

オープンパイプラインの最適制御法 An optimal control to pipelines with some check-stands

農林水産省農業土木試験場・正会員 島田正志

I はじめに

農業用水システムの大規模パイプライン化が進行しつつある現在、管理制御技術上の問題が、今後重要性を増すであろう。¹⁾

大規模パイプシステムの幹線では、日単位の需要パターン・天候に応じて、水管理者側の判断でシステムの制御を行うことが、安定した水管理上望ましい。本論文では、送水パイプラインの主幹線の供給主導的性格に着目して²⁾、流量の変更に伴う系の最適制御と系の安定性について取扱う。

複数個の自由表面部分(サージングタンク)で特徴づけられるオープンパイプラインとクローズドバイプラインでは、系の性格が著しく異なる。ここでは、前者の系を対象として、緩やかな水面変動を中心とする過渡現象の制御をシステム論的に議論する。

オープンパイプラインは、低い圧力で比較的大きな流量輸送をはば一定して行う場合によく採用される形式である。濃尾平野では大規模なオープンパイプラインが使用され、日々の流量変更時には、システムの安定化のために、多くの管理労力を要することが考えられる。

系内の分水・水位制御用のチェックスタンドは、市街部等にも建設され、水位振動をできるだけ小さくすることが重要である。数十km規模のシステムでは、系の安定化時間は数時間にも渡る可能性がある。システムの操作管理には、現場技術者の経験を踏まえながらも理論的方法により現実の操作を根拠づけ、管理労力を節減し、安定した水管理を計る必要がある。

白石らは³⁾ある地区のオープンパイプラインの流量変更に伴う系の制御を論じて、マイナーループの水位・流量制御が、必ずしも安定ではなく、ハンチング等の不安定性をもたらす場合があるとした。また、最終的定常状態より求めた、ゲートやバルブの開度を設定することで、複雑な流れの制御が可能であると^{4), 5)}した。鬼塚は^{4), 5)}非線型回路理論との類推により剛柱理論で記述されるパイプライン過渡現象をシステム論的に取扱う方法を展開している。その中

で、「システム状態量」を解析的に導入することに成功した。

著者はオープンパイプラインの基本モデルを設定して、流量変更に伴う過渡現象をルンゲクッター法で数値解析し、水位変動の目標関数を導入し最適制御を論ずる。また、システム状態量の1つである「リャプーノフ関数」を利用して、系の安定化と短時間制御について検討する。

II 問題の定式化

1. 基本モデル

モデルとして、図1に示すオープンパイプラインを考える。

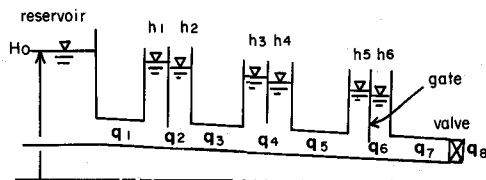


図1 オープンパイプラインのモデル

議論のために必要な単純化を行う。最上流は十分に大きな貯水池で一定水頭が保たれる。末端にはバルブがあって流量変更がなされる。分水・水位制御のために、3つのチェックスタンドが直列に配置され、各スタンドはゲートにより上下に2つの水槽に区分される。なお、分水はないものとし、余水吐も設置されず、越水は許さない、と仮定する。3つのスタンドの下流側各水槽の水位は、ゲートにより最終的定常状態では各々一定水位に制御されるとする。

2. 基礎方程式

各水槽での連続式

$$A_1 \dot{h}_1 = q_1 - q_2 \quad (1)$$

$$A_2 \dot{h}_2 = q_2 - q_3 \quad (2)$$

$$A_3 \dot{h}_3 = q_3 - q_4 \quad (3)$$

$$A_4 \dot{h}_4 = q_4 - q_5 \quad (4)$$

$$A_5 \dot{h}_5 = q_5 - q_6 \quad (5)$$

$$A_6 \dot{h}_6 = q_6 - q_7 \quad (6)$$

ここで、 A_k ($k=1, 6$)=水槽の断面積、 h_k ($k=1, 6$)=基準位からの水槽水位、 $q_1 \cdot q_3 \cdot q_5 \cdot q_7$ =各管路の流量、 $q_2 \cdot q_4 \cdot q_6$ =チェックゲートでの通過流量。記号($\dot{}$)は、時間微分を示す。

チェックゲートの連続条件

$$q_2 = C_2 B_2 \left| h_1 - h_2 \right|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(h_1 - h_2) D_2 \quad (7)$$

$$q_4 = C_4 B_4 \left| h_3 - h_4 \right|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(h_3 - h_4) D_4 \quad (8)$$

$$q_6 = C_6 B_6 \left| h_5 - h_6 \right|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(h_5 - h_6) D_6 \quad (9)$$

B_i =ゲート幅、 C_i =流量係数、 D_i =ゲート開度、 $\text{sgn}(\cdot)$ は、($\cdot$)の正負を表す記号とする。

管路の運動方程式

$$L_1 \dot{q}_1 = H_0 - h_1 - K_1 q_1 \left| q_1 \right| \quad (10)$$

$$L_3 \dot{q}_3 = h_2 - h_3 - K_3 q_3 \left| q_3 \right| \quad (11)$$

$$L_5 \dot{q}_5 = h_4 - h_5 - K_5 q_5 \left| q_5 \right| \quad (12)$$

$$L_7 \dot{q}_7 = h_6 - h_7 - K_7 q_7 \left| q_7 \right| \quad (13)$$

$$\text{ただし } L_i = (\ell_i / g a_i) \quad (14)$$

$$(i = 1, 3, 5, 7)$$

$$K_i = f_i \ell_i / (2g d_i a_i^2) \quad (15)$$

ℓ_i =管長(m)、 d_i =管径(m)、 a_i =断面積(m^2)
 f_i =摩擦損失係数、 g =重力定数。

3. 境界条件

①貯水池：一定水位 H_0

②バルブ： $t \leq 0$ $q_6 = q_7 = Q_0$ 初期定常流量

$$0 \leq t \leq 60N, q_6 = q_7 = Q_0 \left(1 + \frac{Q_1 - Q_0}{60N} \cdot \frac{t}{Q_0} \right) \quad (16)$$

 $60N \leq t$ $q_6 = q_7 = Q_1$

N =バルブ操作時間(分)、 Q_1 =最終的定常流量。

③ゲート：流量変更による流れを制御するために、ゲートは同一速度 V_G (m/分) で3つ同時に操作され、一定速度で、次の定常状態で設定される開度まで作動する。ゲート閉鎖時は、 V_G は負の速度とする。

チェックゲート速度 V_G とバルブ操作時間 N をどのように選択すれば、よりよい制御となるかを検討する。

4. 系の目標関数

まず、より良い制御を識別するために、目標関数を導入する。本論文では、系の目標を次の2点に絞って考察する。

- ① 各水槽水位の変動を可能な限り小さくすること。
- ② 系の過渡現象をできるだけ短時間で安定させること。

この2つの目標は、相互に内的関連があると予想される。そこで、まず、水槽水位の変動に関する目標関数を次のように導入する。

$$\delta = \int_0^\infty I(t) dt \quad \left. \begin{aligned} I(t) &= \sum_{i=1}^6 \frac{A_i (h_i(t) - \bar{h}_i)^2}{2} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$\bar{h}_i$ =流量 Q_i に対応する最終定常状態での水槽 i の水位である。なお、解析結果の図では、次の無次元目標関数が表示される。

$$J = (\delta / I(0)) \times 10^{-3}$$

5. 系の状態量

ここでは、鬼塚の研究を援用して、対象とする系の状態量を導入する。図2にモデルに対する有向グラフを示す。流量ベクトル $\bar{Q}$ 、損失水頭ベクトル $\bar{H}$ が次式で定義される。

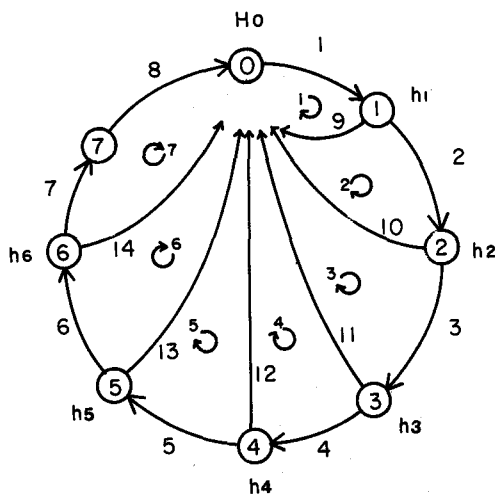


図2 有向グラフ

$$\bar{Q} = (q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, A_1 \dot{h}_1, A_2 \dot{h}_2, A_3 \dot{h}_3, A_4 \dot{h}_4, A_5 \dot{h}_5, A_6 \dot{h}_6)^* \quad (18)$$

$$\bar{H} = (H_0 - h_1, h_1 - h_2, h_2 - h_3, h_3 - h_4, h_4 - h_5, h_5 - h_6, h_6 - h_7, h_7 - H_0, h_1 - H_0, h_2 - H_0, h_3 - H_0, h_4 - H_0, h_5 - H_0, h_6 - H_0)^* \quad (19)$$

記号 $*$ は、ベクトルの転置を意味する。
次式の成立することが証明される。

$$\bar{H}^* \cdot \bar{Q} = \bar{H} \cdot \bar{Q}^* = 0 \quad (20)$$

$$\dot{\bar{H}}^* \cdot \bar{Q} = \bar{H}^* \cdot \dot{\bar{Q}} = 0 \quad (21)$$

$$\dot{\bar{H}}^* \cdot \dot{\bar{Q}} = 0 \quad (22)$$

(22)式と基礎方程式とより、次の関係式が得られる。

$$V_L = \sum_{i=1}^{1,3,5,7} \frac{L_i (\dot{q}_i)^2}{2} + \sum_{i=1}^6 \frac{A_i}{2} (\dot{h}_i)^2 \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \frac{dV_L}{dt} = & -2 \sum_{i=1}^{1,3,5,7} K_i |q_i| (\dot{q}_i)^2 \\ & - q_2 \left(\frac{(\dot{h}_1 - \dot{h}_2)^2}{2(h_1 - h_2)} + \frac{\dot{D}_2}{D_2} (\dot{h}_1 - \dot{h}_2) \right) \\ & - q_4 \left(\frac{(\dot{h}_3 - \dot{h}_4)^2}{2(h_3 - h_4)} + \frac{\dot{D}_4}{D_4} (\dot{h}_3 - \dot{h}_4) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - q_6 \left(\frac{(\dot{h}_5 - \dot{h}_6)^2}{2(h_5 - h_6)} + \frac{\dot{D}_6}{D_6} (\dot{h}_5 - \dot{h}_6) \right) \\ & - \dot{q}_8 \dot{h}_7 \end{aligned} \quad (24)$$

長大なパイプラインでは、ゲートの操作時間に比して、過渡現象は十分長く継続する。また、最終的定常状態に近ければ、各水槽水位は、上流側から下流側へ順次低くなる。これから、(24)式の各項は負値となることがわかる。

従って、(23)、(24)式は、非線型常微分方程式論で安定性の議論に有効となる、リャプーノフ関数 V_L を定義する。

考察しているシステム制御について、短時間安定化の指標として、このリャプーノフ関数を利用する。

次に、「Tellegenの定理」として知られる(20)式より、系のパワー収支に関する式が誘導される。

$$T = \sum_{i=1}^{1,3,5,7} L_i q_i^2 / 2 \quad (25)$$

$$U = \sum_{i=1}^6 A_i h_i^2 / 2 \quad (26)$$

T 、 U で系の運動エネルギー、位置エネルギーを定義すれば、系のパワー収支は

$$E = T + U \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} = & - \sum_{i=1}^{1,3,5,7} K_i q_i^2 |q_i| + q_1 H_0 - q_2 (h_1 - h_2) \\ & - q_4 (h_3 - h_4) - q_6 (h_5 - h_6) - q_7 h_7 \end{aligned} \quad (28)$$

E で系のエネルギーを定義すれば、後に考察する最適制御をエネルギー状態から分析するのに利用できる。

6. 数値解析

基礎方程式および所与境界条件より、表1の具体的なシステムパラメーターの下で、ルンゲクッター法で数値解析する。目標関数は、シンプソンの $1/3$ 則で数値積分した。時間きざみ $\Delta t = 0.5$ 秒とした。なお、スタンドの構造、ゲート流量係数等は単純化しているが、実際の立場からは水理学的に検討される必要があろう。

Table 1 $\phi D_i = 0.3 \text{ m}$

$$Q_0 = 3.5 \text{ m}^3/\text{sec} \quad B_i = 3 \text{ m}$$

$$l_i = 2000 \text{ m} \quad C_i = 0.62$$

$$d_i = 2 \text{ m} \quad f_i = 0.014$$

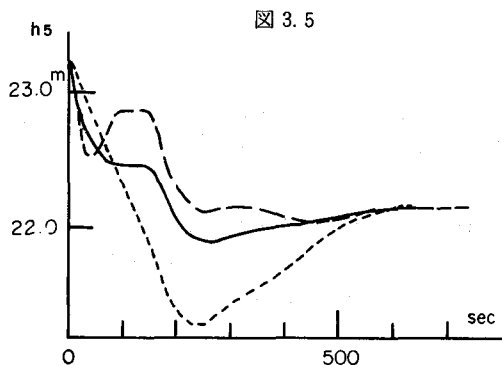
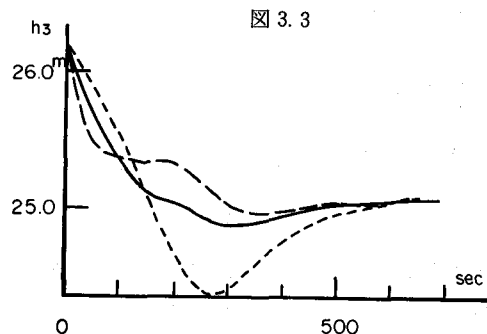
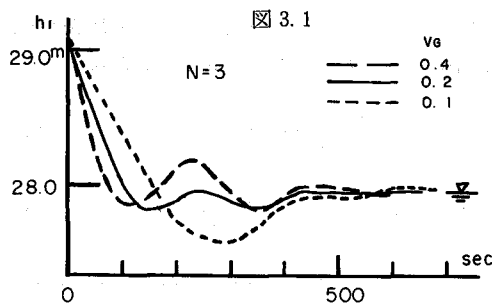
$$A_i = 15 \text{ m}^2 \quad H_0 = 30 \text{ m}$$

ただし、 ϕD_i = 初期定常時に設定されるゲート開度

Ⅲ 解析結果と考察

1. 流量を50%増加した場合

図3.1～3.6には、パルプ操作時間 $N = 3$ 分の場合に、各水槽の水位変化を数種類のゲート速度に対して示す。各図から、ゲート速度 $= 0.2 \text{ m/分}$ であれば、水位は短時間で目標に漸近し、水位振動も小さく

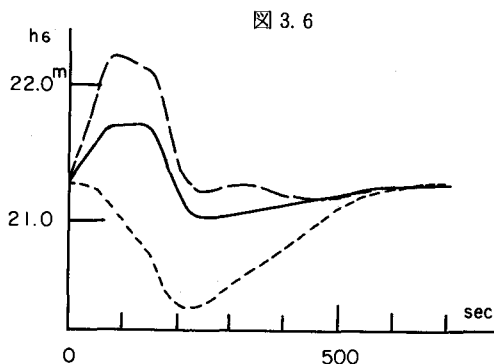
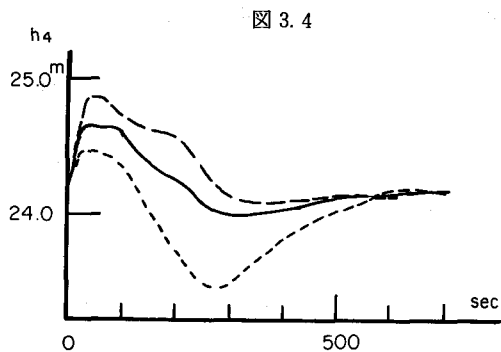
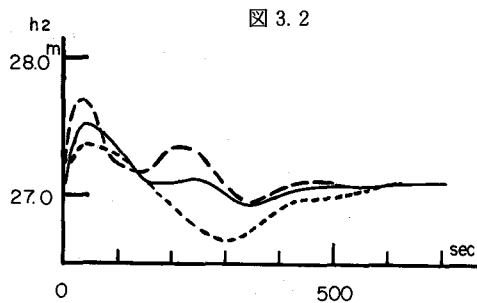


なることが読みとれる。

図4には、無次元目標関数がゲート速度に対して示される。目標関数を最小とするゲート速度、最適制御の存在を示すデーターとして、図3の結果を裏づけている。

図5には、リャプーノフ関数 V_L の時間的变化を示す。流量 Q_i に対応する定常状態にシステム全体が漸近するにつれて、 V_L はゼロにむけて小さくなる。この傾向は、図4で示した最適制御時にもっとも強くなり、系は安定化する。これより、系の目標関数を最小化する制御が、過渡現象の短時間安定のための制御とはほぼ一致することが期待される。

図6には、切式で定義したエネルギーの時間的变化を示す。無次元化は、 $t = 0$ のエネルギー E_0 で行った。最適制御時に、エネルギーも不要な振動を



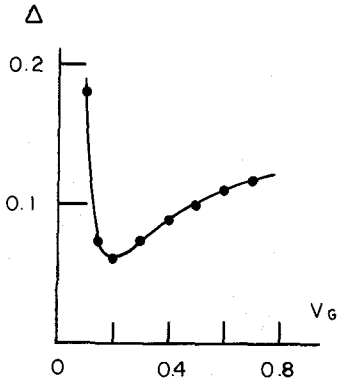


図 4

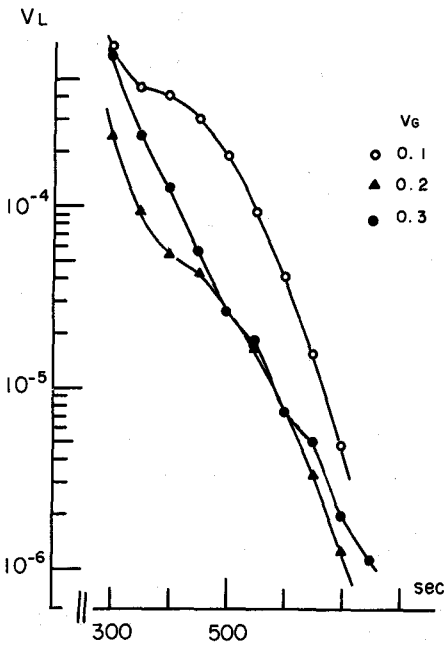


図 5

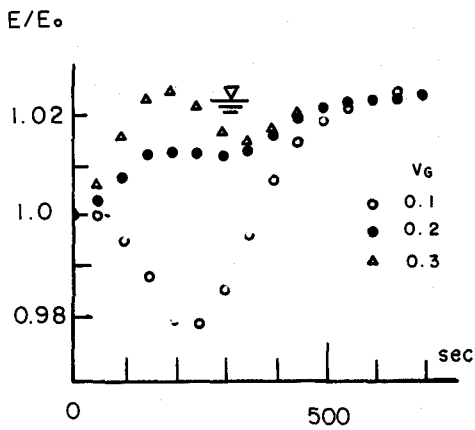


図 6

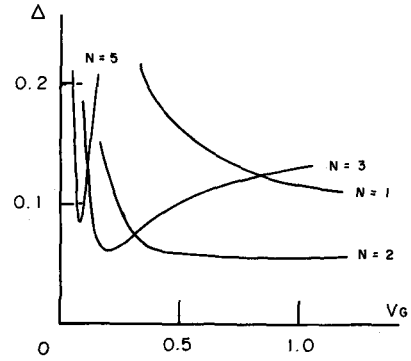


図 7

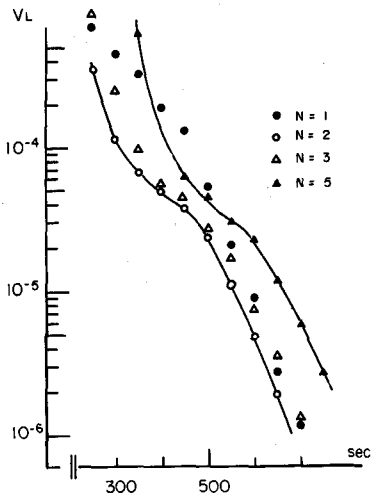


図 8

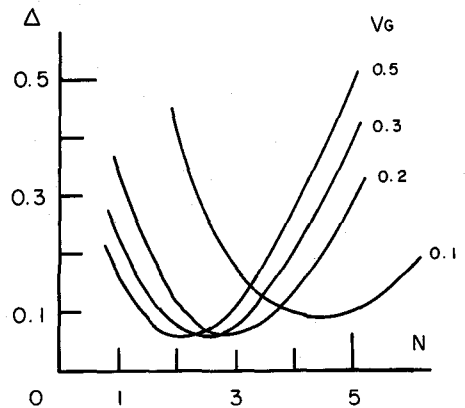


図 9

せずに、次のエネルギーレベルへ移行することがわかる。次は、パルス操作時間 N をパラメーターとした結果を示す。

図 7 には、図 4 と同様、種々の N とゲート速度 V_G

に対して、目標関数を示す。図より、考えている流量変更に対する最適バルブ操作時間は、 $N = 2 \sim 3$ 分であると言える。

図8には、各 N に対する最適制御時のリャプノフ関数 V_L を示す。 $N = 2$ (分)の場合に系が早く安定することがわかる。

図9は、ゲート速度 V_G を一定として、 N を変えた場合の目標関数 Δ に先述した結果を表現し直した。

2. 流量を50%減少させた場合

図10には、各バルブ操作時間 N に対して最適制御が存在すること、および、最適バルブ操作時間があることを示す。

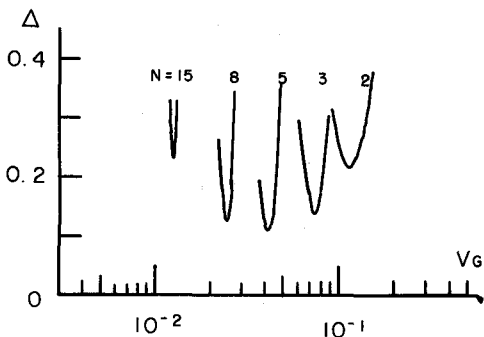


図10

図11には、図10の各 N に対する最適制御時のリャプノフ関数の時間的変化を示す。この図からも、最適制御と流れの短時間安定制御とがほぼ一致するという点を確認できる。

ところで、実際のゲート操作を行う場合、ゲート速度のわずかな誤差が、予想よりも大きな水位振動を起さぬゲート速度領域、バルブ操作時間を選択すべきである。 $N = 5$ 分に、考えている目標関数を最小とする最適制御があるとは言え、ゲート速度のより大きな値を最適値としてもつ、 $N = 2$ 分の方が安定した制御を可能とするであろう。

考えている系の輸送量・変動量に対応して、もっとも安定した制御を実現するよう、種々の条件に応じてゲートや、バルブの操作速度を可変とすべきであろう。そうすれば、流量の制御速度を流れのもつ慣性と調和させ、水位振動を小さく、流れを短時間で安定にすることが可能となるであろう。今後、こ

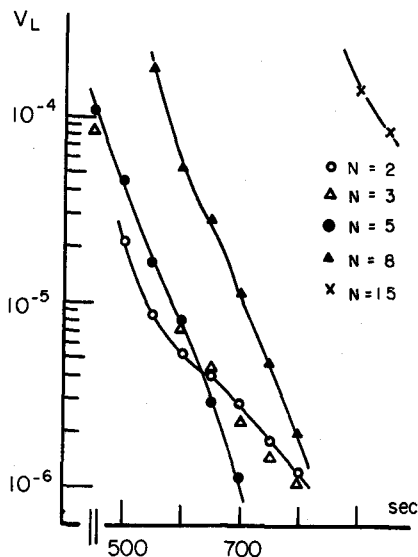


図11

うした手法により、大規模オープンパイプシステムでの管理労力を節減して、安定した水供給を行う必要がある。

参考文献

1. 農業用水のパイプライン化の問題点, 農業土木学会誌, Vol. 48, No. 3, 1980.
2. 緒形博之, 水管理システム論, 水と日本農業, 1979, 東京大学出版会.
3. 白石英彦・岩崎和己・伊藤喜一: (未発表)
4. 鬼塚宏太郎, 状態空間解析による枝わかれ管路のサージング減衰特性の評価, 土木学会論文集, No. 262, 1977.
5. 鬼塚宏太郎, 農業用水幹線パイプラインの非定常解析に関する研究, 東京農工大学農学部学術報告, 第22号, 1981.