

河床波を伴う非定常流れの特性
Characteristics of Unsteady Flow with Sand Waves

京都大学工学部 正 員 中 川 博 次
京都大学工学部 正 員 辻 本 哲 郎
京都大学大学院 学生員 竹 東 正 孝

1. ま え が き

洪水時のように流量が変化するときの河床波の応答・挙動はきわめて興味ある問題であると同時に工学的にも重要な課題である。すなわち、移動床系では流れ特性、流砂量、河床形状が強い相互作用系を形成しているため、外部条件である流量の変動に対して特徴的な応答性状を呈する。こうした点に着目し、著者らは先に¹⁾、河床波の変形に伴う非定常移動床系の時間遅れを「流砂の遅れ距離」との関連で論じ（いずれも一種の非平衡過程）、とくに河床波スケールの単位応答を考え、これを便宜的に指数関数表示し、線型解析によって微小変動流量に対する河床波スケール及び水深の応答性状を調べた。これにより主として河床波の変形に時間を要することによって移動床系の応答関係に遅れ、位相差を生じること、とくに流量変動の時間スケールと河床波の変形の時間スケールが同オーダーのときに遅れの影響が顕著であることが示された。また、河床波の変形の時間スケールも河床波の発達時間として著者らが以前に提案した追いつき合体モデル²⁾にもとづいて評価している。しかし、洪水時等を対象とすると線型解析はなじまないし、河床波スケールの変形速度に相当する単位応答も簡単な指数関数表示は必ずしも正確でない。本論文はこれらに鑑み、若干の水路実験と従来の実験資料の検討から、主として洪水時を含む変動幅の大きい流量変動を対象とした解析および考察を行ったものである。また、前論文¹⁾において簡単に定性的に触れたような、河床波の増幅領域と減衰領域にまたがる流量変動に対して流量と河床波スケールまたは水深との関係に現れる8の字型のループについても計算例を示す。

2. 移動床系の流量変化に対する応答の概要

移動床では条件によって種々の河床形態が形成されるが、現状ではいくつかの河床形態にまたがって議論するのが難しく、ここでは河床形状が流砂量、水流特性に最も強く影響すると考えられる dunes の領域に限る。USGSのデータ³⁾にもとづいて dunes の領域を調べると、図-1(a)のように $q_* \sim I_*$ 面で d_* をパラメータとしてほぼ規定されることがわかる。ここで、

$$q_* \equiv q / \sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd^3} (= (U/\sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd}) \cdot (h/d)) \dots\dots\dots (1)$$

$$I_* \equiv I / (\sigma/\rho - 1) (= \tau_* / (h/d)) \dots\dots\dots (2)$$

$$d_* \equiv gd^3/\nu^2 (= Re_*^2/(\sigma/\rho - 1)\tau_*) \dots\dots\dots (3)$$

q : 単位幅流量, I : 路床勾配 (ほぼ等流状態を対象としておりエネルギー勾配に等しいと考える), d : 河床材

料の粒径, σ/ρ : 砂の比重, g : 重力加速度, ν : 水の動粘性係数であり、これらはすべて既知量であり、 q_*, I_*, d_* は移動床系の「外部条件」と考えられる。河床形態およびそのスケール、流れの状態（水深 h や平均流速 U 、流砂量はこれらに対し

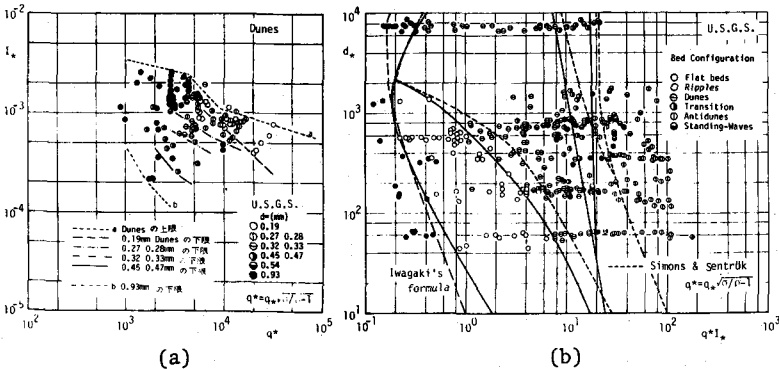


図-1 領域区分図

て予測される必要がある（実際には現状では必ずしもそのような形式では与えられていない）。なお、 $q_* I_* d_*$ を移動床に出現する諸量で表わすと式(1)～(3)は右辺の（）内のようになり、ここに $\tau_* \equiv u_*^2 / (\sigma / \rho - 1) g d$, $Re_* \equiv u_* d / \nu$ (u_* : 摩擦速度) である。図-1(a)を見ると、領域区分線がほぼ右下りの線で表わされ、しかも他の領域 (lower flat, ripples, transition & upper flat, antidunes) も同様に区分されることから、 $q_* I_*$ を一つの無次元パラメータにまとめて整理すると、図-1(b)のような領域区分図が得られる。ここで $q_* I_*$ は stream power τU の無次元量となり、 $\tau U \sim d$ 面で領域区分を行った Simons ら⁴⁾ のものとほぼ同値な区分図となる。以上より移動床に対する「外部条件」はパラメータ $q_* I_*$, d_* の2つにまとめられる（流砂量の項参照）。

さて、いま移動床「外部条件」のうち、路床勾配、河床材料は不変の直線一様水路を対象とし、そこでの流量変化の効果を考える。移動床相互作用系のしくみは非常に複雑であるが、前論文¹⁾でも述べたように流砂量、河床波のスケール変化、水深の変化といった方向の作用のみをとらえてモデル化しても第一近似として非定常移動床系の特徴は保存されることから、図-2のような近似システムを考える。このとき、必要な関係は外部条件でほぼ決定されると考えた流砂量、外部条件と流砂量によって決まると考えられる河床波スケールの変形速度、及び河床波のスケールに規定される抵抗則の3つであり、以下順に考察する。

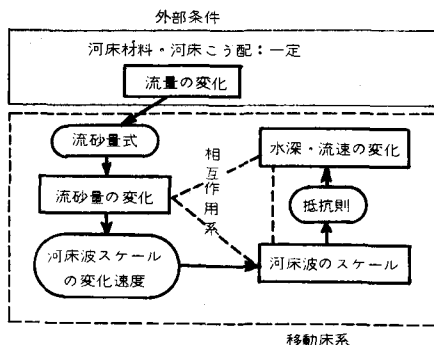


図-2 移動床系の概略図

(1) 流砂量式

流砂量式は無次元流砂量と無次元掃流力の関係として与えられるのが一般的であるが、このとき、全掃流力は河床波の形状抵抗のためその関係は図-3(a)に示すように平坦河床の流砂量式（たとえば図中に示すスイス公式）と異なり特異な形状（S字型）を示し、しかも dunes の領域での偏倚は粒径に依存しているようである。流砂量も少なくとも平衡状態では（fully developed sand wavesについては）「外部条件」のみで予測されるべきとの考えから、先の領域区分と同様、 q_*, I_*, d_* との関係を検討、図-3(b)に示すようなかなりまとまりの良い（しかも単調関数である）流砂量式の成立が予想され、次の実験式を得た。

$$q_{B*} \equiv q_B / \sqrt{(\sigma / \rho - 1) g d^3} = 0.04 \\ = 0.04 \cdot \{q_* I_* - (q_* I_*)_c\}^{5/3} \quad \dots \dots \dots (4)$$

但し、 $(q_* I_*)_c$ はいわゆる限界掃流力 (τ_c) に相当するもので ($\tau_{*c} = 0.05$ とすると) ほぼ 0.3 である。 $q_* I_*$ の小さい領域でのデータのばらつきは粒径（砂粒 Reynolds 数）による限界掃流力の相違を考慮する ($(q_* I_*)_c$ の値を変える) ことによりかなり解消されることがわかっている。

(2) 河床波のスケールの変形速度

著者らは河床波の発達過程における河床波のスケールの変化が河床波の統計的な配列と分散性に依存する追いつき合体に依っていると考える方にもとづき、発達過程の主たる時期における平均波長、波高の時間的変化を予測する式を得た²⁾。ただし最終的には新しく発生する短波長、

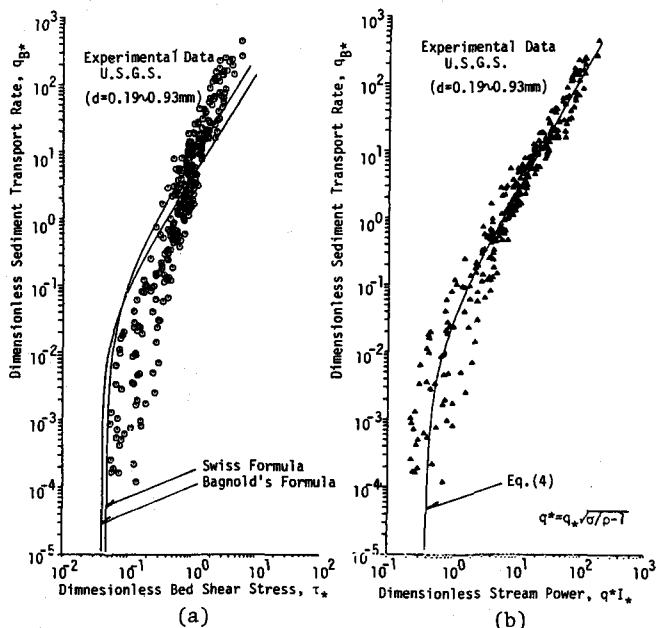


図-3 流砂量式

低波高の波とのバランスによってスケールの増加は停止し、平衡スケールに落ち着くことから、ここでは先の予測式を次のように修正した。

$$\frac{dH}{dt} = \frac{B_H \cdot B}{1 - \rho_0} f_s(\alpha) \frac{q_B}{L} \left(1 - \frac{H}{H_e} \right) \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{dL}{dt} = \frac{B_L \cdot B}{1 - \rho_0} f_s(\alpha) \frac{q_B}{H} \left(1 - \frac{L - L_0}{L_e - L_0} \right) \dots\dots\dots (6)$$

ここで L, H は河床波の平均波長及び波高、添字 $0, e$ はそれぞれ初期値及び平衡値を示す。 ρ_0 : 砂の空隙率であり $f_s(\alpha)$ は河床波の統計的配列によって決まるもので約 0.08 の値をとる²⁾。 B, B_H, B_L が新たに追加された実験定数である。平坦河床から流量一定条件での河床波の発達過程に関する水路実験により、 B, B_H, B_L はそれぞれ 3.0, 1.5, 1.0 と決定された。これに用いた実験データと式(5), (6)の一例を示したのが図-4で、図は $B = 3.0$ の場合で B_L, B_H を 1.0, 1.5, 2.0 と変えている。このパラメータは波形勾配の変化に強く影響している。

ところで、式(5), (6)を用いるには平衡形状 H_e, L_e を予め決めてやらねばならない。原理的には変形速度のモデル化にもとづいて $dH/dt = 0, dL/dt = 0$ よりこれらを求めるべきであるが、ここでは式(5), (6)を単に追いつきモデルだけから(新規発生をモデル化せずに)類推したための不備となっている。但し、 H_e, L_e についてはこれまでいくつか比較的適合性が良いとされる実験式が与えられている。波長については $L_e = k_L \cdot h_e$ ($k_L \approx 5$) $\dots\dots\dots (7)$ であり⁵⁾、また波高は式(8)のように与えられた⁶⁾ 波形勾配 θ と τ_* の関係式から推定される。

$\theta = 0.119 \{ 1 - (0.06 / \tau_*) - 0.4 \tau_* \}^2 \dots\dots\dots (8)$
ただしこれらは dunes に対してのみ通用される。もっとも上記の式は物理的機構にもとづいたものではなく、また実験値のばらつきも相当大きいようである。さらに、 h_e や τ_* は本来移動床系の未知量であり本研究のように H_e, L_e を非定常時の収束値(指向値)として用いるには不向きで、この場合 L_e, H_e を外部条件のみ(q, I, d など)で与えてやる必要がある。式(7), (8)よりこのような関係を求めるには h_e 等の予測が必要で、これは次項の抵抗則に依存するので、そこで述べることにする。

(3) 抵抗則

移動床流れの抵抗則については従来より種々のアプローチが提案されているが、河床形状を媒介に、表面摩擦抵抗と形状抵抗に分けてそれぞれを検討したものが物理的には理解し易いし、非定常時の移動床系の応答を考える上でも有利である。すなわち、河床形状をも既知量とした議論であり、一方河床形状に対する流れの応答が流れの変化に対する河床形状の応答に比して充分早いので、その適用が充分可能である。

表面摩擦抵抗、形状抵抗の評価についてはかなり詳しい取り扱いも進められるようになった^{7), 8)} もの、河床波形状自体の不規則性等を考えると、これらの物理的評価の難型となった Yalin⁹⁾ の方法の適用で充分目的を達するだろう。Yalin の方法によると、結局抵抗係数 $c/\sqrt{g}$ (c : Chézy 係数) は次式で与えられる。

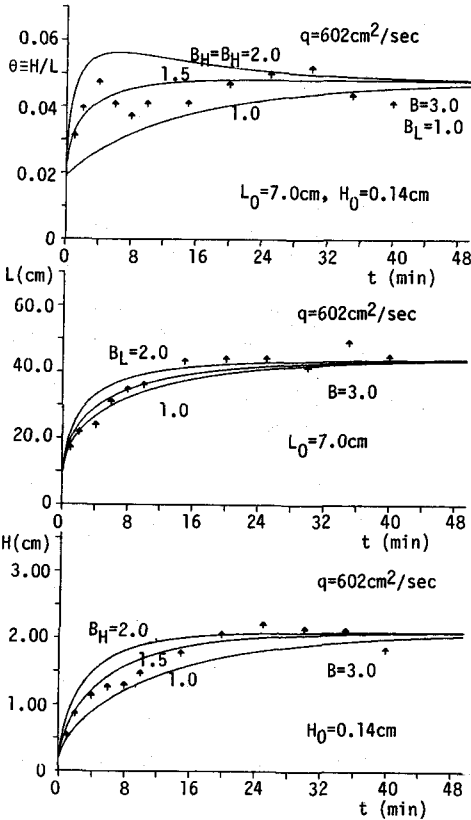


図-4 河床波の発達過程 (B_H, B_L の決定)

$$\frac{c}{\sqrt{g}} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{11h}{d}\right) \sqrt{1 - \frac{H}{L} \left\{ \cot \psi - \frac{1}{2} \frac{H}{h} \left(\frac{1}{\kappa} \ln \frac{11h}{d} \right)^2 \right\}} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここに κ : Kármán 定数, ψ : 砂の安息角である。式(9)の右辺には河床波のスケールの他, 未知量であるべき h が含まれており, q, L, d 及び H, L が与えられたとき, U または h を計算するにも 逐次近似の繰返し計算が必要である。

さて, 移動床流れの平衡状態における水深, 河床形状スケールを式(7)~(9)を用いて「外部条件」のみから予測してみる(計算は図-5のフローチャートによる)。このようにして得られた予測例が図-6である。これらはあくまでも「外部条件」だけからの予測図という点に意義がある。

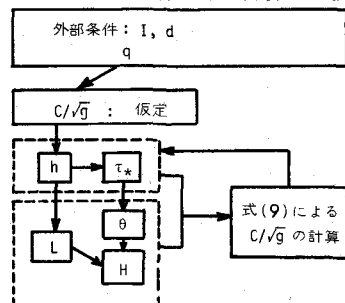


図-5 平衡状態における $L, H, C/\sqrt{g}, h$ の計算流れ図

(4) 流量変化時の河床波の挙動の記述モデル

前論文¹⁾の線型解析では河床波の変形速度に相当する単位応答を非擾乱時の流量(平均流量)に対して決まる(流量変動に独立で不変)としたが, 変動幅が大きいときはやはりこれも刻々の流量に従って変化する。しかも, 変形速度そのものは流量変化に伴ってほぼ瞬間的に追従すると考えられるので, 次のように逐次追跡予測できる。¹⁰⁾

河床波スケール D の変形速度は, 式

$$\dots\dots\dots (10)$$

(5), (6) のように各時点の D の関数で与えられ, これを用いて,

$$D(t + \Delta t) = (dD/dt)_t \times \Delta t + D(t)$$

によって逐次計算する。

3. 流量変化に対する移動床系の応答性状に関する実験的考察

前章の議論の検討のため, 典型的な流量変化パターンを選び水路実験を行った。¹¹⁾ 実験は幅 33 cm, 長さ 9 m, 路床勾配 1/500, 河床材料の粒径 0.07 cm, 比重 2.63 で行い, 実験中平均河床勾配及びほぼ等流の状態が変わらないよう上流端で給砂, 下流端で若干の堰の調整を行った。実験の流量変化パターンは図-7に示すようであり, $q_{min} = 204 \text{ cm}^2/\text{sec}$ から $q_{max} = 584 \text{ cm}^2/\text{sec}$ へ, 及びその逆への流量変化時間 T_f を 10, 20, 30 分と変えてそれぞれ Case A, B, C とした。各 Case について 2 runs ずつ実験を行った。なお, q_{max} での継続通水時間はいずれも 30 分とした。 T_f の選択は前論文¹⁾にもとづき顕著な履歴性の期待される河床波の発達時間と同オーダーとしている。河床縦断面の時間的変化は自走速度 30 cm/sec の超音波測深器で測定された。

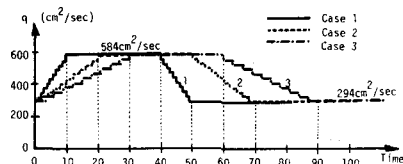


図-7 実験での流量変化パターン

河床波のスケールの時間的変化 (crest-to-crest 法で整理) は, 図-8に示す通りで, 波長については流量減少後も減少しないことが知られた。前章では, 平坦河床からの河床波の発達過程についての簡単な考察から河床波スケール

ールの変形速度式を求めたが、本実験や著者らがかって行った流量急減による河床波の崩壊過程の実験¹²⁾からも、とくに流量減少時の河床波挙動の複雑さが予想される。しかもこの時期では河床形状も複雑で、いわゆる crest-

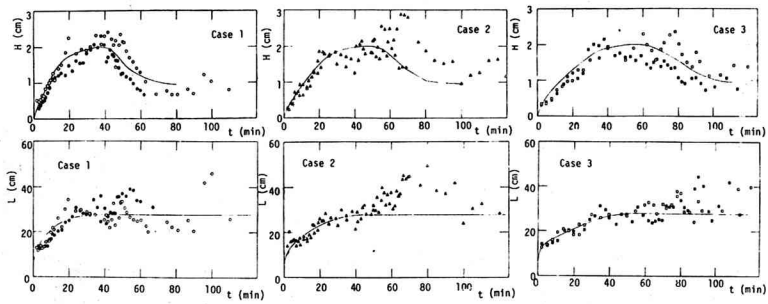


図-8 河床波スケールの時間的変化

to-crest 法での波の把握はあまり有効でないようである。そこで今回の実験について、 q_{max} 時に形成された河床波の個々の波について流量減少期での変化を調べた。その例が図-9に示されるが、これより、この時期には波の埋め戻しが顕著で、個々の波長変化はほとんど認められない。河床波の波長・波高の相似な変化に比べると、この場合の流砂量の波高変化への有効性は2倍と期待され、それゆえ流量減少期では、式(5)、(6)において

$$B_L = 0, \quad B_H = 3.0 \quad (\text{崩壊期}) \quad \dots\dots\dots(11)$$

にとるのが適当であると判断された。

なお、河床波のスケールと流量の関係として示すと図-10のように顕著な履歴性によるループが認められる。

一方、水深と流量の関係においても、図-11に示すように顕著な履歴性が認められる。図-11では、各時刻の河床波のスケールを用いた式(9)による水深予測値との比較から径深を用いた方が適合性の良いこと¹¹⁾を確認したため径深の測定値がプロットされている。

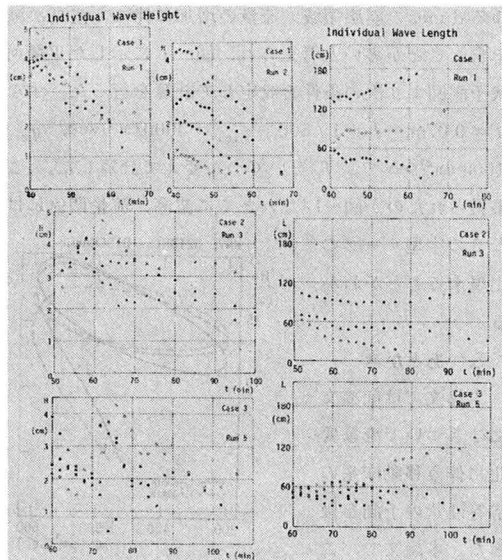


図-9 減水期における残存河床波の個々の波の挙動

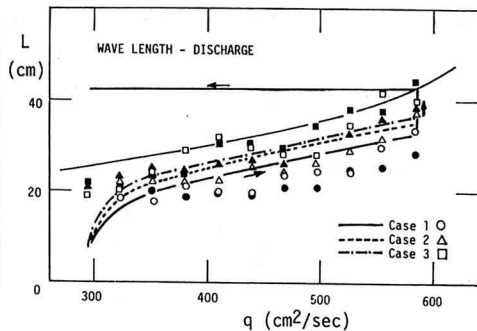
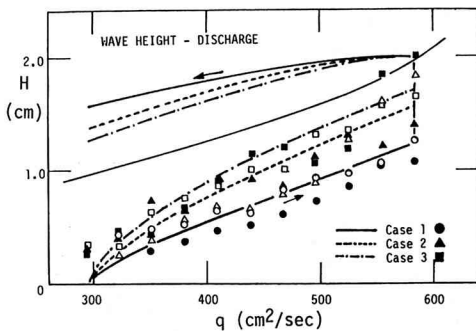


図-10 河床波スケール～流量関係

以上の実験値に対し、前章で提案した方法を用いて計算された結果をそれぞれの図に曲線で示した。その結果、こうした非定常移動床系の様子を概ね記述できることがわかる。

4. いくつかの計算例

上述のようにここに提案した手法で流量変化に伴う移動床系の非定常応答の概略が予測されることがわかったので、若干のモデルケースについて計算を行うことにより、こうした現象のいくつかの特徴を検討した。

検討に当っては流量変動を次のような正弦波で表現することとした。

$$q(t) = q_0 + a_q \sin(2\pi t/T_f) \quad \dots\dots\dots (12)$$

但し $q_0 = (q_{min} + q_{max})/2$, $a_q = (q_{max} - q_{min})/2$ である。

図-12は、前章の実験水路を対象とし、 $q_{max} = 600 \text{ cm}^2/\text{sec}$, $q_{min} = 300 \text{ cm}^2/\text{sec}$, $T_f = 30, 60 \text{ 分}$, $t = 0$ で $H = 0$, $L = L_0$ とした場合の計算結果で、流量変動の回数が進むにつれて一定のループ(図-13)に漸近する様子が見られる。

上述の計算例はいずれも流量の増加に伴って河床波高が増加する領域でのものであったが、実際の洪水等ではいわゆる dunes の崩壊領域(流量の増加に伴って波高が減衰)を含むことが多いと考えられ、図-6に示した平衡河床形状予測図より次の条件を設定して計算を行った。すなわち、 $d = 0.07 \text{ m}$, $I = 1/500$, $q_{max} = 4000 \text{ cm}^2/\text{sec}$, $q_{min} = 1000 \text{ cm}^2/\text{sec}$ で、 T_f をいくつか変えて計算した。この結果得られたのが図-14で、とくに波高、流量関係には顕著な8の字型ループの出現することがわかる。

5. あとがき

本論文では前論文¹⁾に引きついで流量変化に伴う移動床系の応答性状の予測を扱った。本論文で、こうした現象を扱うための方針は明らかに

なったものの、第2章で種々仮定した移動床の相互関係についての詳しい検討と、その力学的機構にもとづいた説明づけが不十分な点として残っている。また、河床形態がいくつかの領域にまたがるものなど(ripples と dunes, dunes, upper flat, antidunes など)の検討が望まれる。こうした観点から、最近かなり進展したと思われる土砂水理学を今後少しでも実理工学的な面へ充分効かされるよう研究を進めてゆきたい。

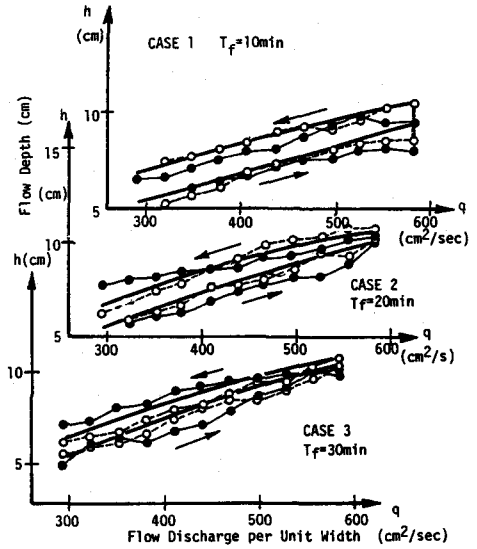


図-11 水深～流量関係

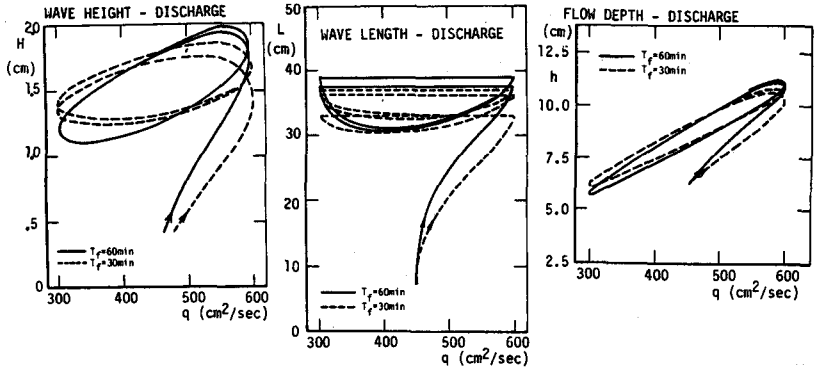


図-12 正弦波状流量変動に対する移動床系の応答(1)

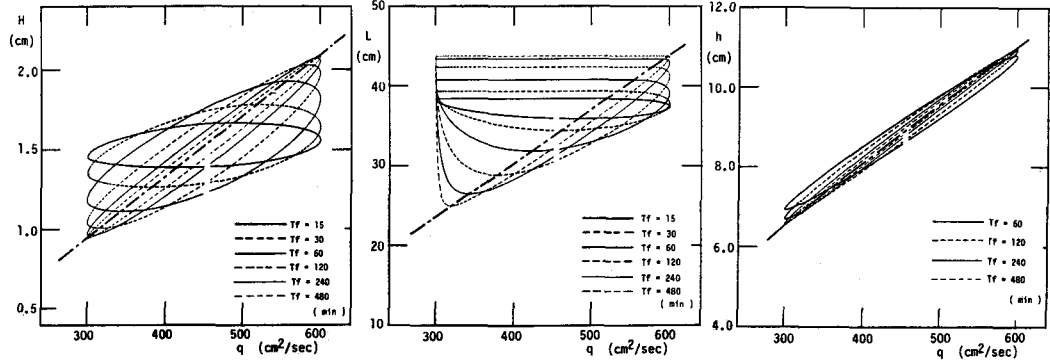


図-13 正弦波状流量変動に対する移動床系の応答(2)

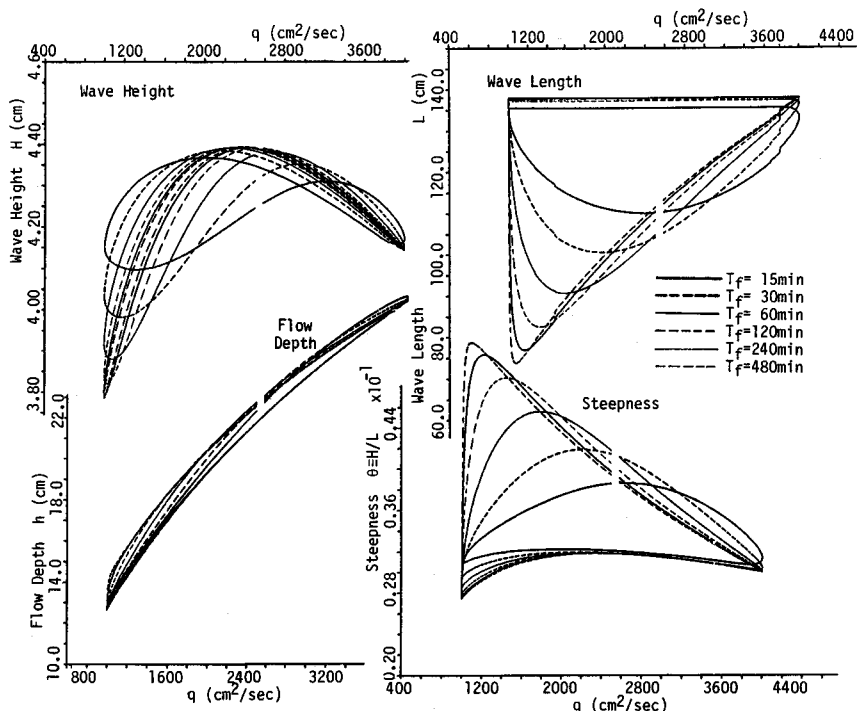


図-14 正弦波状流量変動に対する移動床系の応答(3)

参考文献

- 1) 中川・辻本：Lower Regime における非定常移動床流れの抵抗の遅れ性状，第 25 回水理講演会論文集，1980.
- 2) 中川・辻本：河床波の発達性状に関する実験的考察，京都大学防災研究所年報，第 19 号 B-2，1976.
- 3) Guy, Simons and Richardson : Summary of Alluvial Channel Data from Flume Experiments, 1956 - 61. U. S. G. S. Professional Paper 462 - I, 1966.
- 4) Simons and Sentrück : Sediment Transport Technology. Chapter 5, Water Resources Publications, 1971.
- 5) Yalin : Geometrical Properties of Sand Waves. Proc. ASCE, Vol.90, HY 5, 1964.
- 6) Fredsøe: The Friction Factor and Height-Length Relations in Flow over a Dane-Covered Bed. Progressive Report, ISVA, 1975.
- 7) 吉川・石川：砂漣・砂堆上の流れについて，土木学会論文報告集，第 281 号，1979.
- 8) Fredsøe: Shape and Dimensions of Stationary Dunes in Rivers. Proc. ASCE, Vol.108, HY8, 1982.
- 9) Yalin : On the Average Velocity of Flow over a Movable Bed. La Houille Blanche, No.1, 1969.
- 10) 竹束・中川・辻本：流量変化に対する河床形状の応答性状に関する研究(1)，土木学会第 36 回年次学術講演会講演概要集(2)，1981，
- 11) 竹束・中川・辻本：流量変化に対する河床形状の応答性状に関する研究(2)，土木学会第 37 回年次学術講演会講演概要集(2)，1982.
- 12) 中川・辻本・矢田：河床形状と流砂の相互関係と河床波の変形過程について，京都大学防災研究所年報，第 21 号 B-2，1978.