^{\frac{1}{2} - \frac{n'-1}{\beta}} S^{\frac{1}{2} - \frac{n'}{\beta}} d^{\frac{n'-1}{\beta}} \dots\dots\dots (13)$$

$$\text{ここに、} P = 5.75 \sqrt{g} \left[\frac{11.05 (\sigma/\rho - 1)^{n'}}{\alpha m} \right]^{1/\beta} = \text{定数}$$

$$\text{いま、} n' = 1.10 \text{ ならば } V = P \cdot R^{0.48} S^{0.27} d^{0.02} \dots\dots\dots (14)$$

$$\text{とくに } n' = 1.0 \text{ ならば } V = P \cdot R^{0.50} S^{0.30} \dots\dots\dots (15)$$

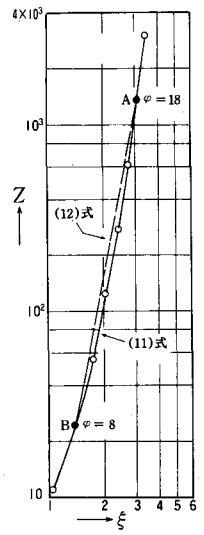


図 - 4 Z と ξ の関係

このようにして、レジム型の流速式(1)と形がよく似た流速式が、理論的に誘導できた。

6. フルード数 Fr と河床面形態との関係⁽⁷⁾

芦田⁽⁴⁾は 1959 年、 k_s/d とフルード数 Fr の関係を検討し、次式を提案した。ここに、 $Fr = V/\sqrt{gR}$ である。

$$k_s/d = f(\tau_*) \cdot Fr^{-2} \dots\dots\dots (16)$$

その後、吉川・福岡⁽⁵⁾は、室内実験を主とし、若干の自然河川の資料も含め、次式がほぼ成立すると述べた。

$$k_s/R_b S = 8 Fr^{-2.76} \dots\dots\dots (17)$$

さて上式を若干変形すると、

$$k_s/d = 8 (\sigma/\rho - 1) \cdot \tau_* Fr^{-2.76} \dots\dots\dots (18)$$

(18) 式によれば、 F_r が一定とみなされる流れにおいては、 k_s/d は τ_* に比例することになる。一方、前節で述べたように、各群ごとに k_s/d は τ_* にほぼ比例することが明らかにされているから、結局、「各河床形態ごとに、フルード数はほぼ一定となる」と考えられる。

また、レジム型流速式 (1) における定数 K と F_r との関係は

$$K = \frac{V}{R^{0.54} S^{0.27}} = \frac{\sqrt{g} \cdot F_r}{R^{0.04} S^{0.27}} \dots\dots\dots (19)$$

であるから、エネルギー勾配 S がほぼ一定ならば K は F_r に比例する量であり、 $V \sim R^2 S$ プロットは河床形態の区分上、きわめて便利な方法であることにもなる。 K は F_r のみならず、 S の大小にも若干影響されるので、いま d_{65} が 1.0 mm 以上の場合について、フルード数と各群との関係をしらべると、大体、つぎのことが明らかとなった (図-5)。

- 0.20 > F_r

ならば

㊾群河床

0.40 > F_r > 0.20

ならば

①群河床

1.0 > F_r > 0.40

ならば

②群河床

F_r > 1.0

ならば

③群河床

しかし、河床砂が微細である場合 ($d_{65} < 1.0$ mm) には、すこし複雑で、 $d_{65} > 1.0$ mm の場合とはやや異なる結果がえられた。 F_r の増加と共に K の値が増大する傾向は、 $d_{65} > 1.0$ mm の場合と同様であるが、この場合は S の変化による影響が顕著で、

$d_{65} > 1.0$ mm の場合のように明確に、 F_r の変動幅と各群との関係を示すことがやや困難である。つまり S の変動幅は $10^{-3} \sim 10^{-5}$ にもおよぶのである。各領域が若干重複するのを無視すれば

- ㊾群： 0.20 > F_r
- ①群： 0.35 > F_r > 0.18
- ②群： 0.65 > F_r > 0.35
- ③群： 1.0 > F_r > 0.50

となった。

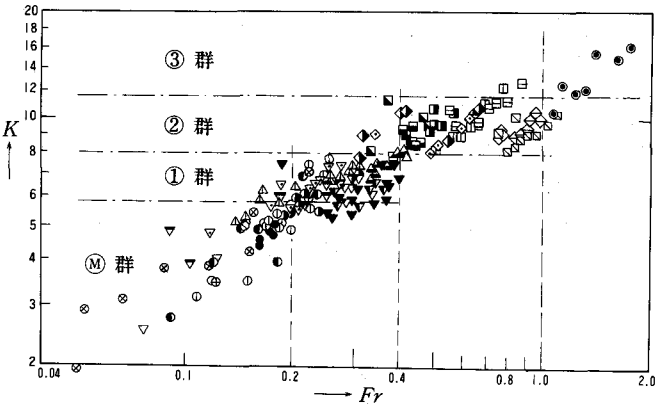


図-5 定数 K と F_r との関係

7. 微細砂河床の移行

$d_{65} < 1.0$ mm 程度の微細砂河川においては、洪水の規模に応じて土砂の浮遊程度が異なり、流水抵抗が極端に変化する例がある (図-6)。

河床砂粒が流れの掃流力により浮遊し始める条件に関しては、有名な *Laursen* ⁽⁶⁾ の研究がある。その目安としては、

$$v_* \geq w$$

が用いられる。ここに、 w = 砂粒の静水中の沈降速度で、本文では d_{65} に対応するルベイ (*Rubey*) 公式を用いて算定した。

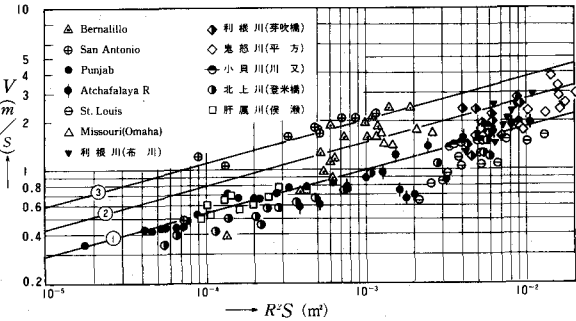


図-6 微細砂河床の移行

この際の摩擦速度としては、厳密には「有効摩擦速度の v_{*e} 」を用いるべきであると筆者は考える。
いま

$$Y = v_{*e} / w \quad \cdots \cdots (20)$$

で表わされる無次元量 Y を、仮りに「浮遊度比」と呼ぶことにし、 $Y \geq 1.0$ をもって浮遊限界とみなした。

この際、篠原・椿⁽⁸⁾らが1959年に発表した次式を用いて v_{*e} を求めることにする。

$$v_{*e} = v_* (\varphi / \varphi_0)^{1/2} \quad \cdots \cdots (21)$$

$$\varphi_0 = 6.0 + 5.75 \log_{10} R/d_{65} \quad \cdots \cdots (22)$$

図-7は定数 K と浮遊度比 Y との関係点を描している。 $Y < 1.0$ の領域内では浮遊はおこりにくいから、河床形態は①群、または②群の状態にあり、 K はほぼ一定の値を維持する。 Y が1.0を超えると K は急に増加し始め、その増加傾向には一定の法則性が認められる。

図-8は、 φ / φ_0 と Y との関係を多くの沖積河川について点描したものである。

描点のちらばりは大きいが、掃流状態から浮遊状態にいたるまでの間の流水抵抗の変化には、明らかな傾向が認められ、 $Y = 1.0$ 付近で φ / φ_0 は最小値をとり、その値はおよそ0.4～0.5程度であることがわかる。

8 結 論

実験と自然河川に対し、 $k_s/d \propto \tau_*$ の関係があることを示し、これを利用して対数型流速式(3)からレジム型流速式(1)に類似した式を誘導できることを明らかにした。また $V \sim R^2 S$ 図から得られる各群の河床形態ごとに、フルード数 F_r はほぼ一定となることが証明された。さらに、有効摩擦速度 v_{*e} を考慮に入れた「浮遊度比 Y 」は、抵抗法則や移行現象にきわめて強い影響を与えることがわかった。

9 参 考 文 献

- 1) 杉尾捨三郎：河川の平均流速公式と河床面形態との関係；土木学会論文報告集，第171号，1969。
- 2) 椿・古屋：流砂ある河川における流速法則について；九大流体力学研究所報告，第7巻4号，1951。
- 3) 岩垣・石原・末石：土砂を伴う流水の抵抗法則；応用水理学，中I，丸善，1958。
- 4) 芦田和男：河川の粗度について；土木技術資料，1-7，1959。
- 5) 吉川秀夫・福岡捷二：土砂を伴う流れの抵抗；粗度研究小委員会資料（土木学会），未発表，1972。
- 6) Laursen, E.M.: The Total Sediment Load of Stream; Proc. ASCE, Vol. 84, HY1, 1958。
- 7) 杉尾：レジム型流速式を応用した沖積河川の河相の研究；退官記念出版，徳大水利研究会，1983。
- 8) 椿東一郎：水理学Ⅱ，森北出版，基礎土木工学全書7，1974。

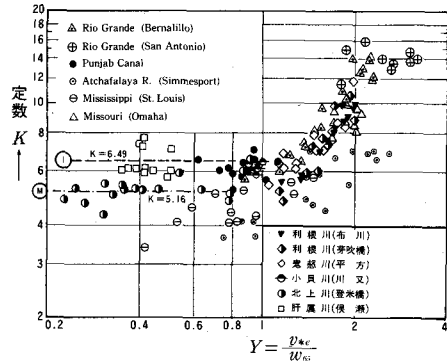


図-7 定数 K と浮遊度比 Y との関係

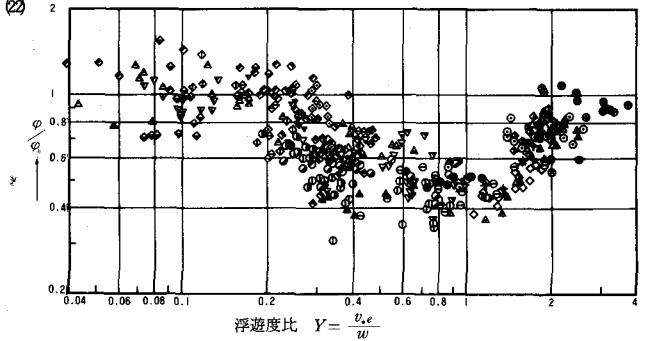


図-8