

空気膨張式ゴム堰における水理特性のシミュレーション計算

Theoretical Simulation of Hydraulics for Phnewmatic Inflalable Dam

東 洋 大 学 工 学 部 正 会 員 荻 原 国 宏
ブリヂストンタイヤ(株) 正 会 員 斉 藤 秀 明

1. はじめに

ゴム堰（ラバーダム）の大型化が注目をあびてきたが、空気膨張式ゴム堰においては、上流水位の変化によって、ダム内空気量が一定でも、内外圧力差によって堰高はもとより、形状も異なる複雑な水理特性を示しており、大型になるほどこの変化が大きい。またモデル実験による大型堰のこのような傾向の推定も、空気の状態変化を、相似則にて緩和することができず、不可能である。

そこで今回、空気膨張式ゴム堰による水理特性、特に大型堰のそれを把握する為に、またゴム堰の機能開発として、水位制御等の検討の目的で、ゴム堰における水理特性のシミュレーション計算の開発を試みた。

この計算は、大きく二項目に分けられ、一つは定常状態における上流水位及び、ゴム堰内の空気量より堰高及び形状を求める為の計算であり

今一つはゴム堰の上流より流入してきた流れが、ゴム堰の手前で、どのような状態になっているかを求める為の不定流計算で、この二項目を結合することによって成り立っており、この計算手法で非定常な状態を現わせるかどうかについて、モデル実験によって検証した。

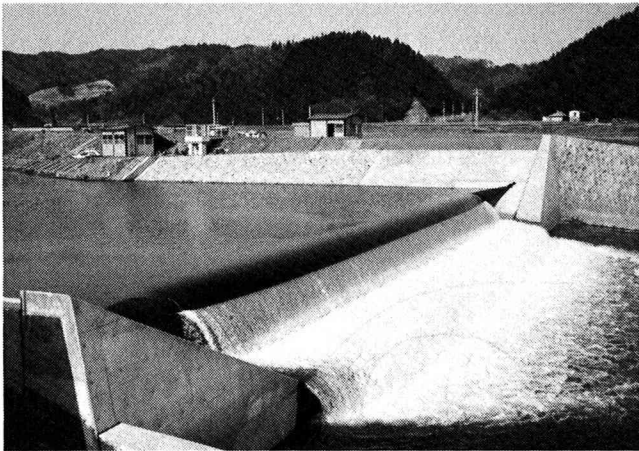


Fig.1

2. 越流時のラバーダムの形状計算における基礎理論

空気膨張式ゴム堰の力のつり合いによる微分方程式は下図より、以下に示すとくなる。

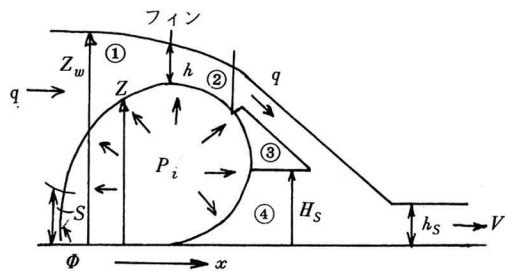


Fig.2

$\frac{dX}{dS} = (1 + \frac{T}{K}) \cdot \cos \phi (S) \dots\dots\dots (1)$

$\frac{dZ}{dS} = (1 + \frac{T}{K}) \cdot \sin \phi (S) \dots\dots\dots (2)$

$\frac{d\phi}{dS} = (\frac{1}{T} + \frac{1}{K}) \cdot (P_0(S) - P_i) \dots\dots\dots (3)$

$\frac{dT}{dS} = 0.0 \dots\dots\dots (4)$

T：張力、P_i：内圧、P₀：外圧、K：伸び剛性、S：周長、x：水平座標、z：垂直座標、φ：角度、

外圧 (P_0) の算出方法としては、領域分割法によって①～④の領域に分割して実施した。①の領域は、ゴム堰上流端より天端までであり、(5)式のごとく完全流体の流れの運動方程式及び連続の式から求めた。

②の領域は、天端から振動防止用水切りフィンまでで、(6)式のごとく静水圧と遠心力の差から求める。

③の領域は、フィンから下流水位が存在する所までであり、これは大気圧として求まる。

④の領域は、残りの接地点までの範囲であり、下流水位の静水圧より求まる。尚下流水位 (H_S) は、運動量の定理に従って、式 (7) のごとく示される。

$$P_0 = \gamma \cdot (Z_w - Z) \quad (Z_w \cdot (Z_w - Z)^2 - E_n \cdot (Z_w - Z)^2 + q^2 / 2g = 0) \quad (5)$$

$$P_0 = \gamma h \cdot \cos \Phi - \rho q^2 / (h \cdot (1 + T/K)) \cdot d\Phi / dS \quad (6)$$

$$\rho q (V - V_0) = \rho g \cdot H_S^2 / 2 - \rho g \cdot h_S^2 / 2 \quad (7)$$

ここに、 γ : 水の比重量、 g : 重力加速度、 Z_w : ダム上水位、 Z : ダム垂直座標、 q : 流入量、 E_n : 全エネルギー、 V : 流速である。

上式の他にゴム堰の形状を決定する為には以下の、(8)～(10)式をも満たす必要があり、これらの3式と、(5)～(7)式を(3)式に代入した式を、常微分方程式の境界値問題として、Runge-kutta法とNewton-Raphson法を使うことによって解いた。

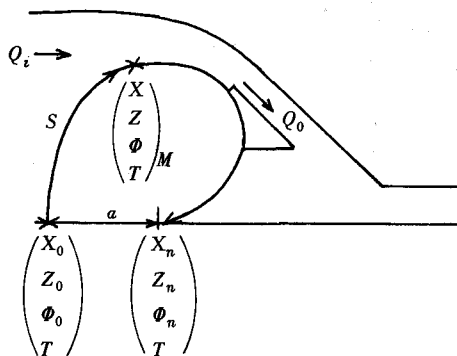


Fig. 3

$$(P_i + P_0) \cdot V = GRT_S \quad (9)$$

$$q = C_0 (H_u - H)^{3/2} \quad (10)$$

$$S_0 = (S_n + a) / (1 + T/K) \quad (11)$$

P_0 : 大気圧、 V : 堰体積、 C_0 : 越流係数、 H_u : 上流水位、 H : 堰高、 S_0 : 全周長、 a : 接地長さ、 S_n : 接地点までの周長、 G : 堰内空気量、 R : ガス定数、 T_S : 温度。

以上のごとく、ゴム堰直前の上流水位及び堰内空気量、堰全周長、伸び剛性等を代入することによって、ゴム堰の形状、堰高、内圧、越流量を求

めることができる。

Fig. 4, 5 は 30 cm のゴム堰の堰内空気量を一定とした時の、上流水位の変化に伴う内圧変化及び堰天端高さの変化について、形状計算より求めた値と実験より得られたデータとと比較したものであり、このような定常な状態においては実によく一致している。実験の内容及び方法に関しては、次頁以後に詳細に記す。

また Fig. 6, 7 は、Fig. 4, 5 と同様な状態において、呼称堰高 6.0 m のゴム堰に関しての、形状計算より求めた結果であり、30 cm のゴム堰に比べ、内圧変化は少ないが、堰高の変化は大きくでている。このようにモデルと実物との傾向が異なっているのは、ゴム堰内の空気量の状態変化に起因するものであり、Froude 則に従ったモデル実験では、再現できない理由である。

ここでグラフにおける、 H_0 : 呼称堰高、 H_u : 上流水位、 P : 内圧、 P_0 : 越流がない状態における圧力、 H : 堰高である。

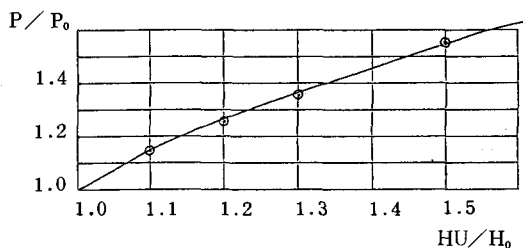


Fig. 4

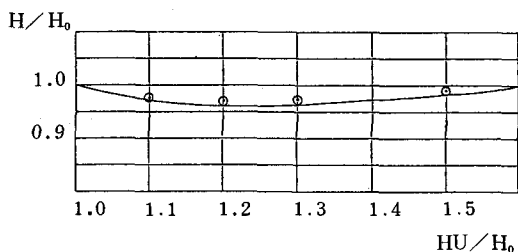


Fig. 5

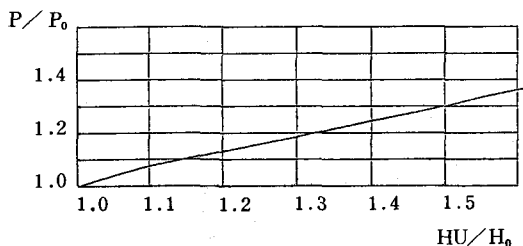


Fig. 6

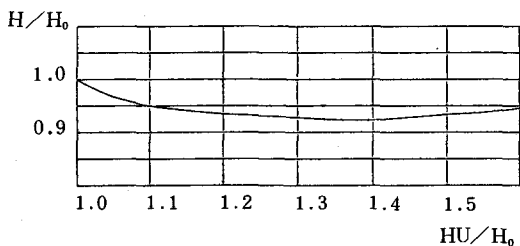


Fig. 7

3. 不定流における基礎理論

川の流れの方向における、各断面において、流水断面積及び流速が時間により異なることを考慮した。運動方程式及び、連続の式を、流量と水位を変量とする式で示すと以下のごとくなる。

$$\frac{1}{gA} \cdot \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{2QB}{gA^2} \cdot \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{2qQ}{gA^2} - \frac{Q^2B}{qA^3} \left(i + \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{Q|Q|}{K^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここに、 i : 水路の河床勾配、 H : 水位、 Q : 流量、 B : 水面幅、 A : 流水断面積、 K : 断面の通水能、 q : 流路単位長さ当りの横流入量、 t : 時間、 x : 上流から下流に向う距離、 g : 重力加速度を示している。

ここで(8)、(9)式における偏微分方程式を、時間に対してはニルソン法を、空間に対しては、台形法を用いた、陰形式の差分法にて置き換えた。この式を三重対角行列になるように整理して、この逆行列を解いた。

この手法によって、現時刻における、各座標での水位と、流量、及び現時刻から ΔT 時間後のゴム堰直前における水位もしくは流量とゴム堰よりはるか離れた上流からの流入量が分かれば、 ΔT 時間後における、全ての座標の、水位及び流量を求めることができる。従ってこの計算を繰り返すことによって、各座標における水位、及び流量の変化を経時的に現わすことができる。

4. シミュレーション計算(形状計算と不定流計算との結合)

以上の二項目の計算において、時刻 t における空気量を $G(t)$ として、堰上流側からの流入量を $Q_{i0}(t)$ とする。ここで、堰の直前における、上流水位を $H_w(t)$ とすると不定流計算と形状計算との結合条件は流

量の連続の条件より、以下の式を満たせば良いことになる。

$$Q_i(t) = C_0 \cdot (H_u(t) - H(t))^{3/2} \dots\dots (14)$$

ここに $Q_i(t)$ は不定流計算により求め、 C_0 は形状計算より導びいた越流係数である。

以上のごとく、この二項目の計算を連合させたシミュレーション計算により、上流より流入してきた流量に対して、堰内空気量が分かれば、ゴム堰の堰高、形状、内圧がどのように変化するか、また堰の越流量、水位等についても経時的に求めることが可能である。

5. モデル実験

前項で述べたシミュレーション計算においては、堰の変化に対しては非定常な方程式を解いていない為、流入量が増加すると共に堰形状も変わるような現象に対して、どの程度の支障をきたすか、モデル実験によって検討してみた。

このモデル実験は、呼称堰高 6.0 m の空気膨張式ゴム堰を Froude 則に従って 1/20 に縮小したモデルを使用して実施した。

実験に使用した水槽は、Fig. 9 に示すように、長さ 10.0 m、幅 3.0 m 深さ 1.0 m の鋼製矩形水路で、最大流量は $0.7 \text{ m}^3/\text{sec}$ である。

実験は Fig.10 のごとく、上流側より $Q_{i0}(t)$ なる流量を Fig.11 に示したごとく流入させて、レコーダーにて、 $H_u(t)$ 、 $H(t)$ を記録して、 $Q_{i0}(t)$ の変化に伴う、 $H_u(t)$ 、 $H(t)$ 、 $Q_0(t)$ を求めた。ここでゴム堰内空気量は一定としている。

尚 $Q_{i0}(t)$ は、Fig.10 に示した、水路幅 1.5 m の四角堰を用いて、これより上流の水位を、容量式水位計によって求め、レーブロック公式より導びいた。また $H_u(t)$ については容量式水位計を用い堰高 $H(t)$ に関しては、ポテンシオメーターを利用して測定した。

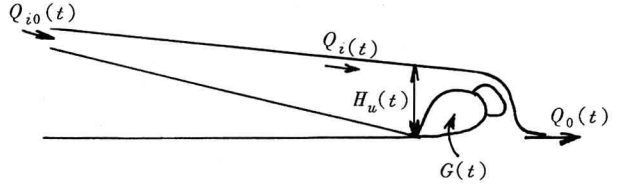


Fig. 8

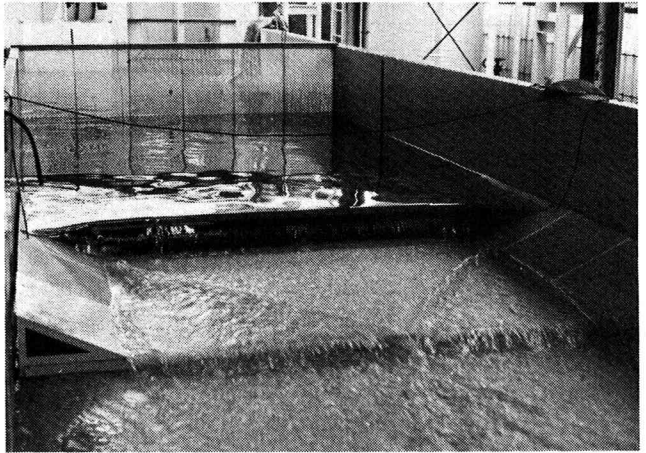


Fig. 9

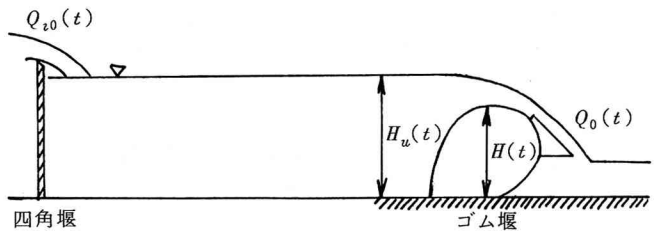
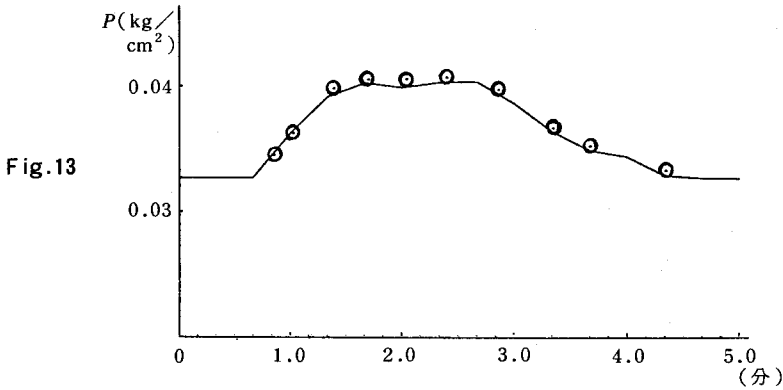
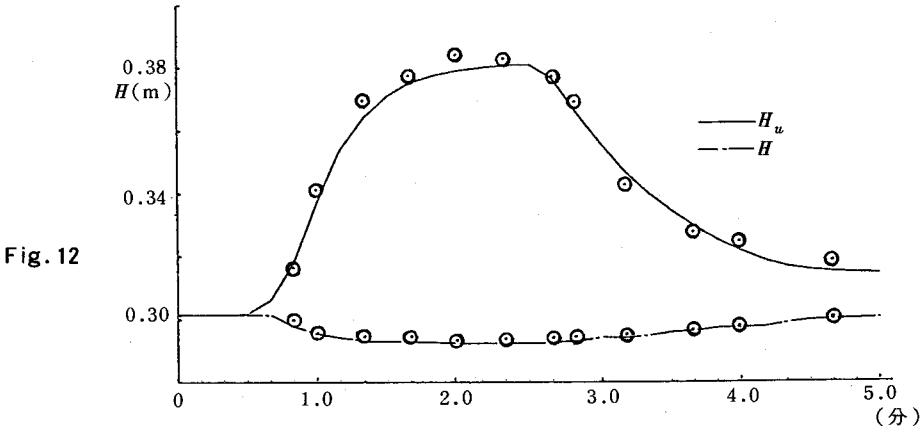
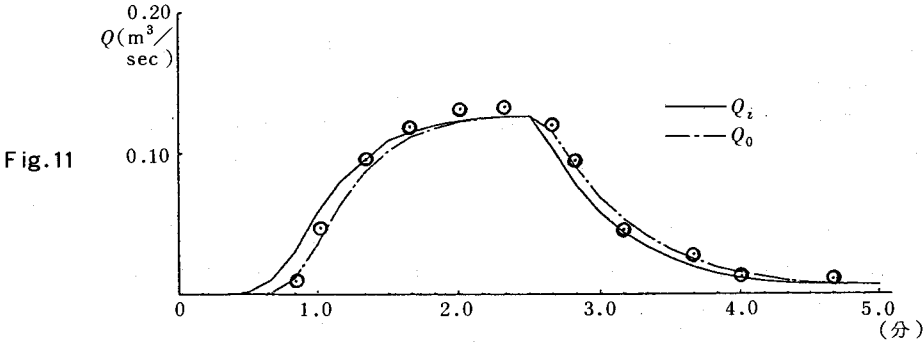


Fig. 10

5. 計算の検証

実験より得られた、流入量の変化を、ゴム堰内空気量一定として、シミュレーション計算に代入して得られた結果が Fig.11 ~ 13 である。

Fig.11 は四角堰からの流入量と、ゴム堰からの流出量の時間に対する変化を示し、Fig.12 は、ゴム堰上流での水位と堰高の変化を示しており、Fig.13 はゴム堰内の圧力の変化を示したグラフである。ここに、実線は理論値で●印は実験値を示している。



これらのグラフから、実験による誤差等を考慮すると、ゴム堰内のガス量一定のような状態における、流入量変化に伴う程度の、堰高変化に対しては、充分このシミュレーション計算にて、非定常な状態を考慮しなくても再現できる。

7. ま と め

空気膨張式ゴム堰の複雑な推理特性を把握する為に、定常状態におけるゴム堰の形状を求める為の計算と不定流計算とを結合したシミュレーション計算を開発し、モデル実験と比較検討した結果以下の結論に致った。

(1) このシミュレーション計算を使うことによって、大型堰を含む実物のゴム堰の取り付けの河川による水理特性を推理することが可能になった。

(2) 今後の問題としてゴム堰内の空気量を急激に増減した場合の実験との比較を行なうことによって、将来、水位制御等のシミュレーション計算にも活用する。

参 考 文 献

- 1) Patrick J. Roache ; Computational Fluid Dynamics, Hermora Publishers, 1976.
- 2) 水理公式集、P.175～196, 1971.
- 3) Bernard Le Méhauté ; An Introduction To Hydrodynamics And Water Waves, Springer-Verlag, 1976.
- 4) 永井荘七郎 ; 水理学、コロナ社、1972.