

交互砂州上の流砂量分布

Distribution of Sediment Transport Rate over Alternating Bars

東京工業大学 正 員 福 岡 捷 二
北見工業大学 正 員 ○内 島 邦 秀
東京工業大学 学生員 山 坂 昌 成
北見工業大学 正 員 早 川 博

1 はじめに

十分発達した交互砂州の形状特性及び移動特性については従来より数多くの研究が行われており、多くの成果が得られてきた。¹⁾²⁾最近ではこれらの研究をさらに進めて砂州上の流れと砂州形状の関係を実験的解析的に調べる段階までになっている。²⁾³⁾⁴⁾交互砂州の問題を論じるには流速場から順番に検討していくのが正統であるが、3次元的な流れの場で起こる移動床問題にあっては流砂量の3次元的空間分布特性を直接議論するほうが实际的である場合が多い。砂州上の流砂量分布を明らかにできないうちは砂州に関わる問題の本質的な解明は望めないであろう。

本研究は、一様な直線水路における十分に発達した単列交互砂州の形状と流砂量の縦横断分布を詳細に調べ、交互砂州形状と流砂量の空間分布の対応関係について考察を行ったものである。

2 実験装置と実験方法

実験水路は幅30cm、高さ40cm、長さ14mの側面ガラス張り可変勾配循環水路で、砂を厚さ7cmに敷均して一定流量を通水し、流砂量に等しい量を給砂して実験を行った。使用砂は2種類で図-1の粒径加積曲線をもつ。A、B砂の比重は2.60、平均粒径はそれぞれ0.60mm、1.34mmである。河床及び波高の測定は図-2に示す自製の河床形状測定器（北見工大式河床形状測定器）を用い、通水中に測定した。河床形状測定器は流れを乱さないように細いピアノ線を用い、下端に直径3mmのリングを取り付け河床面にとどまるように作られた。ピアノ線の上端を水路幅にわたってカメラで撮影し各断面の砂州横断形状を測定した。砂州半波長（ ℓ ）は砂州前縁の水路中心軸に対する正射影長とし測定した。波高（ H ）は同一砂州の横断面の最大高低差を採用した。最大高低差は砂州先端から砂州半波長のほぼ6割上流位置に現われることを予備実験より確認していたが、本実験では砂州先端から砂州半波長の5割上流位置を波高測定位置とした。平均水深（ h_m ）はポイントゲージで測定して求めた。流速（ C ）は砂州先端を追跡して5分間隔の走時曲線を作成することにより求めた。表-1に示す測定諸量は、水路上流部分を除き、5～7個の単列砂州を時間の経過とともに繰り返し測定し、平衡状態に達した砂州について平均して求めたものである。

砂州上の流砂量分布とその時の河床横断形状は次のようにして測定した。水路下流端から4m上流に図-3のようにビデオカメラ2台を水路横断方向に設置し、砂州先端が10cm移動するごとに河床面を5秒間撮影してその流砂量分布を、同時に図-2の装置を用いてその下流50cmの位置で河床横断形状を測定した。これらの測定を1波長の砂州が流下するまで繰り返し行った。流砂量分布は、横断方向の幅1.67cmの10測定線間を

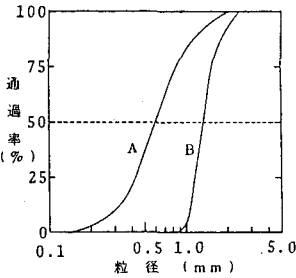


図-1 粒径加積曲線

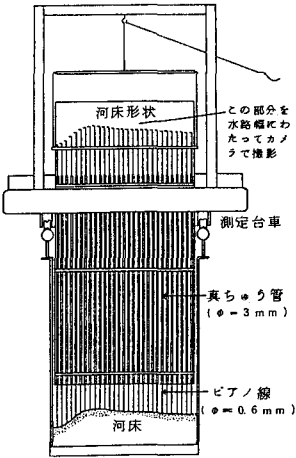


図-2 北見工大式河床形状測定器

1/15秒スロー
モーションで15
秒間に通過する砂
粒の個数を観察し、

1秒間当たりの通
過砂粒数より求め
た。砂粒の移
動方向（水路軸に
対する偏倚角）は

5秒間に通過した砂粒全体の平均方向とし、0.5度の
精度で読み取った。ビデオ撮影では細かい粒子の流砂
量を捕えきれないので、水路下流端で全流砂量の測定
を行った。砂州先端が10cm移動することにより測定した
横断面の位置を下流よりSt.No. 0, 1, 2, …… ,
23と表記した。

3 平衡状態にある砂州上の平均流砂量と波速

左岸に原点を定め、左岸沿いの流れ方向にx軸をと
り、y軸及びz軸を図-4に示すようにとる。砂州縦横断面形状を最も
単純な式形(1)で表現する。

$$\eta = \hat{\eta}(y) + a \cos \frac{\pi y}{B} \cos \left(\frac{2\pi x}{L} - \phi \right) \dots\dots (1)$$

ここに、a：振幅、B：水路幅、L：砂州波長、 ϕ ：位相遅れ、
 $\hat{\eta}(y)$ ：流下方向に1波長平均した河床横断面形状
(藤田²⁾が示した薄錐型形状に相当する)。

砂州が1波長進むときの輸送される土砂体積Vは、縦断方向の最大
洗掘深 $\eta_{\min} = \hat{\eta}(y) - \left| a \cos \left(\frac{\pi y}{B} \right) \right|$ より上の体積に
等しく、

$$V = \int_{x=0}^{x=L} \int_{y=0}^{y=B} \left\{ \eta - \left(\hat{\eta} - \left| a \cos \frac{\pi y}{B} \right| \right) \right\} dy dx \dots\dots (2)$$

で与えられる。(2)式に(1)式を代入すると、

$$V = \frac{2aBL}{\pi} \dots\dots (3)$$

を得る。砂州は波高、波長及び波速を一定に保ち、流砂は前縁斜面
上にすべて堆積するものとすれば、1波長進むに要する時間はL/C
であるから、単位時間、単位幅当たりの流砂量 $q_B =$

$(1-\lambda)V / \{B(L/C)\}$ は、 $a = H/2$ として、(3)式より、

$$q_B = \frac{1}{\pi} CH(1-\lambda) \quad (\lambda: \text{砂の空隙率}) \dots\dots (4)$$

となる。図-5は(4)式で計算した流砂量と実測全流砂量を比較したものであり、概ね両者は一致してい
る。交互砂州上の流砂運動は小規模河床形態と同様⁵⁾に河床形状によって支配されていると推定できる。全
流砂量を平均水深を用いた無次元掃流力 τ_* の関係で示すと図-6のようになる。これより、砂州1波長当

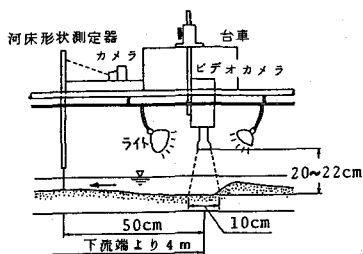


図-3 流砂量分布測定装置

表-1 実験条件及び測定諸量

Run No.	I	Q (l/s)	h_m (cm)	$l=L/2$ (cm)	H (cm)	C (cm/s)	Fr	q_B (cm ² /s)	ϕ
1	1/50	1.00	0.97	135	1.95	0.51	1.11	0.118	A
2	"	1.25	1.14	129	1.89	0.57	1.09	0.134	A
3	1/60	0.75	0.91	110	2.10	0.22	0.92	0.047	A
4	"	1.00	0.97	106	2.17	0.33	1.11	0.087	A
5	"	1.25	1.12	136	1.82	0.39	1.12	0.120	A
6	"	1.50	1.30	150	1.84	0.47	1.08	0.135	A
7	1/70	1.00	1.09	115	2.11	0.30	0.94	0.070	A
8	"	1.25	1.22	137	2.20	0.31	0.99	0.093	A
9	"	1.50	1.32	140	2.17	0.40	1.05	0.129	A
10	"	1.75	1.48	131	1.53	0.44	1.03	0.174	A
11	1/80	1.00	1.12	149	2.65	0.16	0.90	0.056	A
12	"	1.25	1.24	141	2.15	0.22	0.96	0.068	A
13	"	1.50	1.46	138	2.14	0.28	0.91	0.103	A
14	1/100	1.25	1.27	166	2.01	0.34	0.93	0.051	A
15	"	1.50	1.46	146	2.15	0.20	0.91	0.071	A
16	"	1.75	1.62	135	1.81	0.26	0.90	0.080	A
17	1/50	1.50	1.44	126	2.65	0.33	0.92	0.125	B
18	"	2.00	1.59	114	2.19	0.49	1.06	0.205	B
19	"	2.50	1.83	108	1.95	0.63	1.08	0.277	B
20	1/60	1.50	1.51	125	2.78	0.19	0.86	0.097	B
21	"	2.00	1.71	111	2.44	0.34	0.95	0.148	B
22	"	2.50	1.82	106	2.13	0.43	1.09	0.206	B
23	"	3.00	1.94	105	1.93	0.61	1.18	0.260	B
24	1/70	1.50	1.50	140	3.25	0.08	0.87	0.074	B
25	"	2.00	1.77	127	2.50	0.22	0.90	0.104	B
26	"	2.50	1.90	109	2.10	0.35	1.02	0.156	B
27	"	2.75	1.99	102	2.04	0.38	1.04	0.175	B
28	1/80	2.00	1.72	108	1.80	0.24	0.94	0.120	B
29	"	2.25	1.85	110	2.51	0.20	0.95	0.094	B
30	"	2.50	1.96	113	2.31	0.26	0.97	0.120	B
31	"	2.75	2.01	89	1.64	0.36	1.03	0.142	B
32	1/100	2.50	2.00	111	2.13	0.18	0.94	0.120	B
33	"	2.75	2.10	106	2.09	0.19	0.96	0.092	B
34	"	3.00	2.22	118	2.14	0.20	0.97	0.108	B
35	"	3.25	2.27	89	1.34	0.24	1.01	0.114	B

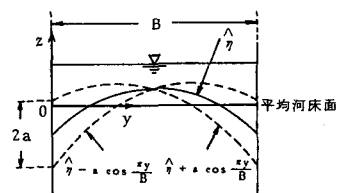


図-4 横断河床形状と座標軸

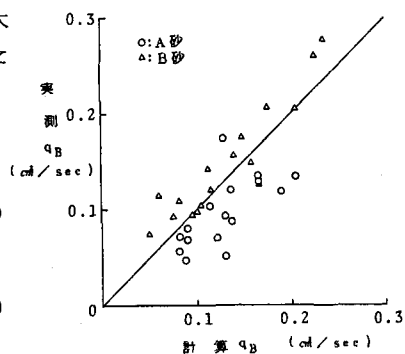


図-5 平均流砂量の実測値と計算値の比較

たりの平均流砂量は (5) 式のように Brown 型で近似することができる。

$$\frac{q_B}{u_* d} = 12 \tau_*^2 \quad \cdots (5)$$

ここに、 d : 平均粒径,

$$u_* : \text{摩擦速度} = \sqrt{g h_m I},$$

$$\tau_* = \frac{u_*^2}{s g d},$$

I : 水面勾配,

s : 砂の水中比重, g : 重力の加速度

(4) と (5) 式より,

$$\frac{C}{u_*} = \frac{12\pi}{1-\lambda} \cdot \frac{d}{H} \cdot \tau_*^2$$

を得る。この経験的に得られた関係式を実測波速によって検証したものが図-7である。多少のバラツキはあるが、実測値をほぼ説明する。(4), (6) 式には波長は含まれていないが、一般に波長は波高と関数関係にあるので、陰に含まれていると考えるべきである。砂州上の流砂量分布は2次元的であり、この分布により砂州の形状は決まることが示されている⁶⁾。しかし、砂州上で平均化された1次元諸量である平均流砂量及び波速は(4), (6) 式のように平均諸量を用いた簡単な関係式でほぼ表現できる。

4 砂州の横断河床形状と流砂量分布

流砂量測定時の横断河床形状と5mm間隔の河床等高線図及び流砂量ベクトルの一例を図-8, 図-9に示す。図-9のRun 29は、波長 $L = 220 \text{ cm}$ (St.No. 1~23), 波高 $H = 2.5 \text{ cm}$ (St.No. 7, 19) 波速 $C = 0.20 \text{ cm/sec}$ であり、砂州は十分に発達し平衡状態に達したものである。Run 29の縦断方向に移動する砂粒数の平均値は8個/cm・secであり、この値に砂粒体積をかけると単位幅流砂量となる。平均粒径(1.34mm)で0.010cm/sec, 最大粒径(0.25mm)で0.065cm/secとなり、それぞれは下流端実測流砂量(0.094cm/sec)の11%及び70%に相当する。また、1波長内の断面通過砂粒数は最大(St.No. 4)で10個/cm・sec, 最小(St.No. 12, 22)で6個/cm・secであり、最大粒径で換算すると下流端実測流砂量の87%, 52%となる。ビデオカメラによる測定では主として表層を掃流運動する大粒径の砂粒を読み取ることになり、浮遊していくものは含まれない。この点を考慮すると、測定結果は砂州上の流砂量分布を考察する上で十分なデータであると考えられる。

河床形状は図-9より明らかなように、砂州先端(St.No. 1, 13付近)から半波長の6割上流位置を境に、それより上流側(St.No. 7~12, 18~23)では砂州前縁が側壁にほぼ平行で、下流側では弧状に張り出す形状を示している。図-9の河床横断面図の破線は、(1)式における $\hat{\eta}$ を図-10に示す放物線で近似し、 $\phi = 0$ となるように $y = B$ で縦断方向に最深点となるSt.No. 7に $x = 0$ を定め、計算結果を示したものである。(1)式は最も単純な式形であるにもかかわらず砂州の横断形状の縦断方向変化の特性を適切に説明している。(1)式の第2項を高次のフーリエ級数の形で表現すれば横断形状をさらに適切に説明し得ることはいうまでもない。

図-11は縦断方向最大流砂量の発生位置を、図-12は横断方向最大流砂量及び流砂ベクトルの水路軸に対する最大偏倚角の発生位置をそれぞれ示したものである。図中、 y は左側壁からの位置、 x' は砂州先端から上流に測られた位置を示し、連ねた実線及び破線はそれぞれ下流側及び上流側砂州に対応している。また図-12の小丸印は最大偏倚角の発生位置を示す。

図-9及び図-11より縦断方向流砂量は水深の小さい瀬の部分で大きく、一方、水深の大きい淵の部分

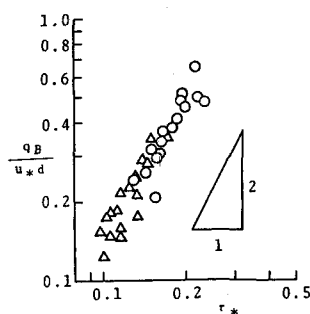


図-6 交互砂州上の平均流砂量

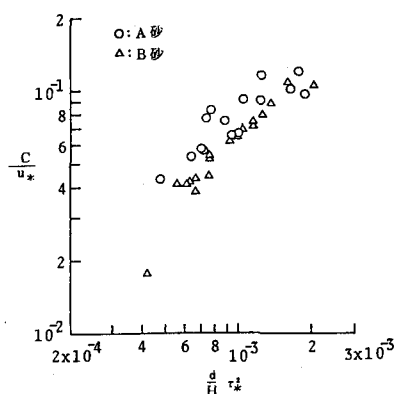


図-7 交互砂州の波速

..... (6)

で小さいことが明瞭である。縦断方向の最大流砂量の発生位置は、砂州先端が位置しているところの反対寄り領域から流砂が放射状に広がる区間 (St. No. 9~12, または 20~23) では側壁寄りに現われ, $x'/l = 0.6$ 付近で水路中央部へ移行してほぼ砂州先端まで続き, 半波長ごとにこの状態が繰り返えされる。

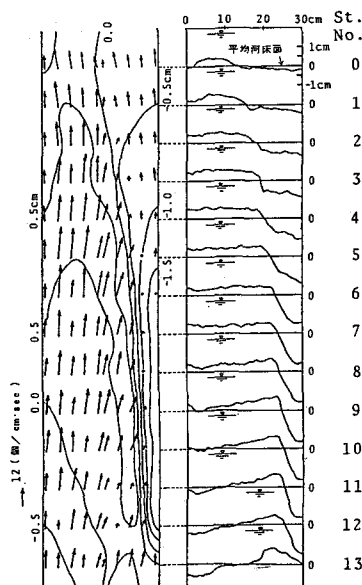
横断方向最大流砂量の発生位置は、砂州先端部 (St. No. 1, 13) を除き, ほぼ砂州前縁法肩付近であることが図-9, 図-12より明らかである。また, 最大偏倚角は河床横断勾配に強く支配されて前縁斜面上で発生している。

交互砂州の横断形状, 流砂量は, 交互砂州1波長の平均値で表現することが多い。²⁾ 砂州の縦横断形状は半波長ごとに繰り返されているので, 1波長平均では交互砂州の形状及び流砂運動は平滑化されすぎ, その特徴を十分には表現し得ない。そこで, 砂州の横断形状, 流砂量分布等について半波長にわたる平均化を行い, その特性を議論する。

図-13~16は, 半波長区間で平均した縦断方向平均流砂量 $\bar{q}_{Bx}$, 横断方向平均流砂量 $\bar{q}_{By}$, 流砂の平均移動方向 $\bar{q}_{By} / \bar{q}_{Bx}$ 及び平均河床高 $\bar{y}$ の横断分布を下流側半波長区間について示したものである。

$\bar{q}_{Bx}$, $\bar{q}_{By}$ は,

$$\left. \begin{aligned} \bar{q}_{Bx} &= \frac{\bar{n}_x}{\bar{n}} \\ \bar{q}_{By} &= \frac{\bar{n}_y}{\bar{n}} \end{aligned} \right\} \dots\dots (7)$$



(a) 流砂ベクトル図 (b) 河床横断面図
図-8 交互砂州上の
流砂量ベクトル (Run 21)

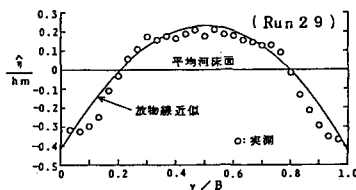
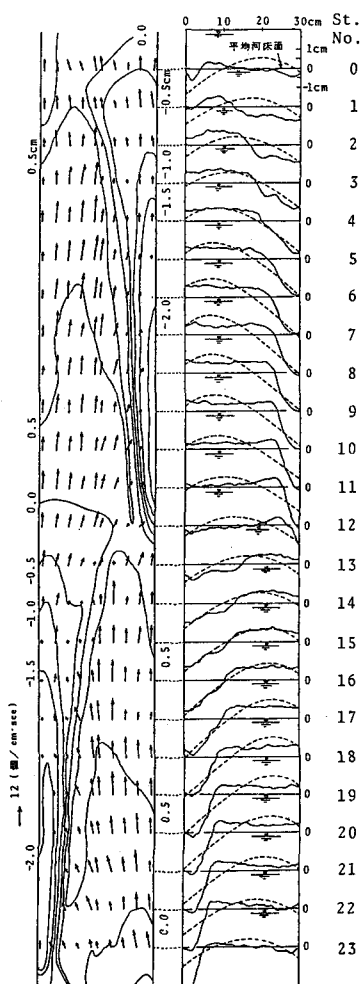


図-10 1波長区間平均横断河床形状



(a) 流砂ベクトル図 (b) 河床横断面図
図-9 交互砂州上の
流砂量ベクトル (Run 29)

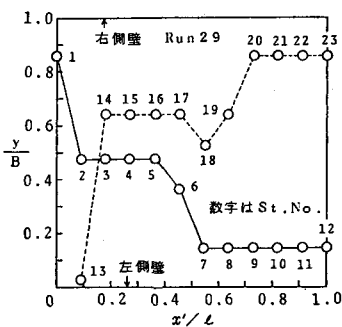


図-11 縦断方向最大流砂量の発生位置

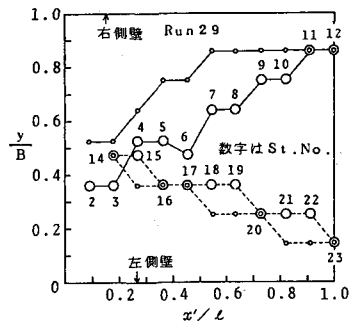


図-12 横断方向最大流砂量及び最大偏倚角の発生位置

で定義した無次元流砂量である。ここに、 $\bar{n}_x$ は半波長の縦断方向に移動する砂粒数の平均値 (個/cm・sec)， $\bar{n}_y$ は半波長の横断方向に移動する砂粒数の平均値 (個/cm・sec) で、左岸から右岸に向かう砂粒数を正としている。 $\bar{n}$ は 1 波長の縦断方向に移動する全砂粒数の平均値 (個/cm・sec) である。図-13 と図-16 より、 $\bar{q}_{Bx}$ の横断分布は $\bar{y}$ の分布形状とほぼ相似であり、流砂量が河床形状に著しく影響されていることがわかる。図-14 より、 $\bar{q}_{By}$ は $\bar{q}_{Bx}$ に比較して十分に小さく、その横断分布は水路中心軸に関してほぼ対称である。図-15、16 より、水深の小さい領域で $y/B = 0 \sim 0.5$ の領域は、 $y/B = 0.5 \sim 0.8$ の領域と比較して $\bar{q}_{By}/\bar{q}_{Bx}$ の値が 0.1 以下と小さく、流砂の流下方向への直進性が強い。

5 流砂量と河床横断形状の関係についての考察

前章で砂州半波長区間の平均流砂量 $\bar{q}_{Bx}$ 、 $\bar{q}_{By}$ 及び平均河床高 $\bar{y}$ の横断分布を知った。ここでは、砂州をモデル化し、実側の $\bar{q}_{Bx}$ 、 $\bar{q}_{By}$ の横断分布を与えることにより $\bar{y}$ の横断分布を予測し、流砂量分布と河床横断形状の関係について検討する。

座標軸は 3. と同様に選ぶ。最初の半波長の砂州形状は右岸側に深掘れ部をもち $\bar{y}(y)$ で表現する。 $\bar{q}_{Bx}(y)$ 及び $\bar{q}_{By}(y)$ はこの半波長区間で y のみの関数とする。つぎの半波長の砂州形状は左岸側に深掘れ部をもち、まゝの半波長の砂州形状に対し水路中心軸に関して対称で $\bar{y}^*(y) = \bar{y}(B-y)$ 、 $\bar{q}_{Bx}^*(y) = \bar{q}_{Bx}(B-y)$ および $\bar{q}_{By}^*(y) = \bar{q}_{By}(B-y)$ で表わす。これらの諸量も y のみの関数である。この 2 つの半波長砂州が交互に連続しており、波速 C で移動する。検査面を図-17 (a) のようにとれば、幾何形状に基づく検査面内の dt 時間後の土砂体横変化量 ΔV は、

$$\begin{aligned} \Delta V &= \bar{y}(\ell - \ell_1 - Cdt) dy + \bar{y}^*(\ell_1 + Cdt) dy \\ &\quad - \bar{y}(\ell - \ell_1) dy - \bar{y}^* \ell_1 dy \\ &= -(\bar{y} - \bar{y}^*) C dy dt \quad \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

であり、一方、流砂の流入入に基づく dt 時間後の ΔV は、

$$\begin{aligned} \Delta V &= \left\{ \bar{q}_{Bx}^* dy dt - \bar{q}_{Bx} dy dt - \frac{\partial \bar{q}_{By}}{\partial y} (\ell - \ell_1) dy dt \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial \bar{q}_{By}^*}{\partial y} \ell_1 dy dt \right\} / (1 - \lambda) \quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

である。したがって、(8)、(9) 式より、

$$\begin{aligned} (1 - \lambda)(\bar{y} - \bar{y}^*) C \\ = \bar{q}_{Bx} - \bar{q}_{Bx}^* + \frac{\partial \bar{q}_{By}}{\partial y} \ell - \left(\frac{\partial \bar{q}_{By}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{q}_{By}^*}{\partial y} \right) \ell_1 \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

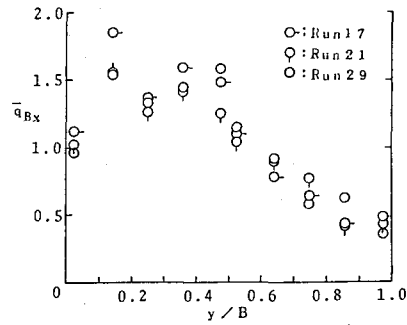


図-13 $\bar{q}_{Bx}$ の横断分布

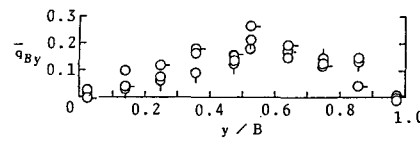


図-14 $\bar{q}_{By}$ の横断分布

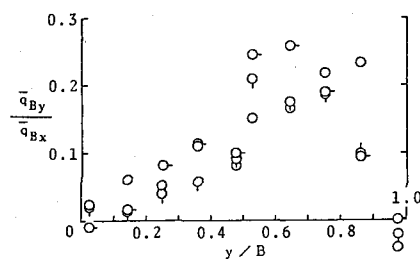


図-15 $\bar{q}_{By}/\bar{q}_{Bx}$ の横断分布

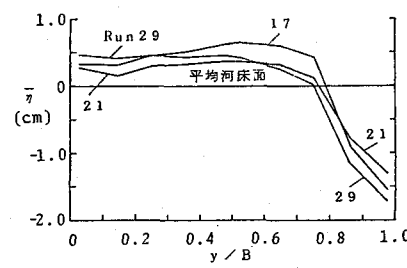


図-16 $\bar{y}$ の横断分布

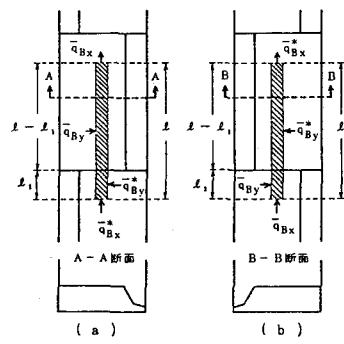


図-17 砂州モデル

を得る。図-17(b)のように検査面をとれば、同様にして、

$$(1-\lambda)(\bar{\eta}^* - \bar{\eta})C \\ = \bar{q}_{Bx}^* - \bar{q}_{Bx} - \frac{\partial \bar{q}_{By}^*}{\partial y} \ell + \left(\frac{\partial \bar{q}_{By}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{q}_{By}^*}{\partial y} \right) \ell_1 \\ \dots\dots\dots (10)'$$

となり、(10)式の対称関数に相当する。前提条件として、 $\bar{\eta} - \bar{\eta}^*$ あるいは $\bar{\eta}^* - \bar{\eta}$ は半波長区間で y のみの関数としているので、(10)及び(10)'式において $\ell_1 = 0$ となる。実測した $\bar{q}_{By}$ の横断分布は図-14で示したように $\bar{q}_{By}(y) \div \bar{q}_{By}^*(y)$ と近似できるので、 $\partial \bar{q}_{By} / \partial y + \partial \bar{q}_{By}^* / \partial y \div 0$ となり、 ℓ_1 は $\bar{\eta} - \bar{\eta}^*$ あるいは $\bar{\eta}^* - \bar{\eta}$ には関与しないことがわかる。このとき、(10)式を無次元表示すれば、河床横断形状と流砂量の関係は(11)式となる。

$$\frac{\bar{\eta} - \bar{\eta}^*}{h_m} = \frac{q_B}{(1-\lambda)C h_m} \left(\bar{q}_{Bx} - \bar{q}_{Bx}^* + \frac{\ell}{B} \frac{\partial \bar{q}_{By}}{\partial Y} \right) \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 q_B ：下流端で実測した単位幅流砂量、 $Y = y/B$

図-13, 14を用い、実測値 $\bar{q}_{Bx}(Y)$ を多項式で近似し、 $\bar{q}_{By}(Y)$ を側壁で0という条件で放物線で近似する。(11)式と実測の半波長平均横断形状より求めた分布を比較したものが図-18である。 $\bar{q}_{Bx}$, $\bar{q}_{By}$ に関しては大胆な仮定をしたにもかかわらず、実測値に近い分布形を示している。 $\bar{q}_{By}$ は $\bar{q}_{Bx}$ と比較して十分小さいが、その分布形は $\bar{q}_{Bx}$ とともに $\bar{\eta}$ の分布の決定に重要な要素となることが認められる。側岸での $(\bar{\eta} - \bar{\eta}^*)$ は半波長平均横断形の最大河床高と最低河床高の差を示す(半波長平均の最大高低差)。

6 結 論

十分に発達した交互砂州の形状と流砂量分布の関係を定量的に把握するため、詳細な実験を行い、理論的考察も加味して、次の主要な結論を得た。

1) 平衡状態にある砂州上の平均流砂量は波速と波高を与えることにより推定できる。2) 平衡状態にある砂州の横断形状の縦断変化は(1)式によっておおよそ把握できる。3) 縦断方向流砂量は水深の小さい瀬の部分で大きく、水深の大きい淵の部分で小さい。その最大値は、砂州先端から砂州半波長の6割の位置を境に、その上流側では砂州前縁と反対の側壁寄りに、下流側では水路中央部付近に発生する。4) 横断方向流砂量は砂州前縁法肩付近で最大となり、水路軸から測定した流砂ベクトルの偏倚角は前縁斜面上で最大となる。5) 砂州の縦横断形状が半波長ごとに繰り返えされていることに着目し、半波長平均の横断形状、流砂量分布について考察した。その結果次のことが明らかとなった。 $\bar{q}_{Bx}$ と $\bar{\eta}$ の横断分布はほぼ相似となる。 $\bar{q}_{By}$ は $\bar{q}_{By}$ に対して十分小さいが、その横断分布は $\bar{q}_{Bx}$ とともに $\bar{\eta}$ の分布の決定に重要な要素となる。

本研究は、昭和56, 57年度文部省科学研究費総合研究(A)(代表者 中央大学 林 泰造教授)の補助により行われた。記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 木下 良作：石狩川河道変遷調査，科学技術庁資源局資料，第36号，1961.
- 2) 藤田裕一郎：沖積河川の流路変動に関する基礎的研究，京大学位論文，1980.
- 3) 長谷川和義・山岡 勲：発達した交互砂州の性状に関する実験と解析，第26回水講演文集，1982.
- 4) 黒木 幹男・岸 力：沖積河道の流路形態の領域区分に関する研究，第26回水講演文集，1982.
- 5) 例えば，辻本 哲郎：掃流過程の確率モデルとその移動床問題への応用，京大学位論文，1978.
- 6) 福岡 捷二・山坂 昌成：直線流路の交互砂州，第27回水講演文集，1983.

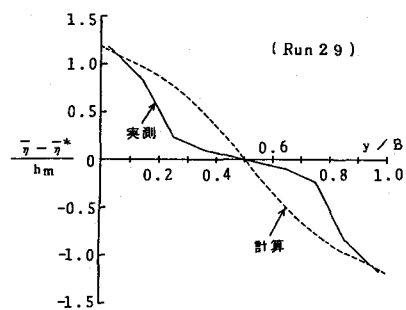


図-18 河床横断形状の実測値と計算値の比較