

単列交互砂州の波長と波高
Wavelength and Height of Single Row Alternate Bars

埼玉大学工学部 正員 池田 駿 介

1. 序論

従来、交互砂州については精力的に研究が行なわれ、多くの知見が得られている（これらの成果については文献 1）にまとめられている）。それらの研究は多岐に渡っており、交互砂州の波長については線型安定論、レジーム論によって様々な検討が行なわれ、多種の理論式、経験式が提案されている。これに対し、発達した交互砂州の波高については比較的研究が少く、^{2) 3)} 十分に解明されている状態には至っていない。本研究ではデータが比較的蓄積されている単列交互砂州について、波長については従来から提案されている諸式を比較、検討し、さらに波高についてデータを基礎にして波高の予測式を提案する。

2. 交互砂州形状の定義

交互砂州の形状の概念図を図 1 に示す。図中において (a) は一波長内の最低点 A を含む断面で、その断面内の波高を H_B とする。(b) は平面図であり、点の部分はいわゆる Pool を、破線は Thalweg を表す。一波長 λ 内の最高点と最低点の比高を H_{MB} とする。 H_B と H_{MB} の関係については後述する。木下⁴⁾ によれば交互砂州は様々な形状をとりうるが、概略の大きさは以上の値によって表現できると考えられる。

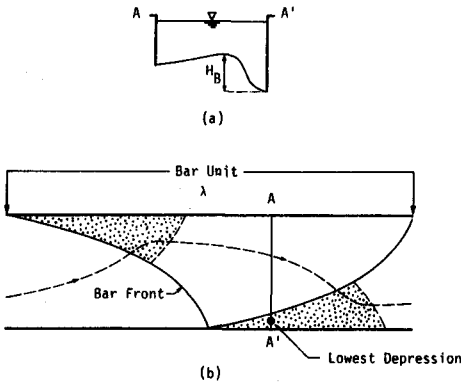


Fig. 1. Definition Sketch of Single Row Alternate Bars

3. データ

単列交互砂州については多くの実験値、野外観測値が得られている。波長については木下⁴⁾、藤田³⁾、黒木等²⁾、井口⁵⁾、吉野⁶⁾、Chang et al⁷⁾ が実験値を表示しており、Leopold・Wolman⁸⁾ は野外における測定値を得ている。波高については木下⁴⁾、藤田³⁾、吉野⁶⁾ のデータが知られている。本研究においても長さ 15 m、巾 32 cm の水路において中央粒径 1.3 mm の均一砂を用いて実験を行い、表 2 に示す結果を得ている。表 1 には従来得られている値の実験条件を示すが、その値の詳細については文献 9) を参照されたい。

Table 1. Major Hydraulic Variables of Data Used

Researcher	Q cm ³ /s	B cm	d mm	Fr
Kinoshita	200-700	13.2	0.38, 0.765 1.24, 1.70	1.04-1.98
Fujita	3000-6000	55.0	0.99	0.84-1.39
Iguchi	3.56×10 ⁵ -7.14×10 ⁵	400	6.4	0.57-0.97
Yoshino	200-21000	15, 30 31	0.45, 2.3 3.55	0.74-1.50

Table. 2. Summary of Present Experimental Data

Run number (1)	Q, in cubic centimeters per second (2)	D, in centimeters (3)	S $\times 10^3$, slope of free surface (4)	Fr, Froude number (5)	λ , in centimeters (6)	H_p , in centimeters (7)
1	3,110	2.46	4.96	0.80	126	0.65
2	4,140	2.99	4.81	0.80	120	0.95
3	5,240	3.58	4.86	0.77	140	1.00
4	2,720	2.09	6.39	0.90	190	0.90
5	3,640	2.62	5.54	0.86	124	0.95
6	4,300	2.95	6.15	0.85	122	1.00
7	2,140	1.73	7.73	0.94	312	2.10
8	2,430	1.89	7.90	0.93	278	1.90
9	3,110	2.20	8.03	0.95	144	1.25
10	1,900	1.51	9.70	1.04	274	2.10
11	2,360	1.75	9.30	1.02	232	2.50
12	2,660	1.90	8.80	1.01	210	1.45
13	1,720	1.43	10.5	1.00	322	2.25
14	2,000	1.58	10.0	1.01	230	2.50
15	2,330	1.72	8.90	1.03	184	1.45
16	2,550	1.81	9.30	1.05	198	1.60
17	1,860	1.40	12.2	1.11	234	2.25
18	2,140	1.64	10.4	1.03	222	2.25
19	2,590	1.78	10.5	1.10	220	2.40
20	1,500	1.22	11.3	1.11	380	2.80
21	1,910	1.52	11.3	1.02	260	2.70
22	2,270	1.71	10.8	1.01	166	1.90
23	1,400	1.26	13.1	1.00	302	2.51
24	1,830	1.38	13.6	1.14	262	1.70
25	2,300	1.60	11.7	1.14	196	1.45
26	1,220	1.18	15.1	0.95	310	2.68
27	1,510	1.22	15.3	1.12	242	2.48
28	1,840	1.36	15.4	1.16	268	2.75
29	1,010	0.98	16.6	1.05	272	2.42

4. 解析法

レジーム公式：波長を流量や水路巾と関係付ける方法が一般にとられる。Leopold・Wolman⁸⁾によれば、

$$\lambda = a B \beta \quad \dots\dots\dots (1)$$

と表わすことができる。ここに B = 河巾, a , β = 定数で、彼等によれば実際河川を含むデータに対して $a = 6.5$, $\beta = 1.1$ である。

線型安定理論：発達率が最大となる波長を卓越波長とする方法である。非常に数多くの研究があるが、ここでは結果が比較的簡単に表わされている Parker・Anderson¹⁰⁾の結果を用いる。

$$\lambda = a 2\sqrt{\pi} \sqrt{\frac{BD}{C_f}} = a \lambda_p \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに $a = O(1)$ の値を持ち Froude 数の関数, $Fr \ll 1$ の場合は 1.41, D = 平均水深, $C_f = gDS/U^2$, S = 水面勾配, U = 平均流速, $\lambda_p = 2\sqrt{\pi} \sqrt{BD/C_f}$. 式(2)は蛇行河川を含む実際河川に適用され、蛇行波長や砂州波長を比較的良好に表現することが明らかにされている。¹¹⁾

次元解析：完全に発達した交互砂州上の流れは複雑で、一般に解析は困難である。従って完全に発達した交互砂州の波長や波高を調べるには次元解析法も有力な手段となる。

波長 λ および波高 H について次のような関係が予想される。

$$A(\lambda, B, D, S, U, g, \mu, \rho_s, \rho, d) = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$H(H_p, B, D, S, U, g, \mu, \rho_s, \rho, d) = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに A, H = 関数関係, μ = 粘性係数, ρ_s = 砂の質量密度, ρ = 流体の質量密度, d = 砂粒子の粒径である。次元解析法によって次のような関係が得られる。

$$\frac{\lambda}{B} = F\left(\frac{U}{\sqrt{gD}}, \frac{\rho g D S}{(\rho_s - \rho) g d}, \frac{\rho U D}{\mu}, \frac{B}{D}, \frac{D}{d}\right) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{HB}{D} = G\left(\frac{U}{\sqrt{gD}}, \frac{\rho g D S}{(\rho_s - \rho)gd}, \frac{\rho U D}{\mu}, \frac{B}{D}, \frac{D}{d}\right) \dots\dots\dots (6)$$

ここに F , G = 関数関係を表す。

5. 波長

レジーム論による式(1)を検討した結果を図2に示す。 λ は B にほぼ比例して増加している。従って β の値は1とおくことができ、このとき α の値は4から17程度の値となる。波長は平均的に

$$\lambda = 9 B \dots\dots\dots (7)$$

と表わされる。図中で矢印はデータのばらつきの範囲を示す。これから波長は B とよい相関を示すことが知られるが、ややばらつきが多い。しかし、他の水理量が知られていない場合には式(7)はよい目安を与える。

次に安定論から得られた結果、式(2)を検討した結果が図3である。式(2)は実測値を λ の大きい領域でよく表現している。しかし、 λ が小さくなると、平均的な波長は表わすものの、それぞれの実験シリーズに注目すると、理論式と実験値はむしろ逆の相関を示している。Parker・Anderson¹⁰⁾によれば、 C_f は Fr 数の関数である。データに戻って調べると適合性のよい λ の大きい実験(即ち B の大きい実験)、Chang et al ($B = 91.4$ cm), 井口 ($B = 400$ cm), Leopold・Wolman ($B = 16.2$ m ~ 28.0 m) では47例の内 $Fr \geq 0.8$ のものはわずかに4例である。一方、 λ の小さい実験、木下 ($B = 13.2$ cm), 藤田 ($B = 55.0$ cm) 吉野 $B = 15, 30, 31$ cm, 本実験 ($B = 32$ cm) では全データ99例の内 $Fr > 0.8$ のものが97を占めている。

以上から λ/λ_p を $Fr \geq 0.8$ の場合の測定値を Fr 数に対してプロットしたものが図4である。図4は Fr 数が大きくなると λ/λ_p の値は非常に不安定となることを示している。即ち、平均的な関係は

$$\frac{\lambda}{\lambda_p} = 0.5 Fr^{4.5} : Fr \geq 0.8 \dots\dots\dots (8)$$

と表現されるが、ばらつきも大きく、 Fr 数に対して不安定である為に精度のよい予測が困難である。 Fr 数が小さい場合には

$$\lambda = 5 \sqrt{\frac{BD}{C_f}} : Fr < 0.8 \dots\dots\dots (9)$$

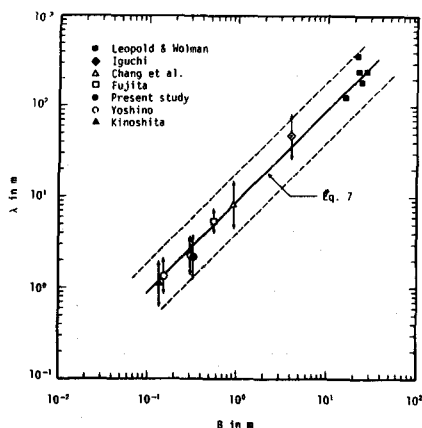


Fig. 2. Test of Eq. 1; Arrows Indicates Scatters for Each Experiment

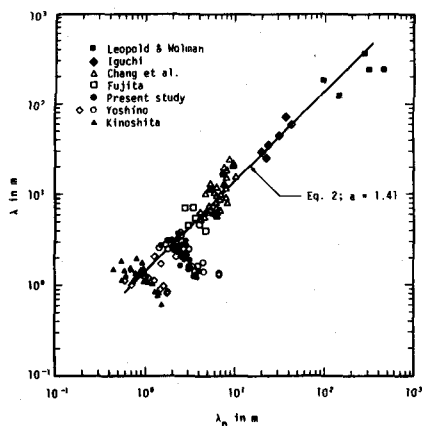


Fig. 3. Test of Eq. 2

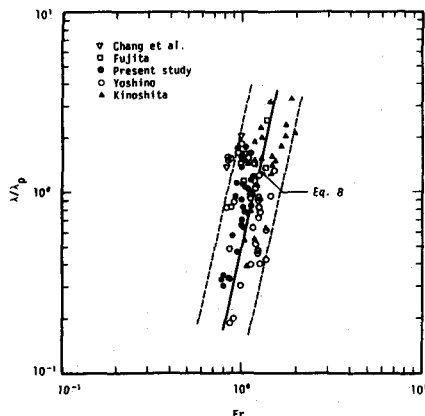


Fig. 4. Modification of Eq. 2 against $Fr \geq 0.8$

によって波長をよく表現することができる。

以上のように $Fr < 0.8$ に対しては式(9)によって波長をよく表現できるので、 $Fr \geq 0.8$ の場合について次元解析から得られる式(3)を用いて検討する。

図5は λ/B を $Fr = U/\sqrt{gD}$ に対してプロットしたものである。 λ/B は Fr が増加するにつれて若干増加する傾向を示すが、ばらつきが大きく有意な関係はないと考えられる。

図6は λ/B を $\tau_* = \rho g D S / (\rho_s - \rho) g d$ に対してプロットしたものである。これから λ/B は τ_* については全く無関係であることが知られる。

同様に λ/B は $Re = \rho U D / \mu$ についても無関係であった。

最後に幾何学的な量との関係を調べる。 λ/B を B/D に対してプロットしてみると B および d の固定された実験連については極めてよい相関があることが知られた。又、 B/D の一定値に対しては $\lambda/B \propto (B/d)^{-0.45}$ であった。以上から、 λ/B は

$$\frac{\lambda}{B} = 5.3 \left(\frac{B}{d} \right)^{-0.45} \frac{B}{D} : Fr \geq 0.8 \quad (10)$$

と表わせば実験値をよく表すことができる(図7)。この結果は、藤田³⁾による砂粒子の横断方向を考慮して得られた結果とよく似た表示となっている。

次に式(10)を変形する。Parker・Peterson¹²⁾によれば、水位が極端に低くならない限り、交互砂州上の流れの抵抗係数は Keulegan¹³⁾ の式

$$C_f = [2.5 \ln(11 \frac{D}{k})]^{-2} \quad (11)$$

によってよく表わされる。筆者の実験においても結果は同様であって、全体の抵抗に占める交互砂州の形状抵抗は高々30%程度であって、 H_B/D がかなり大きくならない限り、形状抵抗は無視しうる(図8)。

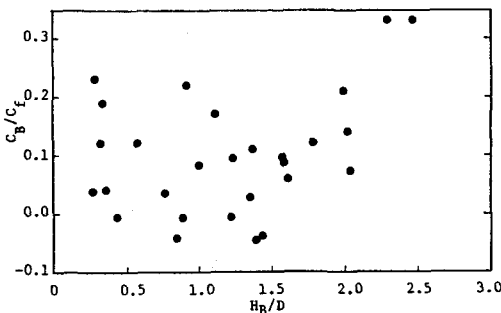


Fig. 8. Ratio of Bar Resistance to Total Resistance

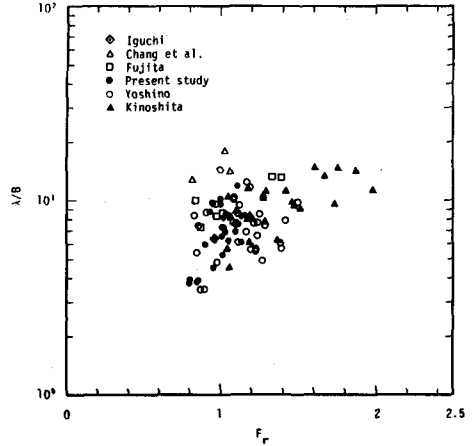


Fig. 5. λ/B versus Fr for $Fr \geq 0.8$

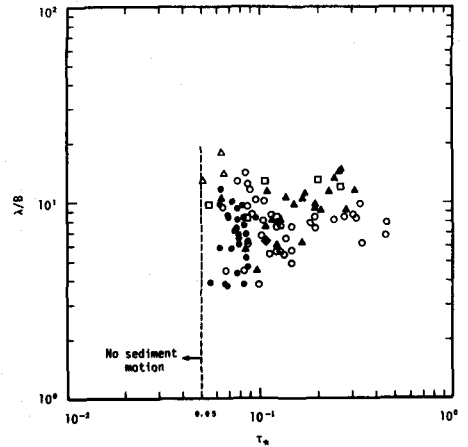


Fig. 6. λ/B versus τ_* for $Fr \geq 0.8$; Symbols are as in Fig. 5

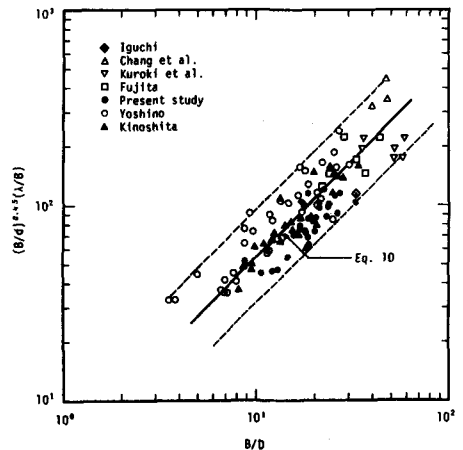


Fig. 7. $(B/d)^{0.45} \lambda/B$ versus B/D for $Fr \geq 0.8$

粗度 k は kamphuis¹⁴⁾ によれば混合粒径の場合は,

$$k = 2 d_{90} \dots\dots\dots (12)$$

となる。式(12)を式(11)に代入すると、 $5 < D/d_{90} < 90$ の領域（この領域はここで用いられているデータのほとんどを含む）に対して、式(11)は 5 % 以内の誤差で次式によって近似できる。

$$C_f = 0.0293 \left(\frac{D}{d_{90}} \right)^{-0.45} \dots\dots\dots (13)$$

式(10)において用いられている粒径 d は中央粒径 d_{50} であるが、実験室において用いられている砂はほぼ均一砂と考えてよいので $d_{50} = d_{90}$ と置いてもよい。以上から、式(13)を式(10)に代入し、 d を消去すれば、

$$\frac{\lambda}{B} = 181 C_f \left(\frac{B}{D} \right)^{0.55} : Fr \geq 0.8 \dots\dots\dots (14)$$

を得る。式(14)は λ が B 、 D および C_f の関数になるという点では交互砂州安定論から得られる式(9)と同一である。さらに式(14)は粒径を含まないという点で式(10)の表示よりも使い易い。

6. 波高

次元解析による結果、式(6)を用いて波高の検討を行う。木下⁴⁾ 藤田³⁾ 黒木等²⁾ および本実験では波高の定義として前出の H_B を使い、吉野⁶⁾ は H_{MB} を用いている。

式(6)に従い、 H_B/D および H_{MB}/D を Fr 、 τ_* および Re に対して整理したがいずれの量に対しても有意な関係は見られなかった。有意な関係は波長の場合と同様に B/D および B/d に対して得られた。図9には H_B/D を図10には H_{MB}/D をプロットしている。これから B/d を固定すれば、 H_B/D (又は H_{MB}/D) は B/D と極めてよい相関がある。又、 B/D を固定すれば、 H_B/D (又は H_{MB}/D) は B/d の増加とともに減少している。従って H_B/D および H_{MB}/D は次のように表現できる。

$$\frac{H_B}{D} = \phi_B \left(\frac{B}{d} \right) \psi \left(\frac{B}{D} \right) \dots\dots\dots (15 \cdot a)$$

$$\frac{H_{MB}}{D} = \phi_{MB} \left(\frac{B}{d} \right) \psi \left(\frac{B}{D} \right) \dots\dots\dots (15 \cdot b)$$

ここに ϕ_B 、 $\phi_{MB} = B/d$ の関数、 $\psi = B/D$ の関数である。 ϕ_B および ϕ_{MB} をある B/D の値（ここでは20）において定める。その結果は図12に示されている。これから ϕ_B および ϕ_{MB} とともに $(B/d)^{-0.45}$ に比例している。更に図11において H_{MB}/H_B は約1.5である。吉野⁶⁾ が求めた河床等高線（Run 26）から H_{MB}/H_B を読み取るとその値はほぼ1.5となっている。筆者の実験でもほぼ同様の値であった。

従って次の関係が成立する。

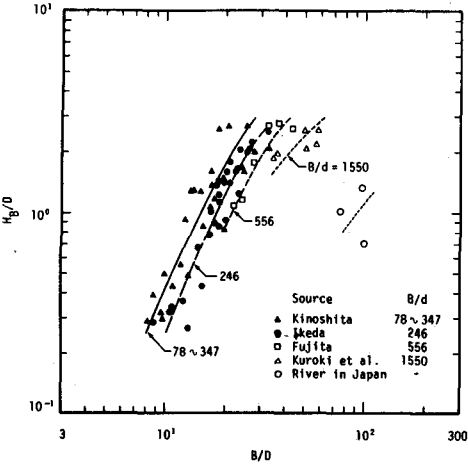


Fig. 9. H_B/D versus B/D

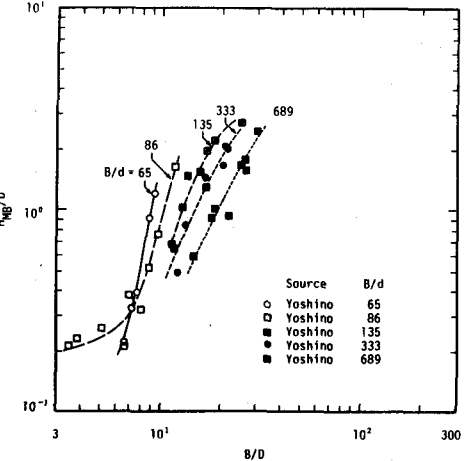


Fig. 10. H_{MB}/D versus B/D

$$H_{MB} = 1.5 H_B \quad \text{又は} \quad \phi_{MB} = 1.5 \phi_B$$

以上の考察から $H_B/D \times (B/d)^{0.45}$ を B/D に対してプロットしたものが図 12 である。 $B/D > 40$ の領域でデータがやや不足しているが、両者の間には極めてよい相関がみられ、その関係は次式によって表わされる。

$$\begin{aligned} & \log_{10} \left(\frac{H_B}{D} \left(\frac{B}{d} \right)^{0.45} \right) \\ &= 0.97 + 1.1 \operatorname{erf} \frac{\log_{10} \frac{B}{D} - 1.22}{0.594} \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

あるいは H_B/D について書き直せば、

$$\begin{aligned} \frac{H_B}{D} &= \left(\frac{B}{d} \right)^{-0.45} \psi \left(\frac{B}{D} \right) \\ &= \left(\frac{B}{d} \right)^{-0.45} \times 9.34 \exp \left(2.53 \operatorname{erf} \frac{\log_{10} \frac{B}{D} - 1.22}{0.594} \right) \\ &\dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

となる。式 (18) は $6 < B/D < 40$ の範囲内では次式によって近似しうる。

$$\frac{H_B}{D} = 1.51 C_f \left(\frac{B}{D} \right)^{1.45} : 6 < \frac{B}{D} < 40 \dots\dots\dots (19)$$

7. 結論

従来から提案されている諸公式の検討を行い、更に次元解析法を用いて単列交互砂州の波長、波高に関するデータを整理することによって以下のことが明らかとなった。

- (1) レジーム式、式(7)は交互砂州波長のよい目安を与える。
- (2) 交互砂州安定論から得られた式(9)は $Fr < 0.8$ において波長をよく表すが、 $Fr \geq 0.8$ では傾向が逆となる。
- (3) $Fr > 0.8$ に対しては波長は式 (14) がよく適合する。
- (4) 波高は式 (18) によってよく表わされる。
- (5) 単列交互砂州の波長や波高は幾何学形状や抵抗係数と深い関係にある。

謝辞：本研究については様々な方々からコメントや実験上の情報をお教え頂いた。中でも黒木幹男，長谷川和義，福岡捷二，Gary Parker の諸氏にはお世話になった。更に実験については桑原隆男，飯島隆の両氏に御苦労を願った。記して謝意を表します。本研究は文部省科学研究費自然災害特別研究（代表者：芦田和男京都大学教授）の補助を受けて行なわれたものである。

参考文献：

- 1) 土木学会水理委員会：洪水流の三次元流況と流路形態に関する研究，昭和 57 年 3 月。
- 2) 黒木幹男，岸力，板倉忠興：交互砂州の水理特性，沖積地河川における河床形態と流体抵抗の研究

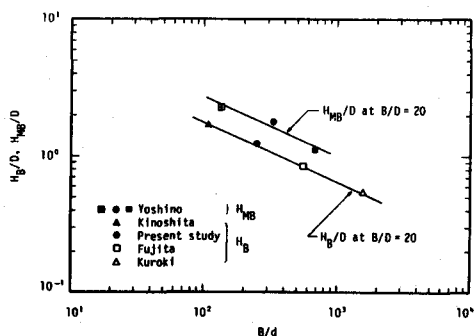


Fig. 11. H_B/D and H_{MB}/D versus B/D

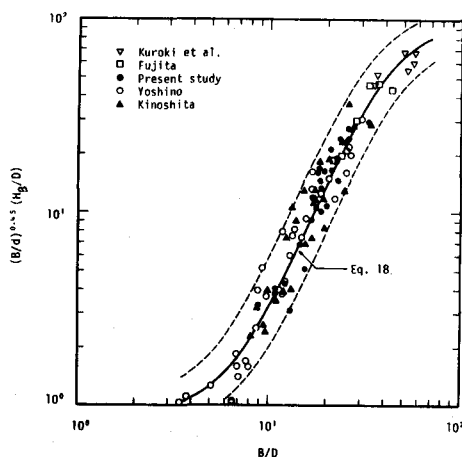


Fig. 12. $(B/d)^{0.45} H_B/D$ versus B/D

文部省科学研究費（総合研究A，代表者 岸力）報告書，昭和50年3月。

- 3) 藤田裕一郎：沖積地河川の流路変動に関する基礎的研究，京都大学学位論文，1980年11月。
- 4) 木下良作：石狩川河道変遷調査 科学技術庁資源局資料，36号，1961。
- 5) 井口正男：大型水路における細礫流送実験，筑波大学地球科学系，1980。
- 6) 吉野文雄：河床形態に関する水理学的研究，東大土木工学科論文集録，4号，1967。
- 7) Chang, H. Y., D. B. Simons, D. A. Woolhiser : Flume Experiments on Alternating Bar Formation, J. WW Div, ASCE, WW 1, 1971.
- 8) Leopold, L. B. and M. G. Wolman : River Channel Patterns : Braided, Meandering and Straight, USGS Prof. Paper, 282-B, 1957.
- 9) Ikeda, S. : Prediction of Alternate Bar Wavelength and Height, 埼玉大学工学部建設系研究報告，12号，1982年12月。
- 10) Parker, G. and A. G. Anderson : Modelling of Meandering and Braiding in Rivers, Proc. ASCE Modelling Symposium, San Francisco, 1975.
- 11) Ikeda, S., G. Parker. and K. Sawai : Bend Theory of River Meanders. Part 1., J. Fluid Mech., Vol. 112, 1981.
- 12) Parker, G. and A. W. Peterson : Bar Resistance of Gravel - Bed Streams, J. Hy. Div., ASCE, HY10, 1980.
- 13) Keulegan, G. H. : Laws of Turbulent Flow in Open channels., NBS, No. RP 1151. 1938.
- 14) Kamphuis, J. W. : Determination of Sand Roughness for Fixed Beds, J. of Hyd. Res., IAHR, Vol. 12, No. 2, 1974.