第27回水理講演会論文集　1983年2月

投資配分問題としての河川段階改修計画

Investment Planning in Staged River Improvement

大阪大学　工学部　正員　室田　　明
近畿大学理工学部　正員　江藤　剛治

1. 概　　要

著者らは段階的治水計画を次のように階層化して取り扱うことを提唱してきた。[1)〜3)]

① 長期計画レベルの問題（治水水準改訂問題）　② 中期計画レベルの問題（治水投資配分問題）

③ 短期計画レベルの問題（着工順位付問題）

著者らはこれまで，治水水準改訂問題に関する基礎的検討，[1),3)] 実態分析と実用解法，[4)] 着工順位付問題に関する実際的な検討例[2)]などを示した。本論文では，主として，治水投資配分問題に関する理論的検討を行う。

最近段階的治水計画に関するいくつかの研究発表が行われている。[5)〜9)] 内容は，実態分析に近いと見られるものと，システム解析あるいは数理計画手法の適用を主眼としたものに分類できよう。今後これらを総合的に発展させ体系化する必要がある。このためには，数理計画手法等の適用を目的とした，現象の特性に関する基礎的な検討を積み重ねる必要がある。本論文では，このような観点から検討を行っている。

治水投資配分問題について，次のような知見が得られた。

① 規模の経済性を考慮しないときは，各期間ごとに最適な投資配分を行えば，これが全期間を通じて最適な投資配分となる。これを各期最適投資配分問題と呼ぶ。

② 治水工事の主たる目的・制約を，3つの原則の形で述べた。

効率最大の原則：投資配分問題では，総投資額は与えられているので，総被害額最小の条件。

公平の原則：流域内各地点の洪水生起頻度均一化の条件。

権利保全の原則：いかなる治水工事によっても，一時的にせよ洪水危険度が増大する地点があってはならないという条件。

③ これらの原則と，単一河道の疎通能分布の関係を検討した。当然，公平の原則からは，疎通能は上下流を通じて一定でなければならない。効率最大の条件からは，次の一見逆説的な定理が成り立つ。「単一河道においては，下流に向って疎通能が増大してはならない。」　これを「疎通能定理」と呼ぶ。一方，権利保全の原則を，着工順位付問題に適用すると，次の条件が得られる。「疎通能定理を満たし，かつ，疎通能が一定でない河道を作るとすれば，その過程で，必ず権利保全の原則が破られる。」　ただし，複数の河道区間を同時に改修する場合，遊水池のある場合などを除く。よって，効率最大の原則と，権利保全の原則を同時に満たす，という条件からも，疎通能一定の条件が導かれる。

④ 治水投資配分問題の目的関数には，溢流現象に基づく折れ曲がり，または飛躍が存在する。疎通能定理の導入により，この難点を回避することができる。

⑤ 数理計画法を適用したときの，計算効率，制限などを示した。

まず，段階的治水計画に関連する諸事項のうち，これまでの研究発表ののちに明らかになった事項について述べる。次に治水投資配分問題に関する理論的検討を行う。

2. 段階的治水計画の諸側面

前報で，段階的治水計画の意義について分析した。[1)〜3)]本節では，その後の研究過程で浮かび上がってきた，段階的治水計画の諸側面について述べる。段階的治水計画は，通常の治水計画の一部，または通常の治水計画を精密化したものであると考えられる。よって以下の議論は，通常の治水計画に関する諸問題を，段

階的実施計画という観点から検討したものとなる。

a．歴史的考察

小出は文献10）の序言で次のように述べている。「簡単に言ってしまえば，利水が常に先行し，治水は遥かにおくれてこれを追うということである。………中略……常に利水が先行し，治水は遥かにおくれてこれを追う事実は，河川の問題を乗り越えて，今日われわれの周囲を広く支配する原則であるといってもいい過ぎではあるまいと思う。」「利水が常に先行し」を「土地利用の高度化が常に先行し」と置きかえれば，この指摘は，現在の都市河川問題に対しても正しく成立する。段階的治水という観点からは，次の2点が重要な視点となる。

①インフラストラクチャーとしての治水事業と，利水あるいは土地利用の高度化の動力学的関係。[11)〜13)]

②とくに，治水事業は常に，著者らの言う「過剰需要型の規模拡張問題[1) 3)]」であったという点。

前者については十分な考察を行っていない。現段階では，治水投資と治水需要の相互干渉は無視している。すなわち，長尾ら[14)]の言う非弾性問題を取り扱っている。②は，本論文を含む一連の研究の，基本的な視点の一つである。

古来，治水水準は段階的に引き上げられてきた。地先水防的な治水事業に始まり，国力の充実・技術の進歩と，洪水から守られるべき流域人口・資産の集積にともなって主要な河川の改修が行われてきた。明治29年の旧河川法でも，河川改修の最終目標値を明確にしておく規定は無かった。改修を行う区間については，目標とする高水流量を定めていたが，既往最大流量の更新のたびごとに，この目標治水水準の改訂が行われた。昭和39年の新河川法では，各河川の治水の最終目標として，「工事実施基本計画」を示すことが制度化された。段階的治水計画という観点から，次のような諸点を指摘しておく。

① 歴史的には，利水が先行し，治水がこれを追いかけて，ある水準まで治水需要を満たす，という過程がくり返されてきた。このくり返しも，ある種の段階治水とみることができる。ただし，この過程は，結果として生じた，いわゆる「追いかけ型の段階施設拡張[14)]」であり，段階的治水計画に基づくものではない。各サイクルの中では，過剰需要型の段階的治水問題になっており，実際の事業実施にあたっても，段階的計画らしきものが採用されたかもしれない。

② 工事実施基本計画の制度化が，段階的治水計画に大きな根拠を与えた。すなわち，工事実施基本計画で示された治水水準に至る道筋を明らかにすることが，段階的治水計画の策定であると位置付けることもできるからである。

③ これに対する河川計画担当者の1解答は次のとおりである。第6次治水事業五箇年計画（昭和57～61年）では，目標年次を昭和70年として，大河川では戦後最大洪水，中小河川，特に都市河川では時間雨量50㎜に対処しうるように治水事業を進めることになっている（NM計画と呼ぶらしい）。[15)] これは，治水水準改訂問題としての把え方である。一方NM計画の達成の過程は，歴史的にくり返されてきた追いかけ型段階治水の1サイクルに相当するとみてよいのではなかろうか。

さらに，ドル・ショック（1971年），オイル・ショック（1973年）を契機として，わが国の経済が，高度成長経済の時代から，低成長経済の時代に入ったことが，段階的治水計画の意義を強めたと考えられる。理論的にも，過剰需要下で，強い予算・原材料制約などがあれば，段階的規模拡大には，十分な経済的意義があることが証明されている。[1) 3)] 建設省の報告書[8)]でも，この点が強調されている。

以上，現在の治水事業が，過剰需要型の施設規模拡張問題の1サイクルを構成していること，新河川法における工事実施基本計画策定の義務付けと，低成長経済下の強い予算制約とが段階的治水計画の大きな根拠となっていることなどを指摘しておく。

b．最近の治水行政との関連

最近，治水行政の一環として，総合治水などの考え方が打ち出されている。その背景として次のような点が一般的に認識されているものと考えられる。

① 従来の治水方式による治水行政の限界

② 大河川の整備は進展しつつあるが，その他の河川における治水は比較的遅れている。

対策を立てるに当って，次のような点が問題になっている。

① 新しい方式も含めて，有効な治水方式の模索と，これに関する技術的な情報の集積・蓄積。

② 行政機関の連係。

これらを段階的治水計画という観点から見ると，次のような課題が浮かび上がる。

A. 治水施設・方式間の段階的治水計画問題

① 本川と支川 ② 河道と貯水池・遊水池 ③ 河川と下水 ④ さらに種々の新治水方式*)をも含めた，治水施設・方式間の段階計画（総合治水関連）

B. 目的の多目的性・階層性などに基づく段階計画

① 疎通能増強型から安全度増強型へ ② 効率追求から公平へ ③ 新規事業型から維持管理型へ

④ 治水・利水機能から親水機能へ

このうち，本・支川間の改修順序の問題は，古くから知られた基本的な問題の一つである。河川改修と下水道整備のバランスの問題は，近年都市河川で顕在化しつつある。平野川（寝屋川支川），神田川などではかなり深刻な問題となっている。これらの問題を考える場合には，次のような点が重要である。① 行政機関の連係 ② 問題あるいは治水手段の間の階層性 ③ 計画の失敗の結果起った現実の問題と，あるべき計画とを混同しないこと。たとえば，低平地河川の治水計画にあっても，外水は絶対氾らんさせないという条件を与えることにより，問題は大きく単純化される。[19] [20] この場合，現実に起きている先述の都市河川の問題は別問題と考えるべきである。Bの例としては，たとえばスーパー堤防は，B－①に位置付けられる。

C. 実際の改修工事にあたって生ずる諸問題

施工管理というレベルの問題は，段階的治水計画の1分野として取り扱うべき問題ではない。これを除くとしても，実際の改修計画にあたっては，治水問題特有，かつ段階計画として取り扱うべき多くの問題がある。これらを列挙する。多くは着工順位付問題である。

① 河道区間と他の河道区間 ② 工種間（各河道区間について，河床掘削，築堤，高水敷整備，護岸・根固めなど） ③ 左右岸 ④ 狭窄部の開削・堰の取り払い等と，下流改修工事 ⑤ 治水を目的とする工事と，橋梁・樋門・堰などの工事との関係 ⑥ 用地その他の制約により，着工を遅らさざるを得ない区間の工事と，その他の区間の工事との関係他

3. 最適治水投資配分問題の各期最適投資配分問題への分解

a. 問題の定義と意義

治水投資配分問題は，各期に投入できる総投資額を与件として，どの期間にどの施設にどれだけの治水投資を行うのが望ましいかを決定する問題である。これを以後「原問題」と呼ぶことにする。各期間内について，どの施設にどれだけの治水投資を行うのが望ましいかを決定する問題を「各期最適投資配分問題」と呼ぶことにする。すなわち，原問題では時空間的な最適投資配分問題を扱う。各期最適投資配分問題では期間は指定して空間的な最適投資配分問題を扱う。

期間数をN，区間数をJとする。原問題における決定変数は，N・J個である。各期最適投資配分問題ではJ個である。すなわち各期最適投資配分問題の決定変数の数は，原問題のそれの1/Nとなる。決定変数の数が1/Nとなれば，最適化に要する計算時間は1～数桁小さくなることは良く知られている。よって原問題をいくつかの各期最適投資配分問題に分解できれば，極めて短かい計算時間で問題を解くことができる。逆に同一の計算時間に対しては，現実性の高いシステム・モデルの最適化を行うことができる。

*) 構造的な治水：排水ポンプ，トンネル河川，地下貯留，地下浸透，各戸貯留など。
非構造的な治水：水害危険地域の公表，避難，土地利用規制，水害保険，建築指導など。

理論的な検討の結果，次のような結論が得られた。「規模の経済性が存在しない場合は，各期最適投資配分問題の解は，原問題の解に一致」すなわち，各期ごとに最適な投資配分を行えば，それが全期間を通じての最適投資配分となっている。この結論は，制御理論等における，より一般的な定理の特別な場合であろうと予想される。しかしこれは，段階的治水問題の理論的枠組の中で，重要な役割を演ずるので，著者らなりの証明を示しておく。

b. 理論的検討

〔記号〕 $\mathbf{X}_i = (X_{1i}, X_{2i}, \cdots, X_{ji}, \cdots, X_{Ji})$：第 i 時点（第 i 期間の終了時）における，第 j 区間の施設規模（たとえば疎通能）X_{ji} を要素とするベクトル。

$\mathbf{u}_i$, $\mathbf{x}_i$：第 i 期間の投資額ベクトル，拡張規模ベクトル。

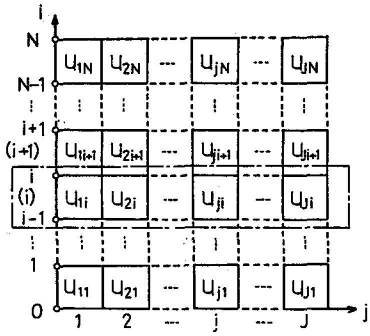
$\mathbf{s}_i$：第 i 時点までの累積投資額ベクトル。

B_i：第 i 期間の便益。 f_i：第 i 時点以後に最適投資が行われたと仮定したときの，第 i 時点以後の便益の総和。

U_i, S_i：第 i 期間の総投資額，第 i 期末までの累積総投資額で所与。

$\mathbf{x}_i = \mathbf{X}_i - \mathbf{X}_{i-1}$ (1), $\mathbf{u}_i = \mathbf{s}_i - \mathbf{s}_{i-1}$ (2), $\sum_{j=1}^{J} u_{ji} = U_i$ (3),

$$\sum_{i'=1}^{i}\sum_{j=1}^{J} u_{ji'}(x_{ji'}) = \sum_{j=1}^{J} s_{ji} = \sum_{i'=1}^{i} U_{i'} = S_i \qquad (4)$$



図－1　治水投資配分問題

：各期最適投資配分問題

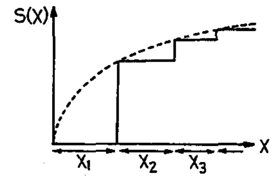
〔規模の経済性の定義と費用関数〕

規模の経済性について，著者らの一連の研究では次のように考えている。

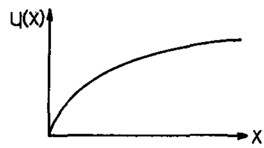
① 拡張施設規模に対してのみ規模の経済性を考える。

② 規模の経済性を次のように定義する。任意の施設拡張規模・その費用を x, u(x)とすると，常に，$x = x_1 + x_2$, $u(x) < u(x_1) + u(x_2)$。

すなわち，施設建設費が総施設規模Xの凸関数となっても，それを一括建設する場合と，段階建設する場合で費用に差がなければ規模の経済性があるとは言わない（図－2・a参照）。②より，手戻り費用・段取り費用などの存在も，規模の経済性に含めることにする。



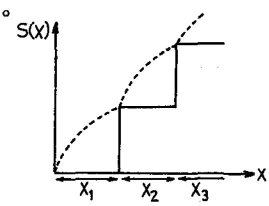
図－2・a　規模の経済性のない場合



以上により，i 段階で施設拡張を行うときの費用 s_{ji} は次のように表わされる。

$$s_{ji} = s_{ji}(x_{j1}, x_{j2}, \cdots, x_{ji}) = \sum_{i'=1}^{i} u_{ji'}(x_{ji'}) \quad \text{（一般の場合）} \qquad (6)$$

$$s_{ji} = s_{ji}(x_{j1} + x_{j2} + \cdots + x_{ji}) = s_j(X_{ji}) \quad \text{（規模の経済性のない場合）} \qquad (7)$$



図－2・b　規模の経済性のある場合

〔目的関数〕

次の仮定を置く。「B_i は $\mathbf{X}_{i-1}$ のみの関数である。」

すなわち，第(i-1)時点で各施設がどこまで完成しているかによって，第 i 期の便益が決まる。この仮定がおおむね成立することは，4) の実態分析に示されている。投資配分問題では投資額は所与であるから，目的関数としては便益のみを評価すればよい。

〔各期最適投資配分問題〕

$\mathbf{X}_0$，したがって $B_1(\mathbf{X}_0)$ は与件である。よって次式を満たす（$\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_2$, ⋯, $\mathbf{x}_N$）の組が，各期最適投資配分問題の解となる。

$$\max_{\mathbf{x}_1} B_2(\mathbf{X}_1),\ \max_{\mathbf{x}_2} B_3(\mathbf{X}_2),\ \cdots\cdots,\ \max_{\mathbf{x}_i} B_{i+1}(\mathbf{X}_i),\ \cdots\cdots,\ \max_{\mathbf{x}_N} B_{\infty}(\mathbf{X}_N) \qquad (8)$$

ここに，$B_\infty(\mathbf{X}_N)$ は，第N期工事完了後，施設の耐用年数までの便益。

この解を，$\mathbf{x}_i^P$，（$i=1\sim N$），あるいは，$\mathbf{X}_i^P$，（$i=1\sim N$）と書くことにする。

〔原問題〕

後進型DPの再帰方程式を用いて定式化する。

$$f_N = \max B_\infty(\mathbf{X}_N) = \max B_\infty(\mathbf{X}_{N-1} + \mathbf{x}_N) \tag{9}$$

$\mathbf{X}_{N-1}$ をパラメーターとして

$$f_N(\mathbf{X}_{N-1}) = \max_{\mathbf{x}_N} B_\infty(\mathbf{X}_{N-1} + \mathbf{x}_N) \tag{10}$$

$$\sum_{j=1}^{J} u_{jN}(x_{jN}) = U_N \tag{11}$$

すなわち，$\mathbf{X}_{N-1}$ は状態変数，$\mathbf{x}_N$ は決定変数で式(11)を満たす必要がある。同様にして，

$$f_i(\mathbf{X}_{i-1}) = \max_{\mathbf{x}_i} \{ B_{i+1}(\mathbf{X}_{i-1} + \mathbf{x}_i) + f_{i+1}(\mathbf{X}_{i-1} + \mathbf{x}_i) \}, \tag{12}$$

$$\sum_{j=1}^{J} u_{ji}(x_{ji}) = U_i, \quad i = N-1, N-2, \cdots\cdots, 2, 1 \tag{13}$$

ここで，(12)式右辺を次のように置いておく。

$$F_i(\mathbf{X}_i) = B_{i+1}(\mathbf{X}_i) + f_{i+1}(\mathbf{X}_i) \tag{14}$$

この解を，$\mathbf{x}_i^0$，（$i=1\sim N$），あるいは，$\mathbf{X}_i^0$，（$i=1\sim N$）と書くことにする。

〔 f_i の $\mathbf{X}_{i-1}$ に対する独立性 ―― 規模の経済性がない場合 〕

規模の経済性がない場合を考える。

このとき，(4)，(7)より，予算制約は次のように表わされる。

$$\sum_{j=1}^{J} s_j(X_{ji}) = S_i \quad (i = 1, 2, \cdots\cdots, N) \tag{15}$$

すなわち予算制約が，各期間での拡張規模に関係せず，各期間末の施設規模のみで表わされる。

（$i-1$）期末について，式(15)を満たし，かつ異なる状態 $\mathbf{X}_{i-1}^1$，$\mathbf{X}_{i-1}^2$ を考える。すなわち，

$$\mathbf{X}_{i-1}^1 \neq \mathbf{X}_{i-1}^2 \quad (16) \quad , \quad \sum_{j=1}^{J} s_j(X_{ji-1}^1) = \sum_{j=1}^{J} s_j(X_{ji-1}^2) = S_{i-1} \tag{17}$$

$\mathbf{X}_i^{*1}$ を次のように定義する。（$i-1$）期末の状態が $\mathbf{X}_{i-1}^1$ のとき，予算制約(15)を満たし，かつ i 期末以後の総便益を最大とする $\mathbf{X}_i$ の値。同様に $\mathbf{X}_{i-1}^2$ に対応する最適解を $\mathbf{X}_i^{*2}$ と書くことにする。

$$\sum_{j=1}^{J} s_j(X_{ji}^{*1}) = \sum_{j=1}^{J} s_j(X_{ji}^{*2}) = S_i \tag{19}$$

次の点に注意すべきである。規模の経済性が存在しないとき，(17)，(19)の予算制数を満たし，かつ $\mathbf{X}_{i-1}^1$ から $\mathbf{X}_i^{*1}$，$\mathbf{X}_i^{*2}$ のいずれの状態へも遷移することが可能である。たとえば，$\mathbf{X}_{i-1}^1$ から $\mathbf{X}_i^{*2}$ に遷移する場合は，（$\mathbf{x} = \mathbf{X}_i^{*2} - \mathbf{X}_{i-1}^1$）なる規模拡張を行えばよい。$\mathbf{X}_{i-1}^1$，$\mathbf{X}_i^{*2}$ は，(17)，(19)の制約条件を満たすことは明らかである。

このとき，式(12)，(14)，および $\mathbf{X}_i^{*1}$，$\mathbf{X}_i^{*2}$ の定義より，

$$f_i(\mathbf{X}_{i-1}^1) = \max_{\mathbf{x}_i} \{ F_i(\mathbf{X}_i) \Big|_{\mathbf{X}_{i-1} = \mathbf{X}_{i-1}^1} \} = F_i(\mathbf{X}_i^{*1}) \tag{20}$$

$\mathbf{X}_{i-1}^1$ から $\mathbf{X}_i^{*2}$ へも遷移でき，かつ $\mathbf{X}_i^{*1}$ は，式(20)により，$\mathbf{X}_{i-1} = \mathbf{X}_{i-1}^1$ の条件付で，最大の F_i の値を与える。よって，

$$F_i(\mathbf{X}_i^{*1}) \geq F_i(\mathbf{X}_i^{*2}) \tag{21}$$

同様にして，

$$f_i(\mathbf{X}_{i-1}^2) = \max_{\mathbf{x}_i} \{ F_i(\mathbf{X}_i) \Big|_{\mathbf{X}_{i-1} = \mathbf{X}_{i-1}^2} \} = F_i(\mathbf{X}_i^{*2}) \geq F_i(\mathbf{X}_i^{*1}) \tag{22}$$

(21)，(22)が同時に成立するためには，

$$f_i(\mathbf{X}^1_{i-1}) = f_i(\mathbf{X}^2_{i-1}) \tag{23}$$

(16), (23) より次の定理が成り立つ。

定理 1 ：次の 2 条件が満たされるとき， f_i は $\mathbf{X}_{i-1}$ に依存しない。

① 規模の経済性が存在しない。 ② B_i は $\mathbf{X}_{i-1}$ のみの関数である。

〔原問題の各期投資配分問題への分解〕

規模の経済性が存在しないとき，定理 1 ，および式(12)より，

$$f_i(\mathbf{X}_{i-1}) = \max_{\mathbf{x}_i} \{ B_{i+1}(\mathbf{X}_i) + f_{i+1}(\mathbf{X}_i) \}$$

$$= \max_{\mathbf{x}_i} B_{i+1}(\mathbf{X}_i) + f_{i+1} \tag{24}$$

よって，この場合 $\mathbf{x}^0_i$ は次式を満たす。

$$\max_{\mathbf{x}_i} B_{i+1}(\mathbf{X}_i) \qquad (i = 1, 2, \cdots\cdots, N) \tag{25}$$

式(8)，(25) より次の重要な定理が成り立つ。

定理 2 ：規模の経済性が存在しないとき，原問題の解 $\mathbf{x}^0_i$ は，各期最適投資配分問題の解 $\mathbf{x}^P_i$ に一致する。*)

〔規模の経済性が存在する場合〕

規模の経済性が存在する場合，一般には， $\mathbf{X}^1_{i-1}$ から $\mathbf{X}^{*2}_i$ に遷移する場合は予算制約が満たされない。よって前述の定理 2 は成立しない。簡単な反例を示しておく。

2 期間・ 2 区間の投資配分問題を考える。

$$u_{1i}(x_{1i}) = x_{1i} \quad (26), \qquad u_{2i}(x_{2i}) = x^{1/2}_{2i} \tag{27}$$

$$B_{i+1}(\mathbf{X}_i) = -(X^2_{1i} + X_{2i}) \quad (28), \qquad U_1 = U_2 = 1 \tag{29}$$

式 (27) より，施設（ j = 2 ）の拡張費用について，非常に大きな規模の経済性が存在している（規模の経済性指数が½）。式 (28) より， B_i は $\mathbf{X}_{i-1}$ のみの関数であるという条件は満たされている。式 (29) より， 各期の総投資額は 1 である。よって， $x_{01} = x_{02} = 0$ のとき，

$$\begin{cases} B_2(\mathbf{X}_1) = -(X^2_{11} + X_{21}) = -(x^2_{11} + x_{21}), & (30) \\ B_3(\mathbf{X}_2) = -(X^2_{12} + X_{22}) = -\{(x_{11} + x_{12})^2 + (x_{21} + x_{22})\} & (31) \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_{11} + u_{21} = x_{11} + x^{1/2}_{21} = 1 & (32) \\ u_{12} + u_{22} = x_{12} + x^{1/2}_{22} = 1 & (33) \end{cases}$$

各期最適投資配分問題を解く。 式 (30)，(32) より， $B_2(X_1)$ を最大とする解は，

$$x^P_{11} = 1/2, \quad x^P_{21} = 1/4 \tag{34}$$

(34) を，(31)，(33) に代入して B_3 を最大にする解を求めると，

$$x^P_{12} = 1/4, \quad x^P_{22} = 9/16 \tag{35}$$

原問題の解は， $B_2 + B_3$ を最大とする x_{ji} の組である。これを求めると，

$$x^0_{11} = 3/7, \quad x^0_{21} = 16/49, \quad x^0_{12} = 2/7, \quad x^0_{22} = 25/49 \tag{36}$$

よって，

$$x^P_{ji} \fallingdotseq x^0_{ji} \tag{37}$$

---

*)この結果は栗田（現建設技術研究所）の示唆による。証明は著者らによる。

すなわち，規模の経済性が存在する場合，原問題と各期最適投資配分問題の解は必ずしも一致しない。

次の点を注意しておく。施設2について，非常に強い規模の経済性を仮定したにもかかわらず，$x^P_{ji} \fallingdotseq x^O_{ji}$ となっている。すなわち，かなり大きな規模の経済性が存在する場合でも，各期最適投資配分問題の解は，原問題の十分良い近似解となり得る。

c．まとめ

規模の経済性を考えない場合は，最適投資配分問題は，各期最適投資配分問題に帰着することを証明した。

文献7)では投資配分問題をDPで解いたということであるが，この論文では規模の経済性は考慮していないようなので，その必要はないことがわかる。一方，規模の経済性を考慮する場合でも，各期最適投資配分により，十分良い近似解を得ることができることを簡単な例を用いて示した。

規模の経済性は何段階で施設を拡張するかという問題に対して支配的な役割りを演ずる。一方，施設間の最適投資配分に対しては，解に与える影響はそれほど大きくないものと考えられる。確かに，治水効果が大きく，かつ規模の経済性の高い施設があれば，初期の段階で集中的な治水投資が行われる可能性がある。たとえば，著者らは，規模の経済性指数が 0.5 以下，あるいは手戻り率が 50 %以上の施設建設は，一括建設によるべきであることを証明している。[1) 3)] これら特定の施設については別途考慮することにすれば，投資配分問題における規模の経済性の効果は，それほど大きくない。以上より次のような考え方が実際的であることがわかる。

① 規模の経済性を考慮して，流域全体として，何段階程度で治水水準を上げるべきかを検討する。

② 各段階（各期間）ごとに，治水投資配分問題を解く。この場合原則として，規模の経済性は無視してよい。

以上より，治水水準改訂問題と投資配分問題の階層化に対して，理論的根拠が与えられた。

4. 単一河道の疎通能分布

治水計画の目的・制約と，1水系内の望ましい疎通能分布との関係を考察する。目的として次の2種を考える。経済的な効率を最大化する。あるいは流域内の洪水危険度を均一にする。これらを次のように呼ぶことにする。

① 効率最大の原則　② 公平の原則

治水投資配分問題では予算が与えられているので，流域内の総被害額最小化が，効率最大の原則に対応する。

次に着工順位付問題を考える。次の制約条件[2)]を導入する。「いかなる治水工事によっても，一時的にせよ洪水危険度が有意な程度に増加する地点があってはならない。」　上記の制約を，少しおおげさな表現であるが，「治水における，権利保全の原則」と呼ぶことにする。

分合流のない単一河道を考える。2本の河川が合流して本川となるときは，その2本の河川をあわせて1本の河川とみなす。上下流問題の基本的特性を調べる場合は，このようなごく粗い近似も許されよう．また洪水流量が疎通能を超えないかぎり破堤しないものとする。このとき効率最大の原則から，次のような一見逆説的な定理が成り立つはずである。「分合流のない単一河道においては，下流に向って疎通能が大きくなることがあってはならない。」なぜなら，各点の洪水流量は，その点より上流の最小疎通能を超えることはない。それ以上の疎通能を有している場合は，過剰投資の結果と見ることができるからである。これを以後「疎通能定理」と呼ぶ。

疎通能定理は，治水水準改訂問題，投資配分問題に対して成り立つ。一方着工順位付問題については成り立たない。たとえば下流から改修工事が進められるとき，下流既改修区間の疎通能は，上流未改修区間の疎通能より当然大きい。すなわち全流域を通じて一通り改修が終った段階が，治水水準改訂問題・投資配分問題における1段階となる。よって段階と段階の途中にあっては，疎通能定理が成り立っている必要はない。

次の点も重要である。堤防が満水以前に破堤する可能性があるときは，必ずしも疎通能定理は成り立たない。この場合には，重要な河道区間の安全度を高める必要がある。結果として必然的にその区間の疎通能が大きくなる場合もある。この場合も第１次近似として，疎通能定理を認めてもよかろう。

我が国の河川で，この定理を実証的に証明するのは難かしいであろう。海外の人為の十分加わっていない河川では，長期間のうちに，経済的効率最大の原則に従って，この定理が具現化されている例もあるのではなかろうか。

着工順位付問題を考える。若干の考察ののち次のことがわかる。「単一河道において，疎通能定理を満たし，かつ疎通能が一定でない河道を作るとすれば，その過程で必ず権利保全の原則が破られる。」ただし，遊水地のある場合，複数の河道区間をほぼ同時に改修する場合などは除く，すなわち，治水投資配分問題で効率最大の原則より，上流側の疎通能が，下流に比べて大きいような河道が望ましいという解が得られたとしても，実際にこのような河道を作ろうとすれば，一時的にせよ，必ず現状より洪水危険度が大きくなる河道区間が存在することになる。

以上より，効率最大の原則と，権利保全の原則の両方を満たすためには，単一河道の疎通能は，上下流を通じて一定でなければならない。一般に，疎通能一定の条件は，公平の原則に基づくものと考えられるが，効率最大の原則と，権利保全の原則からもこの条件が得られることを指摘しておく。

5. 投資配分問題における応答面の不連続性

図－３－ａにおいてＡ区間をＢ区間の直上流とする，洪水ピーク流量 q_P は一定とする。Ａ区間，Ｂ区間の被害額 D_A，D_B はその区間での溢流量に比例するものとする。比例定数を C_A，C_B とする。

現在のところ，Ａ区間のみから溢流している。洪水１回当りの被害額は次のとおりである。

$$D=\sum_{A,B} D_i = D_A = C_A(q_P-u_A)$$

ここに，u_A，u_B ：Ａ・Ｂ区間の疎通能

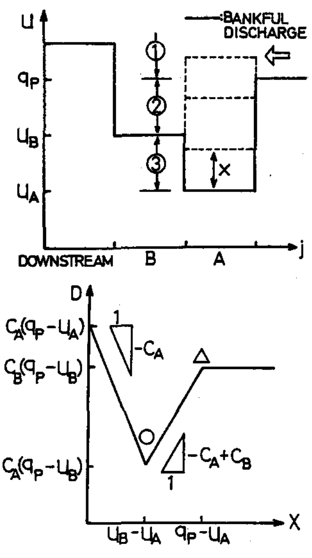
ここで，区間Ａの洪水被害を減ずるために，Ａ区間の疎通能を ｘ だけ上げるものとする。ｘの大きさに応じてＤは次の３ケースにわけて評価される。

① $D=\underbrace{C_A\{q_P-(u_A+x)\}}_{D_A}=-C_A x+C_A(q_P-u_A)$ 　　$(x\leqq u_B-u_A)$

② $D=\underbrace{C_A\{q_P-(u_A+x)\}}_{D_A}+\underbrace{C_B\{(u_A+x)-u_B\}}_{D_B}$

$=(-C_A+C_B)x+C_A(q_P-u_A)+C_B(u_A-u_B)$ 　　$(u_B-u_A\leqq x\leqq q_P-u_A)$

③ $D=\underbrace{C_B(q_P-u_B)}_{D_B}$ 　　$(q_P-u_A<x)$



図－３　拡張規模と被害額の関係

$C_B>C_A$（下流の方が流域資産が大きい）場合について，拡大規模ｘとＤの関係を図示したものが，図－３・ｂである。次のことがわかる。

①　被害関数は折れ曲がっている。②　被害関数は凸関数でない。

このような関数を目的関数とする最適化問題に対して，現存するほとんどの非線形計画法が適用できない。これが治水投資配分問題の本質的難点の一つである。*) 図中の折れ曲がりのうち，○印を付したものが本質的である。破堤を考えると，この折れ曲がり点は Jump となる。一方，△印は付した方は，ピーク流量を確率評価し，被害額の期待値を取れば消滅する。ただし非凸関数であることには変わりはない。

図－４に３区間の場合の応答曲面の例を示す。この場合には，上記の折れ曲がり点が，面の折れ曲がりとして表わされている。より多次元空間の場合も同様である。

*) この指摘は，古川（現建設省）による。

ここで，前節で提示した疎通能定理を導入する，すなわち経済的効率性を目的とする限り，次の条件が満たされていなければならない。　（38）

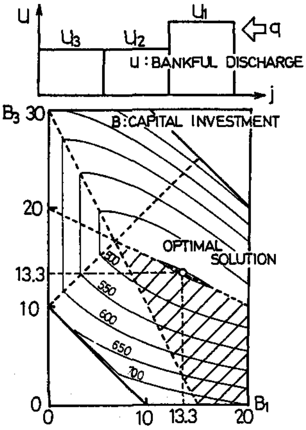
$u_A \geq u_B$

この条件が満たされている限り，上記の難点のうち，目的関数の不連続性は回避できる。

以上，簡単な例により，投資配分問題における目的関数の不連続性，非凸性を指摘した。また制約条件として疎通能定理を導入すれば少なくとも不連続性は回避できることを示した。これらの性質は，より一般的な河道網に対しても成り立つ。合流部では，（38）式のかわりに次式を用いればよい。

$u_1 + u_2 \geqq u_3$　（39）

ここに，u_1，u_2：上流2河川の疎通能，u_3：合流後の疎通能。



図－4　投資配分に対する応答曲面（被害額の期待値，栗田による）

：疎通能定理を満たす所

6. 一般的な治水投資配分問題

単一河道の概念を用いて治水投資配分問題の基本的な特性を検討した。種々の観点から疎通能一定の条件が導かれた。実際の河川では河道網をなすので，疎通能に変えて適当に基準化された疎通能，たとえば100年確率洪水流量に対する比などを用いる必要がある。これらを仮に比疎通能とでも呼ぶことにする。たとえば，合流する2河川の比疎通能が等しければ，合流前後を通じて，疎通能定理が成り立つ。

疎通能一定の条件等を考慮すれば，治水投資配分問題はかなり単純化される。しかしながら合流する2河川間の投資配分，貯水池・遊水池と河道の間の投資配分などの問題を解くには，適当な数理計画法等の助けを必要とする。

7. 数理計画法の適用

時空間的な治水投資配分問題は，空間的な投資配分問題（各期最適投資配分問題）に帰着することを示した。各期最適投資配分問題は次のような形で書くことができる。疎通能定理を制約条件に加えると，

①　制約条件は線形　②　目的関数は連続，ただし非線形

この種の問題に対しては，次のような解法が有効である。

①　実行可能方向法[16)]　②　SUMT[17)]

一方で，あまり高精度の解を求める必要がない場合は，次のような方法で解を求めることができる。

各期の総投資額をM等分し，M個の離散的な資本とみなす。これをN区間（貯水池・遊水池等も1区間とみなす）に配分する。M個の資本をN区間に配分するすべての組み合わせに対して，被害額を評価する。これを「組み合わせ法」と呼ぶことにする。（DPによる定式化も可能）。

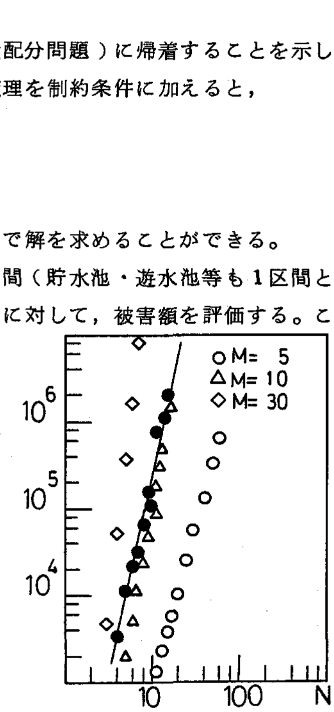
非制約最小化法にPowellの共役方向法[18)]を用いた場合のSUMTと，組み合わせ法を用いた場合の計算効率を，図－5に示す。計算効率は，総被害額の評価回数で示している。計算例は，N区間の単一河道である。次の点を指摘しておく。

①　SUMTでは評価回数は N^5 に比例する。

②　組み合わせ法では，評価回数は，M個の玉をN個の箱に分配する組み合わせの数である。すなわち $_{M+N-1}C_{N-1}$。

③　Nが大になると SUMT が有利である。

④　SUMTでは，目的関数の非凸性から，解が局所最適解に収束する恐れがある。組み合わせ法では，そのような心配はない。



図－5　計算効率

●：SUMT　○△◇：組み合わせ法

参考文献

1) 江藤剛治・室田明・水野雅光：段階的治水計画について，第25回水理講演会論文集，pp.119～124，1981。

2) 室田明・江藤剛治・栗田秀明：治水施設の着工順位付問題に関する研究，第26回水理講演会論文集，pp.367～372，1982。

3) 江藤剛治・室田明・水野雅光：治水水準の段階的改訂に関する理論的研究，土木学会論文報告集投稿中。

4) 室田明・江藤剛治・古川博一・福森一雄：治水水準の段階的改訂に関する実証的研究と実用解法，土木学会論文報告集投稿中。

5) 大熊慎太郎・木下軍二・藤井喜久始：治水投資順序の定量的決定方法の一考察，第34回建設省技術研究会論文集，pp．45～52，1980。

6) 島田健一：河川改修事業の段階施工計画調査について，第35回建設省技術研究会論文集，pp．13～20，1981，（6）～8）はほぼ同一の内容）。

7) 上林好之・島田健一・湧井龍二：河川改修の段階的施工について，河川，426号，pp．51～60，1982，1。

8) 建設省近畿地方建設局淀川工事事務所，(財)国土開発技術研究センター：昭和55年度淀川の改修事業の段階的施工計画に関する調査業務報告書，1981，3。

9) 関正和・実松秀夫・北川明・藤目信行・久保朝雄：治水事業の段階的推進方策について，第35回建設省技術研究会論文集，pp．21～28，1981。

10) 小出博：日本の河川－自然史と社会史－，東京大学出版会，1977（初版1970）。

11) 吉野文雄・吉川勝秀：土地利用の変化に起因する洪水災害変化の分析と治水対策の評価，土木技術資料，Vol．22，No．2，1980。

12) 関正和・藤目信行・井上勝馬：治水安全度が土地利用に及ぼす影響について，第34回建設省技術研究会論文集，pp．37～44，1980。

13) 吉田圭一郎・朝倉堅五・西宮良一：河川改修の住宅立地に及ぼす影響の定量的計測，土木学会第35回年次学術講演会講演概要集，第4部，pp．378～379，1980，9。

14) 長尾義三・森杉寿芳・吉田哲生：非弾力性需要のもとにおける段階建設について，土木学会論文報告集，第250号，pp．73～83，1976，6。

15) 昭和57年度建設省重点施策－第6次治水事業五箇年計画（事業費12兆1000億円）の策定－，河川，422号，pp.5～16，1981,9。

16)～18) これらは標準的な非線形最適化手法であり，ほとんどの数理計画法関係の書物中で触れられている。また汎用プログラムが公開されているものもある。

19)吉川和広・春名攻：地域計画における土木計画問題のシステム論的分析の方法，地域学研究，第11巻，pp.155～169，1981,10。

20)吉川和広・春名攻・井山聡：地方都市河川の治水計画問題に関する実証的モデル分析，第16回日本都市計画学会学術研究発表会，pp.133～138,1981。