

山地河道の侵食機構に関する研究 Water Erosion in Mountain Streams

京都大学防災研究所 正員 江頭進治
京都大学防災研究所 正員 芦田和男
京都大学大学院 学生員 加本実

1. 緒 言

山地流域の土砂流出現象は、山腹裸地および河道の材料、その受食性や流路形態など、場の物理的・幾何学的条件と掃流力などの作用外力の条件に規定される。しかし、これらの条件は個別に決定されるものではなく、複雑に干渉しながら時間的にも空間的にも変化する。そのため、土砂流出現象は、極めて複雑なものとなる。いま、山腹裸地や河道の材料条件のみについてみても、巨石、礫、砂分以外に、粘土がかなり多量存在することが知れている。¹⁾ 粘土は、その含有量がたとえ微量であっても、その粘着力のため、場の受食性を大きく変化させるばかりでなく、砂礫の輸送特性にまでも影響を及ぼすことが容易に理解される。

本研究においては、山地流域における侵食や流路変動現象を究明するための第一段階として、場の材料条件の一つである粘土粒子による粘着力に着目し、粘着力を受ける砂礫床の移動限界と流砂機構ならびに流路の側岸侵食機構について、理論的・実験的検討を行う。

2. 粘着力を受ける砂粒子の移動限界

2.1 河床砂の移動限界

簡単のため、一様砂と粘土の混合物を考え、砂粒子間の摩擦は、粘土を含まない場合と等しいものとする。この状態は、粘土が砂粒子の空隙を埋めており、粘土を取り除いても砂粒子が静的に安定であることとほぼ同義である。いま、このような河床材料を考え、二次元流れにおいて砂粒子に働く力を示すと図-1のようであり、移動限界状態を考えると次式が成立つ。

$$F_p + F_w \sin \theta = (F_w \cos \theta - F_t - F_p) \mu_s + F_C \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

ここに, F_g : 重力, F_B : 浮力, F_D : 抗力, F_L : 揚力, F_c : 粘着力, μ_s : 静摩擦係数である。単位面積当たりの粘土の粘着抵抗力 f_c , 粘着抵抗に寄与する粘着面積を $k' d^2$ として, F_c を次のように示す。

ここに、 d ：砂粒子径である。 (1) 式の F_C に関して (2) 式を、他の項についても慣用的な方法を適用して若干の演算を行うと、砂粒子の無次元限界掃流力の表示式が次式のように求まる。

$$\tau_{*CC} = \left(\mu_s \cos\theta - \frac{1}{\sigma - 1} \sin\theta \right) \frac{\phi_s}{\mu_s} + \frac{k'_1 d^2 f_c}{(\rho_s - \rho) g k_a d^3} \frac{\phi_s}{\mu_s} \quad \dots \dots \dots (3)$$

ここに、 $\tau_{*cc} = u_{*cc}^2 / (\sigma - 1) gd$ 、 ρ_s : 砂粒子密度、 ρ : 水の密度、 $\sigma = \rho_s / \rho$ 、 k_3 : 砂粒子の形状係数で球形の場合には $\pi/6$ 、 ϕ_s = Shields パラメータである。上式右辺第2項が粘土による限界掃流力の増加分 $\Delta\tau_{*c}$ である。

Δt_{*c} を推定するには f_c および $k'_1 d^2$ を知る必要がある。前者については、研究の蓄積が十分でないので後の課題とし、ここでは、図-2のようなモデルを考え、 $k'_1 d^2$ と粘土の含有率や含水比との関係を検討し、 Δt_{*c} の変化特性について考察する。図-2のように、砂粒子間の接点近傍以外の粒子表面には水で飽和した粘土が等厚に付着しているものとし、砂粒子の実質部分以外を全て空隙とみなし、その空隙率を λ とする。すると、一つの接点における粘着抵抗面積 s は、簡単な幾何学的関係より近似的に次式のように求まる。

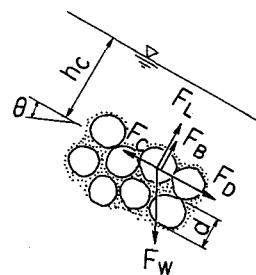


図-1 砂粒子に作用する外力

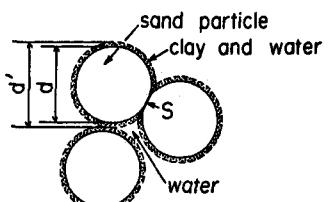


圖-2 粘繩抵抗面積

$$s = \frac{\pi d^2}{4} \left[\left\{ 1 + \frac{1}{1-\lambda} \frac{p_f(1+\sigma w)}{p_f \sigma w + 1} \right\}^{2/3} - 1 \right] \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

ここに, p_f : 粘土の含有率, w : 粘土の含水比であって, 単位体積中の砂, 粘土, 水の重量をそれぞれ w_s , w_c , w_w とすると, $p_f = w_c / (w_s + w_c)$, $w = w_w / w_c$ のように定義される。いま, 河床表面の砂粒子が n 個の接点で支えられているものとすると, 粘着抵抗面積の総和は, $k'_1 d^2 = ns$ となり, これを(3)式の右辺第2項に適用すると, $\Delta \tau_{*c}$ に関する次式を得る。

$$\Delta \tau_{*c} = \frac{3}{2} n \frac{f_c}{(\rho_s - \rho) gd} \left[\left\{ 1 + \frac{1}{1-\lambda} \frac{p_f(1+\sigma w)}{p_f \sigma w + 1} \right\}^{2/3} - 1 \right] \frac{\phi_s}{\mu_s} \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

上式における大括弧は P_f より w の増加関数である。一方, 粘着抵抗力 f_c は, 一般に w の減少関数である。したがって, 粘土を含むことによる無次元限界掃流力の増分 $\Delta \tau_{*c}$ は, $w = \text{const.}$ のとき P_f とともに増加し, $P_f = \text{const.}$ のときには, ある含水比において極大値をとることが推察される。

つぎに, いま対象としている場の材料条件, つまり, 混合物より粘土を取り除いても砂粒子が静的に安定であるための条件について触れておく。

いま, 図-2の水だけの部分をかりに空隙とした場合の空隙率を λ' とし, λ , λ' , P_f より w の関係をみると, 次式のようである。

$$\frac{\lambda - \lambda'}{\lambda} = \frac{1 - \lambda}{\lambda} \frac{P_f(1+\sigma w)}{1 - P_f} \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

上式において, $\lambda' = 0$ あるいは

図-3 砂と粘土の混合物の静的安定条件

$(\lambda - \lambda')/\lambda = 1$ の条件は, 空隙 λ が含水比 w の粘土によって完全に埋められた状態を意味する。図-3は, この条件を示したものであって, 各曲線の内側が本論の対象領域である。

2.2 側岸砂の移動限界

非粘着性材料を対象として考案された砂粒子の運動に関する平野²⁾の力学モデルに対し, 前節で導入した粘着抵抗力を考慮し, 慣用的方法による若干の変形を行うと, 粘着力を受ける側岸上の砂粒子に関する無次元限界掃流力が次式のように求まる。

$$\tau_{*sc} = (\tau_{*c} \cos \theta_1 + \Delta \tau_{*c}) \sqrt{1 + \left(\frac{\tan \theta_1}{\mu_s} \right)^2 \left(\frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_1 + \Delta \tau_{*c}} \right)^2} \quad \dots \dots \dots \quad (7)$$

ここに, $\tau_{*sc} = u_{*s}^2 / (\sigma - 1) gd$, θ_1 : 側岸の傾斜角(図-5参), u_{*s} : 側岸の摩擦速度である。上式は, 非粘着性材料, すなわち, $\Delta \tau_{*c} = 0$ の場合には Lane-Carlson の式に一致する。

3. 平坦河床上の流砂特性

前章において, 粘着力のために砂粒子の移動限界が増加することを示した。ところが一担剥離した砂粒子は, 次の剥離過程において粘着抵抗を受けないか, たとえ受けたとしても無視できる程度のオーダーであることが推察される。そのため, 混合物からなる河床においては, 砂粒子の移動限界の違いに起因する流砂の非平衡性が顕著に現れることが予想される。ここでは, 一担剥離した砂粒子には粘着抵抗力が働くものとして, 流砂の非平衡性について検討する。図-4に示すように, 剥離経験のない砂粒子の単位時間, 単位面積当たりの侵食量 E_1 , 剥離経験のある砂粒子のそれを E_2 , および堆積量を D とすると, 流砂の連続式は次のようである。

$$dq_B(x)/dx = E_1(x) + E_2(x) - D(x) \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

ここに, q_B : 粘土分を除外した単位幅流砂量である。いま, 河床表面における単位面積当たりの露出個数 N , E_1 と E_2 に対応する砂粒子の pick up rate を P_{s1} , P_{s2} , それぞれの露出率を δ_1 ,

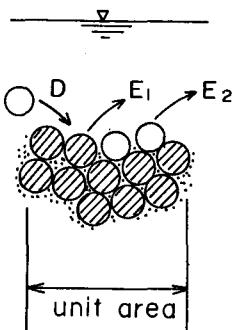


図-4 砂粒子の侵食・堆積モデル

δ_2 とすると、これらの間には次式が成り立つ。

$$N = 1/k_2 \ d_2^2 \quad \dots \dots \dots \quad (9)$$

$$E_1(x) = P_{\text{SI}} N \delta_1(x) k_3 d^3 \quad \dots \dots \dots \quad (11)$$

$$\delta_1(x) + \delta_2(x) = 1 \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

ここに、 k_2 、 k_3 ：形状係数で $k_2 = \pi/4$ 、 $k_3 = \pi/6$ 。さらに堆積量 D についても、その地点の流砂量 q_B に比例し、平均跳躍距離 A_e に反比例するものとして次式のように表示する。

また、 δ_2 、すなわち、剝離した砂粒子による河床の被覆率は次式で表示できるものとする。

$$\delta_2(x) = q_{\mu}(x)/q_{\mu e} \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

ここに、 q_{Be} は剥離した砂粒子によって河床が覆っているときの平衡流砂量で、 $q_{Be} = k_4/k_2 \cdot P_{S2} dA_e$ である。(9)～(14)式を(8)式に代入して若干の演算を行うと、流砂量の縦断分布が次のように求まる。

$$\frac{q_B(x)}{q_{Be}} = 1 - \left(1 - \frac{q_{Bo}}{q_{Be}} \right) \exp \left[- \frac{P_{S1}}{P_{S2}} \frac{x}{A_e} \right] \quad \dots \dots \dots \quad (15)$$

P_{S2} に関しては中川・辻本³⁾の研究成果をそのまま適用し、さらに、 P_{S1} についても限界掃流力の表示を変えるだけ適用できるものとすると、これらは、それぞれ次式のようである。

$$P_{S2} \sqrt{d/(\sigma-1)g} = \begin{cases} F_0 \tau_* (1 - \tau_{*c}/\tau_*)^3, & (\tau_* > \tau_{*c}) \\ 0, & (\tau_* \leq \tau_{*c}) \end{cases} \quad (16)$$

$$P_{S1} \sqrt{d/(\sigma-1)} q = \begin{cases} F_0 \tau_* (1 - \tau_{*CC}/\tau_*)^3, & (\tau_* > \tau_{*CC}) \\ 0, & (\tau_* \leq \tau_{*CC}) \end{cases} \quad (17)$$

(16), (17)式を(15)式に適用し, さらに $\Lambda_e = \lambda_e d$ とおくと, $q_B(x)/q_{Be}$ は次のようになる。

$$\frac{q_B(x)}{q_{Be}} = 1 - \left(1 - \frac{q_{Bo}}{q_{Be}}\right) \exp\left[-\frac{1}{\lambda_e} \left(\frac{\tau_* / \tau_{*C} - \tau_{*Cc} / \tau_{*C}}{\tau_* / \tau_{*C} - 1}\right)^3 \frac{x}{d}\right] \dots \quad (18)$$

上式によると、粘着力による流砂の非平衡性は、主として、 τ_{*CC}/τ_{*C} および τ_* によって規定され、 τ_* が小さいほど、また、 τ_{*CC}/τ_{*C} が大きいほど非平衡性が卓越するようである。

4. 岸侧侵食量式

非粘着性材料を対象とした側岸侵食量式については、流路の横断形状とそれに応じた掃流力の分布を適当に仮定し、砂粒子の移動速度とその軌跡ならびに移動層厚などに関する土砂水理的知見に基づいて導かれたいくつかの成果が提案されている。^{2), 4), 5)}これらは、ある現象に限れば、かなり高度の土砂水理的検討がなされているが、実際現象との対応や流路変動解折における適用性等の面でかなりの欠点を含んでいる。

ここでは、こうした反省のもとに、これまでとは異った観点より、側岸侵食の問題を検討する。図-5は、水際以深の横断形を台形でモデル化したものであり、潤辺に沿って p 軸、砂粒子の運動軌跡を φ 軸としている。これらの軸上の流砂の連続関係は、(8)式を参考にすると、それぞれ次式のように書ける。

$$dq/\sqrt{dp} = E_1(p) + E_2(p) - D(p) \quad \dots \dots \dots \quad (19) \quad dq/\sqrt{ds} = E_1(s) + E_2(s) - D(s) \quad \dots \dots \dots \quad (20)$$

ところで、藤田⁴⁾の指摘や後述の図-9からも推察されるように、側岸近傍の横断形は特別な場合を除き、ほぼ相似形が保持されることが知られている。この事実は、側岸侵食現象において侵食過程が卓越していることを意味するものであって、側岸侵食量が E_1 あるいは E_2 のみによって評価される可能性を示唆している。そこで、まず、図-5の流路断面を対象に、側岸上の粒子運動の定常性および水際上方からの崩落砂が側岸に堆積しないという条件を設けて、流路条件等に関する巨視的な考察を行う。いま、 s 軸上の平衡流砂量を q_{se} とし、かりに $q_s/q_{se} \leq 0.5$ ならば、侵食過程が卓越するものとする。ここで(18式の $\tau_*, \tau_{*c}, \tau_{**c}$ を側岸領域の諸量に置き替えて同式を適用すると、 $q_s/q_{se} \leq 0.5$ の条件は、次式のように示される。

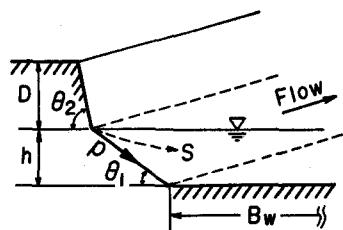


圖-5 流路橫斷形上記号

$$1 - \exp \left[-\frac{1}{\lambda_s} \left(\frac{\tau_{*s}/\tau_{*SCO} - \tau_{*SC}/\tau_{*SCO}}{\tau_{*s}/\tau_{*SCO} - 1} \right)^8 \frac{S_B}{d} \right] \leq 1/2 \quad \text{--- (21)}$$

ここに、 λ_s ：砂粒子跳躍距離に関するパラメータ、 τ_{*s} ：側岸の無次元掃流力、 τ_{*SC} ：側岸砂粒子の無次元限界掃流力、 τ_{*SCO} ：非粘着性材料に関する側岸の無次元限界掃流力、 S_B ：水際より河床までの砂粒子運動の軌跡長である。一方、砂粒子の運動と主流のベクトルの偏角を γ とすると、 S_B と水深 h との間に、次式の関係が成り立つ。

$$S_B = (\sin \theta_1 \sin \gamma)^{-1} h \quad \text{--- (22)}$$

(21), (22)式より、侵食過程が卓越する水深の条件が次のように示される。

$$\frac{h}{d} \leq \left| \ln \frac{1}{2} \right| \lambda_s \frac{\tan \gamma}{\sqrt{1 + \tan^2 \gamma}} \left(\frac{\tau_{*s}/\tau_{*SCO} - 1}{\tau_{*s}/\tau_{*SCO} - \tau_{*SC}/\tau_{*SCO}} \right) \quad \text{--- (23)}$$

図-6は、 $\tan \gamma$ に関する長谷川⁵⁾の成果を適用した

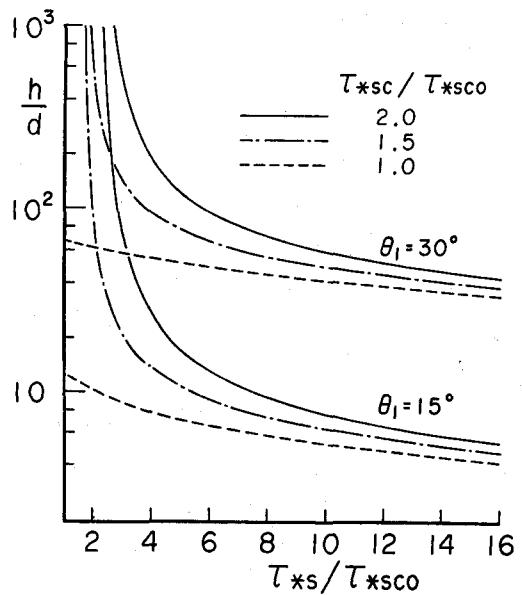


図-6 倒食過程の卓越領域

結果を示したものである。なお、計算において、 $\lambda_s = 100$ 、 $\mu_s = 0.765$ 、 $\mu_k = \mu_s/2$ (μ_k : 動摩擦係数)としている。また、 τ_{*SCO} は、(7)式において $\Delta \tau_{*c} = 0$ としたものである。図において、 $\tau_{*SC}/\tau_{*SCO} = 1$ の曲線は、側岸が非粘着性材料のみで構成されている場合のもので、 $\theta_1 = 30^\circ$ の場合には、たとえ非粘着性材料であっても、かなり広い水深の範囲で侵食過程が卓越するようである。

上述の議論より、側岸侵食量は侵食過程のみによってかなり一般的に評価されることが推察される。砂粒子運動の定常条件のもとでは、 $\int q_p dp = \int q_s ds$ が成り立つ。したがって、取り扱いの容易な(19)式をもとに以下議論を進める。いま、中川・辻本の pick up rate を $E_1(p)$ に適用すると、次式を得る。

$$E_1(p) = \frac{k_3}{k_2} dP_{s1} = \frac{k_3}{k_2} F_0 \sqrt{(\sigma - 1) gd} \tau_{*s} \left(1 - \frac{\tau_{*SC}}{\tau_{*s}} \right)^8 \quad \text{--- (24)}$$

水際より上部の河岸は、側岸の侵食に伴い、層状に崩落して河床領域まで輸送されるものとすると、単位河床長当たりの側岸侵食量 q_p は次式のように書ける。

$$q_p = 2 \int_0^{p_B} E_1(p) dp + 2 \int_{-p_O}^0 E_1(p) \cos(\theta_2 - \theta_1) dp \quad \text{--- (25)}$$

ここに、 p_B 、 $-p_O$ は、それぞれ側岸と河床の交点および河岸頂部の座標である。現時点においては、掃流力の分布を考慮する利点がさほどない。そこで、 τ_{*s} には側岸全域の平均値を用いることにし、河床の無次元掃流力 τ_* を用いて $\tau_{*s} = \varepsilon^2 \tau_*$ と置き、(25)式を積分して若干の変形を行うと次式を得る。

$$q_{p*} = q_p / u_* d = F_{0*} \tau_*^{1/2} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\tau_{*CS}}{\tau_*} \right)^8 \left[\left(\frac{h}{d} \right) \left\{ \frac{1}{\sin \theta_1} + \frac{D \cos(\theta_2 - \theta_1)}{h \sin \theta_2} \right\} \right] \quad \text{--- (26)}$$

ここに、 $F_{0*} = 2(k_3/k_2)\varepsilon^2 F_0$ である。また、(26)式の両辺を $[]$ で除すと次のように変形される。

$$q'_{p*} = F_{0*} \tau_*^{1/2} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\tau_{*CS}}{\tau_*} \right)^8 \quad \text{--- (27)}$$

なお、 τ_{*s} を水際より $\tau_{*s}(p) = \tau_*$ となる潤辺の間の平均値とすると、 $\varepsilon^2 \approx 0.5$ 程度であり、 F_0 は実験定数で $F_0 = 0.03 \sim 0.035$ ³⁾、 $k_2 = \pi/4$ 、 $k_3 = \pi/6$ である。 $F_0 = 0.03$ とすると、 $F_{0*} = 0.02$ を得る。

5. 実験的検討

河床ならびに測岸砂の移動限界や流砂・侵食現象に対する粘着力の効果について検討し、これらの推定式を提示した。そこで、水路実験によってこれらの妥当性を検討する。

実験は、全長 8 m、幅 40 cm、深さ 20 cm のアクリル製勾配可変循環式水路を用いて行われた。実験の種類は、砂粒子の移動限界、河床の流砂分布および側岸侵食に関するものである。実験用材料は、ほぼ一様な砂と粘土（パールクレイ）で、前二者における砂の中央粒径 d_{50} は 0.285 cm である。実験方法や他の条件については、文献 6) に詳述しているので省略する。一方、側岸侵食に関する砂の中央粒径は 0.048 ~ 0.049 cm で、実験条件は、表-1 のとおりである。ここに Q : 通水流量、 I_{bo} : 初期河床勾配、 L : 流路長、 θ_1 : 初期側岸の傾斜角、 B_W : 低水路幅、 T : 水温、 p_f : 粘土含有率、 w : 粘土の含水比である。

図-7は、粘土の含水比一定の条件下において、 p_f に対する Δt_{*c} の変化に関する実験値と計算値を比較したものである。(5)式の適用において f_c の推定法に関する問題はあるが、両者は、かなりよく一致しており、モデルの妥当性が伺える。なお、計算において $f_c = 0.32 \text{ gf/cm}^2$ 、 $n = 3$ が適用されている。

図-8は、流砂の縦断分布(非平衡性)に関する(18)式と実験値を比較したもので、図より両者はかなりよく一致しているのがわかる。

図-9は、側岸侵食実験における流路の横断形を示したものである。図中の x は、下流端より測った断面の位置である。(a)図は、粘土を含まない場合のもので、(b)図は、粘着力による砂粒子の移動限界が最も大きいケースである。これらの図より、水面下方の断面は、図-5のような台形で近似できることがわかる。側岸の傾斜角 θ_1 は、非粘着性材料において約 30° 程度で、粘土を含む場合 $30^\circ \sim 35^\circ$ 程度になっている。

写真-1は、図-9(b)の $6'07''$ のときの流路の表面を示したもので、白っぽい部分は剥離経験のない粒子、黒っぽい部分は、剥離した砂粒子が流送過程にある状態を示している。

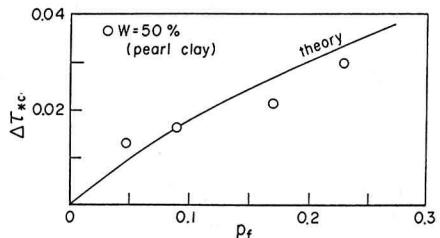


図-7 粘土含有率と $\Delta\tau_{*c}$ (5式)

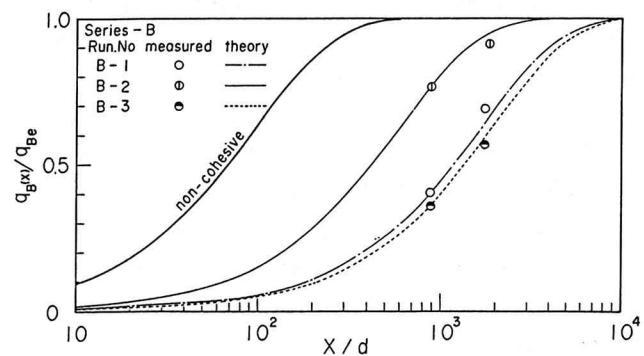


図-8 流砂の縦断分布(18式)

表-1 側岸侵食に関する実験

Run No	Q (1/s)	I _{b0}	L (m)	θ_1 (°)	B _w (cm)	T (°C)	P _f	W (%)
2-1	0.0376	0.01	4	45	2	19.2	0	—
2-2	0.0780	0.01	4	45	2	23.1	0	—
2-3	0.122	0.01	4	45	2	22.1	0	—
2-4	1.00	0.01	4	45	4	23.0	0	—
2-5	2.00	0.01	3.2	45	4	23.0	0	—
2-6	1.00	0.02	3.4	45	4	18.0	0	—
2-7	1.00	0.01	3.3	45	4	23.0	0.114	63.0
2-8	2.00	0.01	3.9	45	4	22.5	0.110	38.0
2-9	2.00	0.02	4.2	45	4	20.0	0.117	41.8
2-10	1.00	0.02	4.1	45	4	18.0	0.113	39.6
2-11	2.00	0.02	3.9	45	4	21.5	0.215	42.0

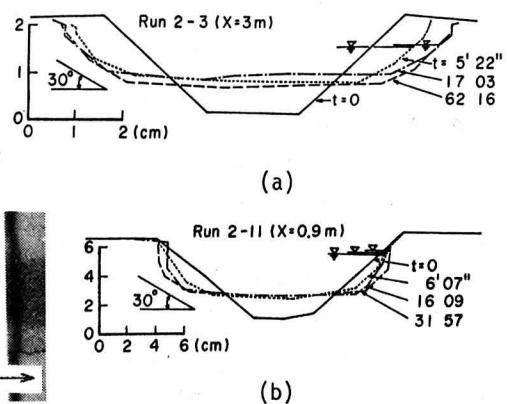


図-9 流路の横断形状とその変化

写真に示されるように、側岸近傍は剥離経験のない砂粒子に覆われている。これより、側岸侵食現象は、砂粒子の侵食過程が卓越した現象であるという仮定の妥当性が伺える。

図-10は、側岸侵食量に関する実験値と2式とを比較したものである。図中の理論曲線ならびに実験データは $\theta_1=30^\circ$, $\theta_2=90^\circ$ として得られたものである。なお、 θ_1, θ_2 に関して非現実的なものを適用しない限り、理論値も実験値も図-10に示す結果とのずれは無視できる程度のものである。さて、図に示されるように、データは理論曲線の上下数倍の範囲に点在している。これは、この種の実験につきまとうデータの精度、評価時間、河岸崩落砂の間欠性等に起因するものであることが推察される。こうした点を考慮して両者を比較すると、その傾向はかなりよく一致しており、粘着性、非粘着性流路にかかわらず、側岸侵食量式は、ほぼ妥当なものであることが推察される。

6. 結論

山地流域の侵食や流路変動現象を扱う上で、その基礎となる粘着力を受ける砂粒子の移動限界、流砂特性、側岸侵食量などの問題について検討した。移動限界については、粘着抵抗面積の概念を用いて粘着力による移動限界の増加を説明し、流砂特性については、剥離経験の有無による移動限界の違いに起因する流砂の非平衡性を明らかにした。側岸侵食現象については、側岸近傍の流路形状の相似性に着目するとともに、水面下方の断面に対して台形近似を行い、新しい側岸侵食量式を提案した。これらの理論は、十分とまでは言えないが、若干の実験によって検証されている。

ここで提案した側岸侵食量式は、2式に示すように、両側の掃流力が等しい条件で求められているが、左右岸の掃流力が非対称な場合にも簡単に拡張でき、その最終的な式の形も極めて簡略である。側岸侵食量の予測法に対してより普遍性をもたせるには、広範な条件における実験的検証が必要であるが、この側岸侵食量式は、直線流路の拡幅現象ばかりでなく、平面変動も含めて、一般的な流路変動現象の解析に適用できるものと思われる。今後、山地流域における流路変動と土砂流出現象との関連性について検討していくつもりである。

本研究は、文部省科学研究費、一般Bの補助を受けて進められたものであることを付記することとともに、実験ならびに図表の作成などで京都大学防災研究所、吉田義則技官に協力いただいた。ここに記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 江頭・芦田：山地流域における微細土砂の生産場と流出過程に関する研究、京大防災研年報 24号 B-2, 1981, pp. 239-250.
- 2) 平野：拡幅を伴う流路変動について、土木学会論文集, 210号, 1973, pp. 13-20.
- 3) 中川・辻本：水流による砂礫の移動機構に関する基礎的研究、土木学会論文集, 244号, 1975, pp. 71-80.
- 4) 藤田：直線流路の側岸侵食機構、京大防災研年報, 20号 B-2, 1979, pp. 537-552.
- 5) 長谷川：非平衡を考慮した側岸侵食量式に関する研究、土木学会論文集, 316号, 1981, pp. 87-50.
- 6) 芦田・江頭・加木：山地流域における侵食と流路変動に関する研究(1)、京大防災研年報, 25号 B-2, 1982, pp. 349-360.