

断面の変化する水路における密度流
Study of Non-uniform Density current

早稲田大学大学院 学生員 鷲見 元 宏
早稲田大学理工学部 正 員 吉 川 秀 夫
東洋大学工学部 正 員 福 井 吉 孝
早稲田大学大学院 学生員 橋 本 進

1) はじめに
断面急変部を通過する急変成層流では、内部ジャンプ等の界面の激しい乱れをとまなり事が知られている。例えば、塩水くさびにおいても、「河床にかなり大きな凸出部があると、それがまだくさびの中に埋没していても、界面に内部ジャンプを発生させ、さらには界面混合を促進して表層塩分を増加させ、下流側に混合層を形成する。」¹⁾この内部ジャンプは下流の水理条件によってコントロールされるが、連行現象が存在するので、この水理条件を一義的には決定する事は出来ない。そこで内部ジャンプによる連行量を知る事が現象の解明には重要となる。本研究では、まず既往の研究を参考にこの連行量(連行比)を定量的に評価する方法にアプローチし、次に断面急変部として河床に半円筒形障害物を置いた場合の下層流について実験的に調べた。

2) 内部ジャンプ
2-1 実験概要
幅7cm、長さ2m、高さ50cmのアクリル製の水路を用いて、下層流で実験を行った。ポンプにより一定流量の塩水を供給し、サイホンで排出する。また、連行による上層淡水の減少を補うため、水面直下から淡水を一様に補給した。余分な水はオーバーフローさせ、全体水深を一定(4.7cm)に保った。
内部ジャンプにおいて、下流条件は重要な意義を持つ。すなわち下流側サイホンでの排水量により、ジャンプの位置は上下流へ移動することになる。完全内部ジャンプの実験については、サイホンの排水量を調節して、ジャンプの始点がちょうど噴き出し口になる様にした。
密度は導伝率計で測定し、界面の位置は染料を用いて、目視にて決定した。なお連行量は供給塩水流量と塩分濃度の希釈率から算定した。また必要に応じてホットフィルムにより流速を測定した。
実験条件は表1および表2に示す。

表-1 内部ジャンプ実験結果(1)

RUN No.	密度 (g/cm ³)			水深 (cm)		流量 (cm ³ /s/cm)			NOTE
	ρ_0	ρ_1	ρ_2	h1	h2	q1	q2	q0	
1	0.9998	1.00923	1.00910	2.0	2.95	14.3	14.5	0.2	SUBMERGED
2	0.9998	1.00908	1.00816	2.0	5.4	21.4	23.75	2.35	
3	0.9997	1.00861	1.00837	2.0	7.2	21.4	23.0	0.6	
4	0.9999	1.00788	1.00636	2.0	9.9	35.7	44.09	8.39	SUBMERGED
5	1.0000	1.00744	1.00679	2.0	13.0	35.7	39.13	3.43	
6	0.9996	1.00716	1.00523	1.0	7.7	20.0	26.86	6.86	
7	0.9995	1.00691	1.00621	1.0	8.2	20.0	22.08	2.08	SUBMERGED
8	0.9975	1.01654	1.01087	1.0	8.15	34.3	48.8	14.5	
9	0.9984	1.00843	1.00684	1.0	8.7	20.0	23.8	3.8	
10	0.9980	1.01919	1.01450	1.0	2.8	12.9	16.5	3.6	SUBMERGED PLUME
11	0.9990	1.01207	1.00998	1.0	6.8	20.0	24.0	4.0	

2-2 共役水深

内部ジャンプ前後における体積、密度、運動量の連続は次の様になる。

$$q_1 + q_0 = q_2 \quad (1)$$

$$\rho_1 q_1 + \rho_0 q_0 = \rho_2 q_2 \quad (2)$$

$$\rho_2 q_2 \frac{q_2}{h_2} - \rho_1 q_1 \frac{q_1}{h_1} - \rho_0 q_0 \frac{q_0}{h-h_2} = \frac{1}{2} (\rho_1 - \rho_0) g h_1^2 - \frac{1}{2} (\rho_2 - \rho_0) g h_2^2 \quad (3)$$

ここでは、 q_1, q_2, q_0 は、ジャンプ前流量、ジャンプ後流量、連行流量、 ρ_1, ρ_2, ρ_0 は、ジャンプ前下層密度、ジャンプ後下層密度、上層密度、 h_1, h_2, h はジャンプ前下層水深、ジャンプ後下層水深、全体水深である。また議論を簡単にするため圧力は静水圧分布、流速は各層にて一様分布を仮定している。(3)式において h が非常に大きいとすると左辺第3項は無視でき、(1)(2)(3)式より、

$$\left(\frac{h_2}{h_1}\right)^3 - \{2(1+\varepsilon_1)F_{i1}^2 + 1\}(1+\xi)\left(\frac{h_2}{h_1}\right) + 2(1+\xi+\varepsilon_1\xi)(1+\xi)^2F_{i1}^2 = 0 \quad (4)$$

を得る。ここに

$$\frac{\rho_1 - \rho_0}{\rho_0} = \varepsilon_1, \quad \xi = \frac{q_0}{q_1}, \quad F_{i1} = \frac{q_0}{\sqrt{\varepsilon_1 g h_1^3}}$$

である。以上のように共役水深に関する3次方程式が得られる。(4)式において連行比 $\xi = 0$ とすると、(4)式の解は、

表-2 内部ジャンプ実験結果(2)

RUN	$\varepsilon \times 10^3$	F_{i1}	F_{i2}	h_2/h_1	q_0/q_1	$\Delta E/E_1$
1	9.34	1.67	0.953	1.48	0.014	0.013
2	9.20	2.52	0.664	2.90	0.110	0.190
3	8.83	2.57	0.410	3.60	0.028	0.070
4	7.92	4.53	0.564	4.95	0.235	0.455
5	7.39	4.69	0.325	6.50	0.096	0.354
6	7.51	7.37	0.537	7.70	0.343	0.652
7	7.36	7.45	0.368	8.20	0.104	0.639
8	18.7	8.01	0.584	8.15	0.424	0.711
9	9.95	6.40	0.323	8.70	0.188	0.557
10	20.8	2.85	0.882	2.80	0.284	0.231
11	12.9	5.62	0.417	6.80	0.201	0.560

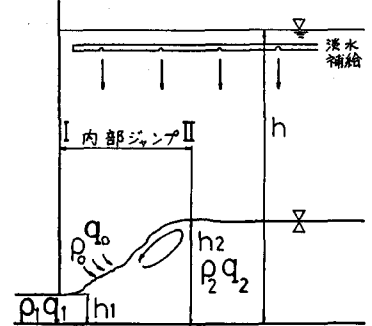


図-1 内部ジャンプ模式図

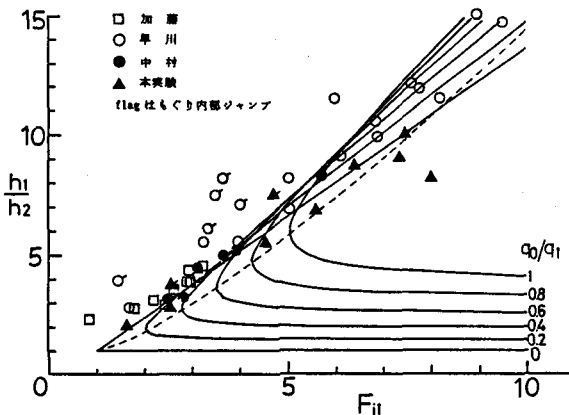


図-2 内部フルード数と共役水深

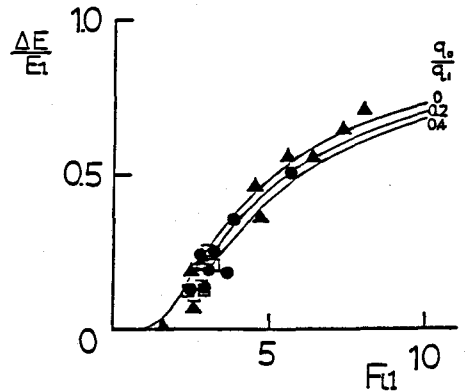


図-3 内部フルード数とエネルギー損失

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + 8(1 + \epsilon_1) F_{i1}^2} \right) \quad (5)$$

となり、開水路ジャンプと類似の解が得られる。(4)式の厳密解は次の形で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{h_2}{h_1} &= -2\sqrt{P} \cos \theta_0 && \text{：負解} \\ \frac{h_2}{h_1} &= -2\sqrt{P} \cos \left(\theta_0 + \frac{2}{3}\pi \right) && \text{：常流解} \\ \frac{h_2}{h_1} &= -2\sqrt{P} \cos \left(\theta_0 + \frac{4}{3}\pi \right) && \text{：射流解} \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} (6-a) \\ (6-b) \\ (6-c) \end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{aligned} \theta_0 &= \frac{1}{3} \cos^{-1} (Q / 2\sqrt{P^3}), \quad P = 1/3 \{ 2(1 + \epsilon_1) F_{i1}^2 + 1 \} (1 + \xi) \\ Q &= 2(1 + \xi + \epsilon_1 \xi) (1 + \xi)^2 F_{i1}^2 \end{aligned}$$

である。図-2は、実験結果と(6-b)、(6-c)の解を表したものである。実験結果は、ほぼ(6-b)を満足している。なお図における包絡線は $\epsilon_1 \rightarrow 0$ とした場合、

$$\xi = -1 + \frac{2 F_{i1}^2 + 1}{F_{i1}^{4/3}} \quad (7)$$

を(6-b)式に代入すると得られる。

2-3 内部ジャンプの連行特性

内部ジャンプの連行比 ξ がジャンプ前断面の水理量によって一義的に定まるかどうかは議論の余地の残る所である。すなわち一つの F_{i1} に対して ξ とジャンプ後の内部フルード数 F_{i2} が運動量の関係を満たす範囲で自由に变化しうるかという事である。確かに F_{i1} に対する実験結果のプロット(図-5参照)は、ばらつきが大きく一義的には定まらないようにも思える。しかしながら、前述の様に ξ と F_{i2} が自由に变化し、それぞれが定常的に可能であるとする、それらの状態は不安定なものである。なぜなら、ある定常状態に対して何らかの外的要因によって ξ と F_{i2} が変化しても、その変化後の状態から元の状態へ復元しようとする作用が無いからである。筆者らは外的インパクトに対して安定な内部ジャンプが存在するものとして、連行比が何か別の方法でほぼ一義的に決定されると考えて議論を進める。

内部ジャンプにおいて連行を生ぜしめる乱れエネルギーは、ジャンプによって熱的に失なわれるエネルギーに比例すると考えるのは妥当であると思われる。そこでこのエネルギー損失の特性を図-3に示す。なおジャンプ前後のエネルギーは、

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= e_1 q_1 = \left\{ \rho_1 \frac{q_1^2}{2 h_1^2} + (\rho_1 - \rho_0) g h_1 \right\} \cdot q_1 \\ E_2 &= e_2 q_2 = \left\{ \rho_2 \frac{q_2^2}{2 h_2^2} + (\rho_2 - \rho_0) g h_2 \right\} \cdot q_2 \\ \frac{\Delta E}{E_1} &= \frac{E_1 - E_2}{E_1} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

と定義する。ここに E_1 、 E_2 は単位時間にI、II断面を通過するエネルギーで、 e_1 、 e_2 は単位体積当りのエネルギーである。図-3の曲線は(8)式に(6-b)式を代入して得られたものである。連行が存在すると熱的に損失するエネルギーは減少するがこれは、連行水が最終的に得たエネルギーが損失には勘定されないからである。さて実際に連行に必要なエネルギーはどの程度のものであろうか。連行された流体は一時的には単位体積当り e_2 より大きなエネルギーを受け取り、内部ジャンプのローラー部を通過する間に熱的にエネルギーを損失し、最終的に e_2 に置ちつく。この考え方は、連行現象の大部分がジャンプの先端部分で生じて

いるというWilkinson & Wood²⁾等の報告に基づいている。そこで連行水が最初に受け取る単位体積当りのエネルギーを e_0 とすると、

$$\frac{e_0 q_0}{E_1} \propto \frac{\text{乱れエネルギー}}{E_1} \propto \frac{\Delta E}{E_1} \quad (9)$$

の関係が予想される。ここで $e_0 = \alpha' e_1$ を仮定するならば(9)式の関係は、

$$\frac{q_0}{q_1} = \alpha' \frac{\Delta E}{E_1} \quad (10)$$

と表わされる。図-4に連行比 q_0/q_1 と $\Delta E/E_1$ の関係をプロットする。同図より $\alpha' = 0.52$ が得られた。

図-3を見て分かる様にエネルギー損失 $\Delta E/E_1$ は $0 < \xi < 0.5$ の程度の範囲では、 $\xi = 0$ として計算してもそれ程大きな差異はない。そこで(8)式において連行がないものとして整理すると、

$$\left. \frac{\Delta E}{E_1} \right|_{\xi=0} = 1 - \frac{F_{i1}^2 (h_2/h_1)^{-2} + 2(h_2/h_1)}{F_{i1}^2 + 2} \quad (11)$$

が得られるので、(5)式および(10)式を代入すれば、 F_{i1} と連行比の関係を得る。これを図-5に示す。この関係は比較的良好に現象を表わしていると思われる。

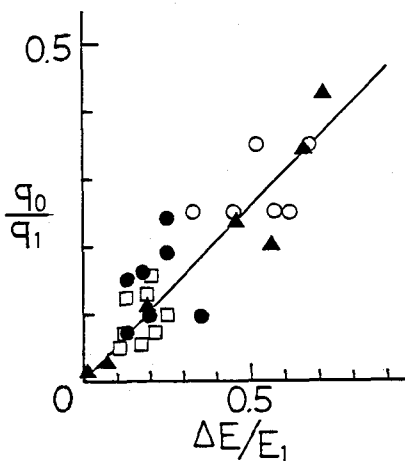


図-4 エネルギー損失と連行比

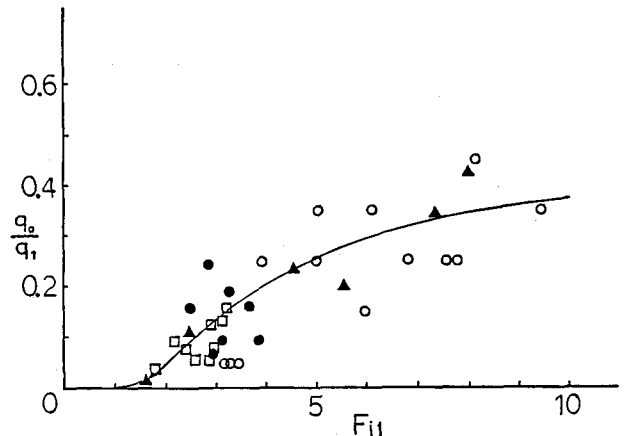


図-5 内部フルード数と連行比

3. 半円筒形障害物を完全越流する下層流

3-1 実験概要

前項では、内部ジャンプにおける連行特性を調べたが、次に断面が急激に変化する場合に生じる内部ジャンプの流れがどのようなものかを調べるために、河床に半円筒形障害物を置いた場合に完全越流する下層流の実験を行った。

長さ5m、幅15cm、高さ40cmの水路床上に半径3cmの半円筒形障害物を設置した。

3-2 流況(界面の様子)

障害物を越流する時、流れは内部常流から内部射流に移転し、その後内部ジャンプまたは密度噴流的な流れになる。それと同時に障害物頂上付近で発生した界面動揺は、流下とともに発達しまき渦となり内部ジャンプや密度噴流にオーバーラップする。

写真1～3は同一流入条件に対して、下流条件の違いによる流況の変化を示したものである。障害物を越える射流部の界面形状は変化しないが、Wilkinson & Wood²⁾が報告している様に下流水深が大きくなるに

つれて密度噴流的な流れから内部ジャンプ的な流れに変化しているのが分かる。まき渦の発生周期、発生位置は、下流条件の違いに対してもあまり変化しない。図-6に越流前の内部フルード数とストローハル数 S_t の関係を示す。ここに、

$$S_t = R / U_o T$$

T ：まき渦発生周期

U_o ：越流前の下層平均流速

である。同図を見ると同じ F_{i0} 数に対しても ε が異なると若干 S_t 数が異なるようである。この渦の発達の仕方には次の様な傾向が見られた。それは、一つ一つの波が同じ様に成長するのではなく、2～3個の波が相互に関連を持って同時にまき渦になる。このためまき渦の発生位置は2～3波長の幅を持っている。

3-3 連行比

越流後の内部ジャンプに関する諸量を表3に表わす。半円筒形障害物を越流する場合、障害物頂上付近で内部フルード数が1になり、越流後の内部フルード数はそれ程大きくなりえない。今回の場合 h_o/R が1.9～3.7の範囲で F_{i1} （ジャンプ前の内部フルード数）は1.2～2.0程度である。連行比の値はかなり小さく、測定誤差の範囲に入ってしまう。が図-4、図-5と比較するならば、オーダー的には妥当な値と言える。まき渦の発生による連行比への寄与はそれ程大きくはないようであるが、さらに検討が必要である。

表-3 半円筒形障害物実験結果

RUN	F_{i1}	$q0/q1$	$\Delta E/E1$
A-1	1.257	0.0166	0.0077
A-2	1.728	0.0377	0.0260
A-3	2.025	0.0338	0.1621
A-4	1.632	0.0334	0.0382
A-5	1.526	0.0426	0.0146

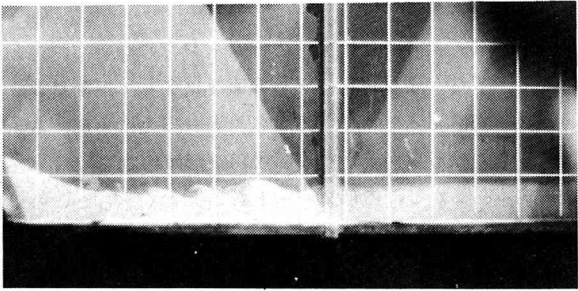


写真-1

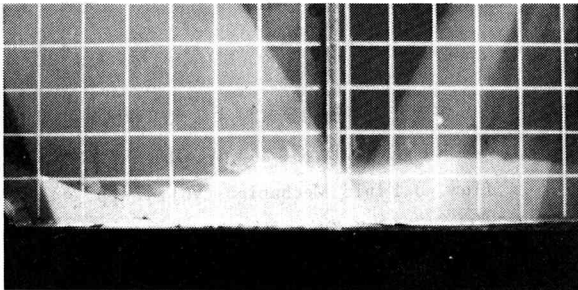


写真-2

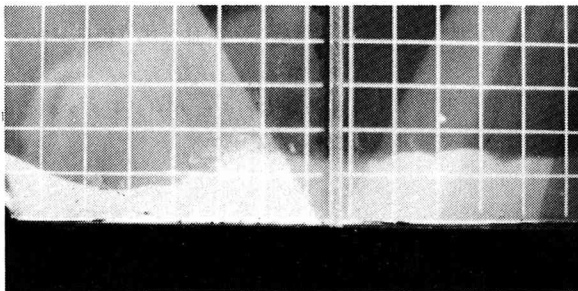


写真-3

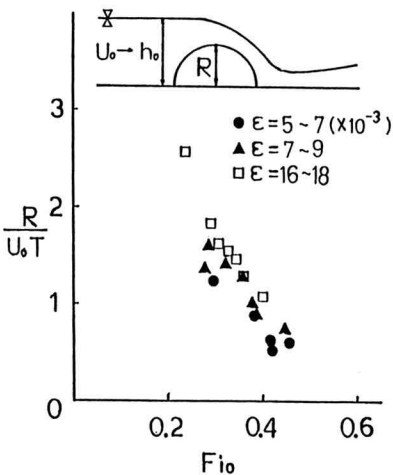


図-6 内部フルード数とストローハル数

4. おわりに

本研究においては、まず内部ジャンプについて、運動量とエネルギーの観点から検討を行なった。内部ジャンプでは、連行現象のため界面をはさんで運動量およびエネルギーの授受が存在する。連行に必要なエネルギーがジャンプにおけるエネルギー損失に比例すると考えるならば、連行比は、図-4および図-5の曲線で表わせる事が分かった。半円筒形障害物を設置した場合に生じる内部ジャンプでは、界面にまき渦が発生する。しかし、内部フルード数が大きくならないので連行比は小さく、まき渦による連行の促進は顕著ではなかった。

なお本研究は、文部省、科学研究費、試験研究(1)「流入濁水の長期滞留防止のための選択放水技術の開発」(代表者：早稲田大学、吉川秀夫)の補助を受けた。また、実験およびその解析にあたって早稲田大学4年永井文男君に協力して頂いたことを付記し、ここに謝意を表する。

参考文献

- 1) 成層密度流の界面現象に関する水工学的研究、土木学会水理委員会密度流研究小委員会、1974
- 2) WILKINSON, D. L. and WOOD, I. R.: A rapidly varied flow phenomenon in a two-layer flow, J. Fluid Mechanics, Vol. 47, pp. 241 ~ 256, 1970
- 3) 中村 充, 乃万俊文, 龍富士夫: 密度成層流の内部跳水、第25回海岸工学講演会論文集、pp. 456 ~ 459, 1978
- 4) 加藤和憲, 志村博康: 浮流体の跳水と混入について—河口周辺での混合拡散に関する研究—、農業土木試験所、pp. 55 ~ 74, 1973
- 5) 早川典生, STEFAN, H.: 混合を伴う内部ジャンプについて、第17回水理講演会論文集、pp. 44 ~ 49, 1973
- 6) 岩崎敏夫, 上原忠保: インターナルジャンプの変動スペクトルに関する研究、第18回海岸工学講演会論文集、pp. 299 ~ 304, 1971