

流域における保水能の分布が流出に与える影響について

The Influence of the Distribution of Field Moisture Capacity on Runoff

防衛大学校 土木工学教室 正会員 山 田 正

防衛大学校 土木工学教室 山 崎 幸 二

1. はじめに

流域における水理・水文諸量の分布形状の特性が降雨流出現象に大きな働きをなしていることが考えられる。著者の一人は文献(15)、(16)において山地小流域における時定数の分布が流出現象に与える影響を論じている。そのなかで時定数の分布は流域内のさまざまな地点に降った(有効)降雨の流量観測地点までの遅れ時間の分布になっており、瞬間単位図はさまざまな時定数をもったサブシステムの集合したものとしてとらえ得ることを明らかにした。つぎに文献(17)においては流域における透水係数の分布が浸透能の分布に関連しており、この透水係数の分布形状によって有効降雨の発生機構が大いに異なってくることを示している。しかしこのとき考えている降雨浸透の概念はいわゆる Horton タイプの浸透能になっており、降雨強度が流域内での土壌の浸透能を越えた時点から有効降雨が発生していると考えている。ところで有効降雨の発生機構には今日まで大きく分けて Horton タイプのものと Dunne タイプの二つの機構が存在しているといわれている(Freeze, 1980)。後者の Dunne タイプのものとは透水係数の大きな表層土壌の下に不透水層や透水係数の小さな層が存在する場合であり、この表土層を降雨が満たすまでは雨水は斜面を流下せず、まして河道には入らないので直接流出には寄与しない。しかし表土層を完全に飽和状態にした後の降雨は斜面を流下して流出に寄与するようになる。これが Dunne タイプと呼ばれているものである。高樺の中間流、表面流理論はこれをより精度良く解析したものと考えられよう。図1(a)、(b)、図2(a)、(b)は上記の二つのタイプの浸透過程と有効降雨の発生過程を模式的に示したものである(Freeze, 1980⁴⁾より)。上記の表層土壌が雨水を保持し得る容量をここでは保水能と呼ぶ。本論文はこの保水能の機能を不飽和浸透理論を用いて明らかにするとともに、流域全体が Dunne タイプの有効降雨の発生メカニズムで覆われており、さらに保水能が流域内で分布しているとしたときの流出率や有効降雨の発生特性を明らかにしたものである。

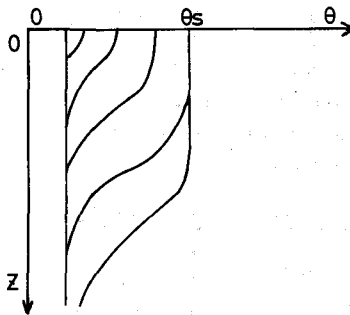


図1(a) Horton タイプの降雨の浸透過程

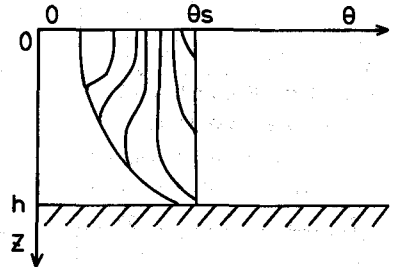


図2(a) Dunne タイプの降雨の浸透過程

2. Dunneタイプの降雨の鉛直浸透

図2(a)に示すように水平でかつ一様な土壌特性をもつ表土層の下に不透水層が存在する場合の降雨の鉛直浸透に関して、不飽和浸透理論を適用する。このとき基本式は式(1)となる。

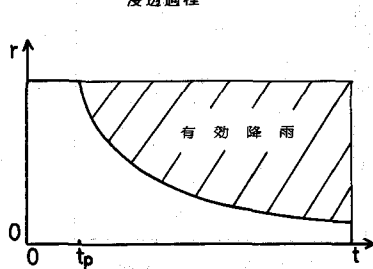


図1(b) Horton タイプの有効降雨の発生過程

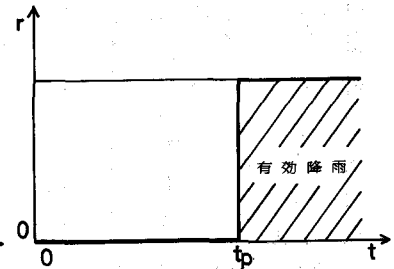


図2(b) Dunne タイプの有効降雨の発生過程

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right\} - \frac{dk(\theta)}{d\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに θ は体積含水率であり、 $K(\theta)$ は不飽和透水係数、 $D(\theta)$ は水分拡散係数である。 $z = 0$ および $z = h$ での境界条件は以下のとおりである。

$$z = 0 \text{ で } r = K(\theta) - D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$z = h \text{ で } 0 = K(\theta) - D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに r は降雨強度であり、本論文では時間に関係せず一定値をとる。つぎに以下に示す二通りの初期条件のもとに体積含水率 θ の時間変化に関する数値解を求めてみた。(ケースⅠ)：初期水分量 θ_i = 鉛直断面内で一定、(ケースⅡ)： θ_i を断面内で一定とし、降雨を与えず水分が鉛直方向に自然落下して定常状態に達した時点をもととして、以降一定の降雨強度を与える。なお計算に用いた土は文献(5)においてその特性が明らかにされている Rehovot Sand であり、その飽和透水係数は約 480 mm/h 、空隙率は 0.387 である。本計算では飽和時の水分量 (θ_s) を 0.3 に設定している。

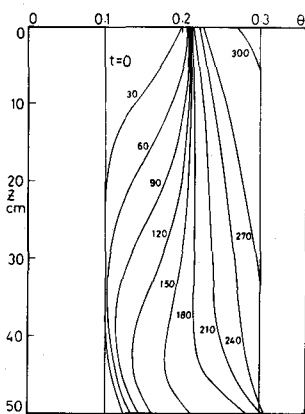


図3 降雨の鉛直浸透における
土中水分の経時変化
 $h = 50 \text{ cm}$, 初期水分量 $\theta_i =$
0.05, 降雨強度 $r = 10 \text{ mm/h}$

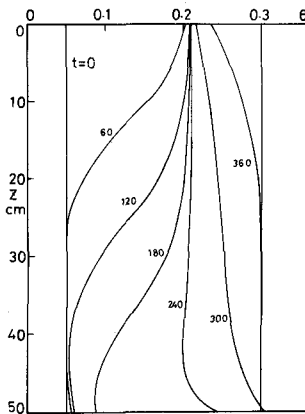


図4 $h = 50 \text{ cm}$, $\theta_i = 0.05$
 $r = 20 \text{ mm/h}$, 図中の数値は分
を表す

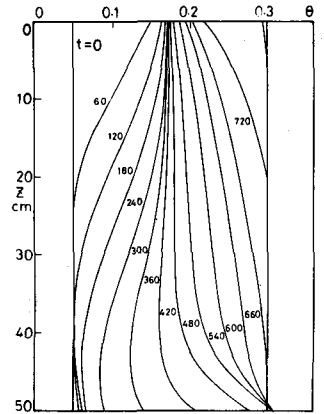


図5 $h = 50 \text{ cm}$, $\theta_i = 0.1$
 $r = 20 \text{ mm/h}$

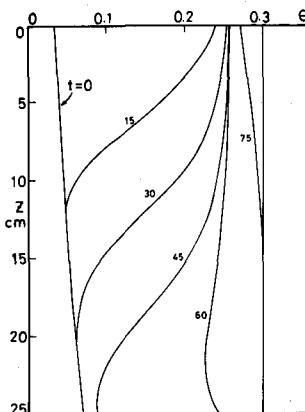


図6 $h = 50 \text{ cm}$, $r = 50 \text{ mm/h}$

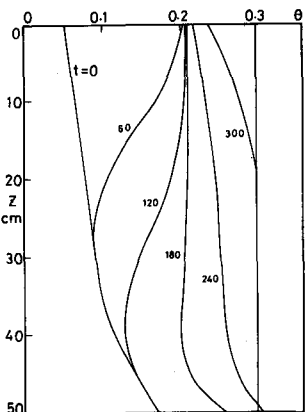


図7 $h = 50 \text{ cm}$, $r = 20 \text{ mm/h}$

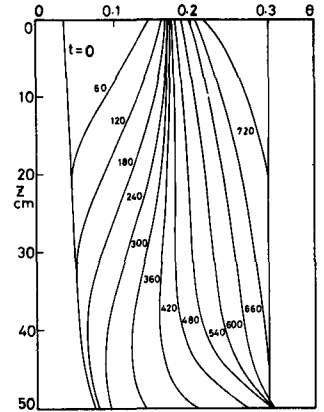


図8 $h = 50 \text{ cm}$, $r = 10 \text{ mm/h}$

図3, 4, 5は(ケースⅠ)の場合であり、初期水分量、降雨強度、表土層厚として図に示す数値を用いたときの断面内水分量の経時変化を示すものである。図6, 7, 8は(ケースⅡ)の場合である。これらの図

より土壌水分は下側より飽和に達し、しだいに上方を満たしていき、累積降雨量 $R = rt$ がその土壌の保水能 $h \times (\theta_s - \theta_i)$ (θ_i は初期水分量) を越した時点から表面に湛水が始まるということがわかる (実際には土壌表面は大なり小なりの斜面をなしており、湛水後の雨水は斜面に沿って流下する)。すなわち $R = rt_p > h(\theta_s - \theta_i)$ (t_p は湛水時間) のときから直接流出への寄与が始まる。このように下方に不透水層を有する鉛直土壌構造では、表層土壌は雨水を一定量保水するという役割をもっていることがわかる。

3. 保水能の分布を考慮したときの流出率および有効降雨について

(i) 保水能の分布を考慮したときの降雨流出の表現 : 前節の解析により累積降雨量が保水能を越えた時点より有効降雨が発生していることがわかった。よって有効降雨の発生機構のみに着目すれば土壌は単に保水能 h (前述の $h \times (\theta_s - \theta_i)$ に相当する) をもつ1つのタンクに相当している。さらに実際の流域では上記の保水能 h に流域内分布 $S(h)$ が存在していることが考えられる。ここで流域面積を A 、保水能を h 、 r を降雨強度 (本解析では一定値を用いる)、 $S(h)$ を保水能の分布、 q を保水能 h をもつ流域内サブシステム (単位面積) からの流出量、 t_h を保水能 h の土壌における湛水時間とすると、

$$h = \int_0^{t_h} r dt = rt_h \dots\dots\dots (4)$$

$$q(t) = r \cdot H(t - t_h) \dots\dots\dots (5)$$

が成立する。ここに $H(\quad)$ は単位ステップ関数である。このとき流域全体からの流出量を $q_A(t)$ とすると、

$$q_A(t) = A \int_0^\infty S(h) q(t) dh = A \int_0^\infty S(h) r H(t - t_h) dh \dots\dots\dots (6)$$

となる。上式中の $S(h)$ として我々は未だ何らの情報もちあわせていないが、流域の特性を示す多くの水文諸量が対数正規分布やガンマ分布で表現されていることからそれらの分布形に近い形状の $S(h)$ として後の計算の便を考えて $S(h) = \alpha e^{-\alpha h}$ の exponential 形を用いてみる。以後は $S(h)$ 中の α が一つの流域の流出を表現する重要な特性量となる。このとき式 (6) は、

$$\begin{aligned} q_A(t) &= A \int_0^\infty r \alpha e^{-\alpha h} H(t - \frac{h}{r}) dh \\ &= Ar (1 - e^{-\alpha r t}) = \frac{AR}{t} (1 - e^{-\alpha R}) \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

となる。ここに R は累積降雨量 $R = rt$ である。さらに降雨が始まってから時刻 t までの総降雨量と総流出高 Q (実際に流量観測にひかえるまでには時間遅れがあるが) の比を流出率 f とここでは定義すると、

$$\begin{aligned} f = \frac{AQ(t)}{AR(t)} &= \frac{\int_0^t q_A(t) dt}{Ar t} = \frac{Ar}{Ar t} \left[\int_0^t (1 - e^{-\alpha r t}) dt \right] \\ &= 1 - \frac{1}{\alpha R} (1 - e^{-\alpha R}) \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

となる。

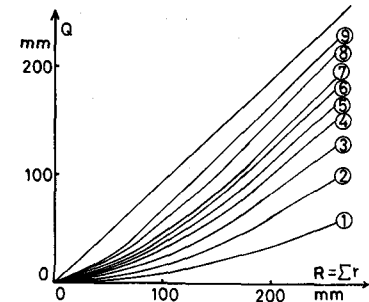


図9 総降雨量あるいは累積降雨量と総流出量
図中の①の $\alpha = 0.002(1/\text{mm})$ 以後⑦まで 0.002 ずつ増す ⑧の $\alpha = 0.02$, ⑨の $\alpha = 0.03$

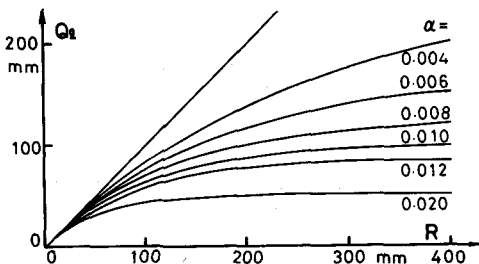


図10 総損失量と総降雨量(累積降雨量)

図9は前記の考え方にもとづき計算したいくつかの α の値に対する総降雨量 R と総流出量 Q との関係を示している。図10は図9と同様のものを総損失量 $Q_L (= R - Q)$ に関して表示したものである。図11は式(8)にもとづき計算した流出率 f と総降雨量 R の関係を表わしている。以上の図より α が大きき流域内の保水能の分布が h の小さいところに集中しているものほどよく流出していることがわかる。計算で得られた $Q-R$ 関係そのものも実流域において観測されている多くの $Q-R$ 関係と同様の傾向をもっている。さらに $f-R$ 関係より累積降雨量あるいは一雨降雨の総降雨量が大きくなるにつれて流出率は大きくなっていることがわかる。このことは流域内部で保水能を満たした飽和サブシステムが時間とともに、あるいは降雨強度の増大とともに増大していることを意味しており、Dunneらの提唱するVariable source areaモデルや高樺の中間流出から表面流出の生起場の拡大に相当していると考えられる。(ii) 先行降雨、初期水分量の効果：つぎに先行降雨あるいは初期水分量の効果を考える。まず先行降雨量あるいは初期水分量を h_i で表わすと、 $h < h_i$ の土壌は図12に示すように全て雨水で満たされており、 $S(h)$ の分布はつぎのようになる。

$$S(h) = C_1 \delta(h) + \alpha e^{-\alpha(h_i+y)} \quad \text{..... (9)}$$

$$C_1 = \int_0^{h_i} \alpha e^{-\alpha h} dh = 1 - e^{-\alpha h_i} \quad \text{..... (10)}$$

式(9)で y を新たに h とおき、一般的に書き改めると、

$$S(h) = C_1 \delta(h) + C_2 \alpha e^{-\alpha h} \quad \text{..... (11)}$$

$$C_1 + C_2 = 1, \quad C_2 = e^{-\alpha h_i} \quad \text{..... (12)}$$

となる。ここで、式(11)を式(6)に代入することにより先行降雨あるいは初期水分量の効果を考慮した $R-Q$ 、 $R-Q_L$ 、 $R-f$ の関係を導くことができる。ここでは $R-f$ につき得られた結果を記す。

$$f = \frac{\int_0^t q_A(t) dt}{A \tau t} = 1 - \frac{C_2}{\alpha R} (1 - e^{-\alpha R}) \quad \text{..... (13)}$$

(8)式と比較すると $C_2 (= e^{-\alpha h_i})$ の係数がかかっている。本節では式(11)によって初期水分量の効果を表

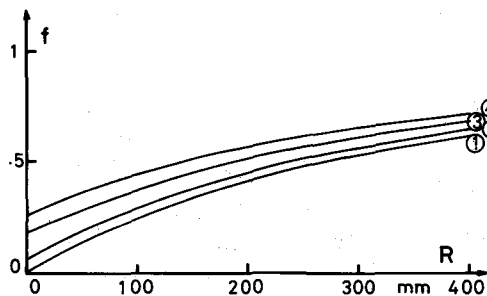


図13 流出率と総降雨量(累積降雨量)

α はすべて $0.006(1/\text{mm})$ ①: $h_i = 0$,
②: $h_i = 10 \text{ mm}$ ③: $h_i = 30 \text{ mm}$
④: $h_i = 50 \text{ mm}$

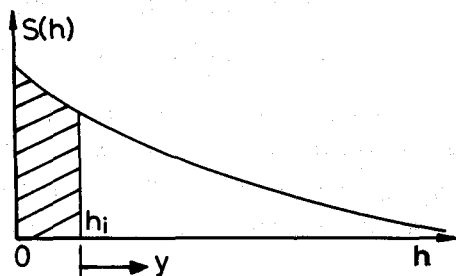


図12 先行降雨あるいは初期水分量 h_i の影響

図の斜線部は飽和領域を示す

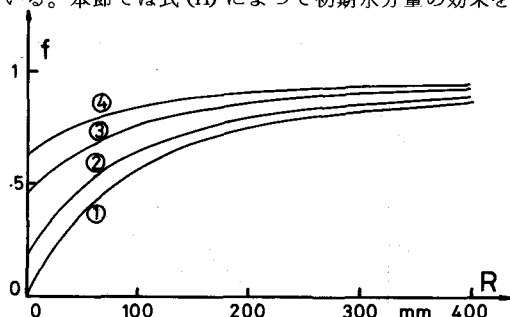


図14 α はすべて $0.02(1/\text{mm})$ ①: $h_i = 0$,

②: $h_i = 10 \text{ mm}$ ③: $h_i = 30 \text{ mm}$
④: $h_i = 50 \text{ mm}$

わしているが、平常時の h の分布を式 (11) で表わしたときには $S(h)$ 中の $C_1 \delta(h)$ の意味するものは、都市域では家屋や道路等の舗装された部分の保水能をほとんどもたないサブシステムの全体に占める割合であり、山地流域では河道部分や河道沿いの常に水で飽和した土壤部分になっていることが考えられる。図 13, 14 はそれぞれ $\alpha = 0.006$ と $\alpha = 0.2$ (単位は $1/\text{mm}$) に対して $h_i = 0, 10, 30, 50$ (mm) の場合の流出率 f と総降雨量 R の関係を示したものである。これらの図より初期水分量や先行降雨の効果は総降雨量あるいは累積降雨量が小さいときに顕著であり、特大の大雨にあつてしまえば初期状態にかかわらず流域固有の流出率に近づいていくことがわかる。また初期水分量の影響は α が大きく、流域全体の保水能の分布が h の小さいところに集中しているものほど顕著になっていることがわかる。(iii) 単峰形の $S(h)$ の分布形状の場合：つぎに図 15 に示す $S(h)$ の分布形状の場合について考える。この場合は対数正規分布やガンマ分布の近似形と考えられる。このとき $S(h)$ は次式で表わされる。

$$S(h) = \alpha e^{-\alpha(h-h_0)} H(h-h_0) \quad \text{..... (14)}$$

このときの $R-f$ 関係は、

$$f = \begin{cases} 1 - \frac{1}{\alpha R} \left\{ 1 - e^{-\alpha(R-h_0)} \right\} - \frac{h_0}{R}, & R > h_0 \\ 0, & R < h_0 \end{cases} \quad \text{..... (15)}$$

となる。さらに上記の $S(h)$ に対して図 16 に示すように h_i ($h_i < h_0$) の降雨が既に降っていたとか、初期水分量として存在している場合を考える。このときには上式の h_0 のかわりに $h_0 - h_i$ を代入すればよい。すなわち、

$$f = \begin{cases} 1 - \frac{1}{\alpha R} \left\{ 1 - e^{-\alpha(R-h_0+h_i)} \right\} - \frac{h_0-h_i}{R}, & R > h_0-h_i \\ 0, & R < h_0-h_i \end{cases} \quad \text{..... (16)}$$

となる。図 17, 18 はそれぞれ $h_0 = 40$ mm に対して $\alpha = 0.06, 0.006$ とした場合において初期水分量 h_i をいくつかに変化させたときの総損失量 Q_L —総降雨量 R の関係を示すものである。図 19 は図 17, 18 に対応した流出率の変化を示すものである。この図より既述のように初期水分量の流出率に与える影響は α

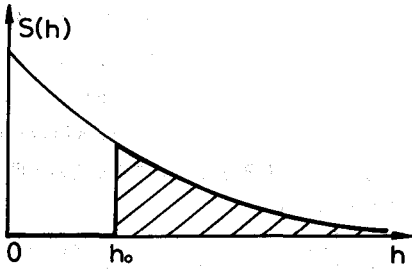


図 15 単峰形の $S(h)$ の分布

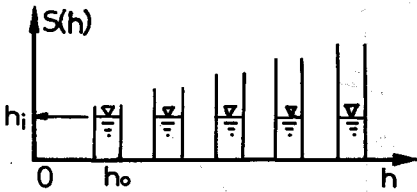


図 16 先行降雨あるいは初期水分量を考慮した $S(h)$

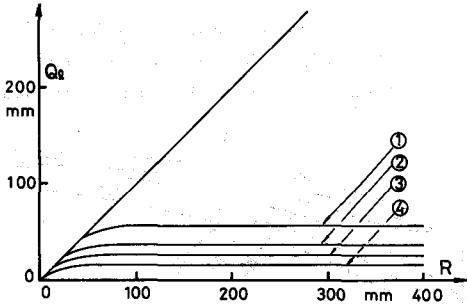


図 17 総損失量と総降雨量(累積降雨量)の関係に及ぼす初期水分量の影響
 $\alpha = 0.06 (1/\text{mm})$, $h_0 = 40$ mm, ①: $h_i = 0$
②: $h_i = 20$ mm, ③: $h_i = 30$ mm, ④: $h_i = 40$ mm

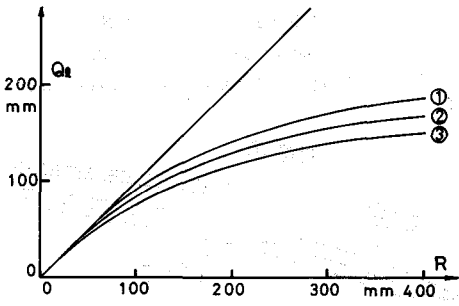


図 18 $\alpha = 0.006 (1/\text{mm})$, $h_0 = 40$ mm, ①: $h_i = 0$
②: $h_i = 20$ mm, ③: $h_i = 40$ mm

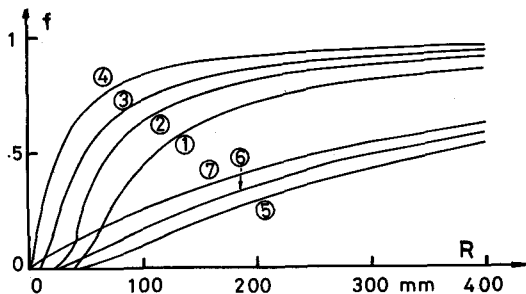


図19 流出率と総降雨量(累積降雨量)の関係
に及ぼす初期水分量の影響

①から④の $\alpha = 0.06 (1/\text{mm})$, ⑤, ⑥, ⑦の
 $\alpha = 0.006 (1/\text{mm})$, h_0 はすべて 40 mm ,
①: $h_i = 0$, ②: $h_i = 20 \text{ mm}$, ③: $h_i = 30 \text{ mm}$,
④: $h_i = 40 \text{ mm}$, ⑤: $h_i = 0$, ⑥: $h_i = 20 \text{ mm}$
⑦: $h_i = 40 \text{ mm}$

が大きく、保水能分布が h の小さいところにかたよっている流域ほど顕著になっていることがわかる。また α が小さく、保水能が流域全体で広く分布している流域では、総降雨量あるいは累積降雨量の増大につれて流出率は比例的に増大しつづけていることがわかる。

(iv) 一般的な場合：最後に $S(h)$ として図20に示すより一般的な分布形状の場合につき解析を行なった。このときの $f-R$ 関係は上記までの理論展開から容易に得ることができて、

$$f = \begin{cases} C_1 & \text{for } R < h_0 - h_i \\ C_1 + C_2 \left\{ 1 - \frac{1}{\alpha R} (1 - e^{-\alpha(R - h_0 + h_i)}) - \frac{h_0 - h_i}{R} \right\} & \text{for } R > h_0 - h_i \end{cases}$$

$$C_1 + C_2 = 1 \quad \dots\dots\dots (17)$$

となる。

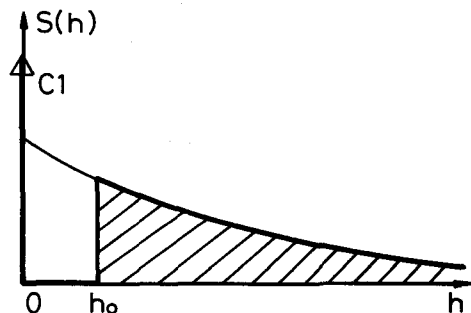


図20 一般的な $S(h)$ の形状

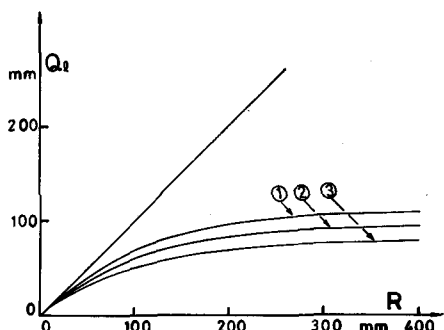


図21 総損失量と総降雨量(累積降雨量)の
関係に及ぼす初期水分量の影響

$\alpha = 0.001 (1/\text{mm})$, $h_0 = 40 \text{ mm}$, $C_1 = 0.2$,
①: $h_i = 0$, ②: $h_i = 20 \text{ mm}$, ③: $h_i = 40 \text{ mm}$

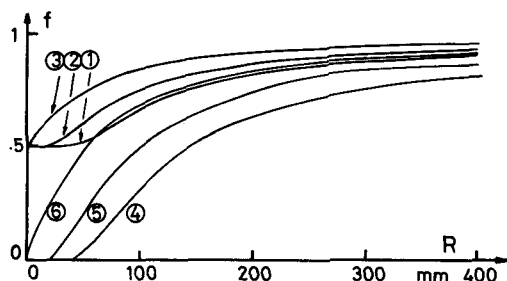


図22 流出率と総降雨量(累積降雨量)の関係
 $\alpha = 0.03 (1/\text{mm})$, $h_0 = 40 \text{ mm}$, ①, ②, ③の $C_1 = 0.5$,
④, ⑤, ⑥の $C_1 = 0$, ①: $h_i = 0$, ②: $h_i = 20 \text{ mm}$,
③: 40 mm , ④: $h_i = 0$, ⑤: $h_i = 20 \text{ mm}$, ⑥: $h_i = 40 \text{ mm}$

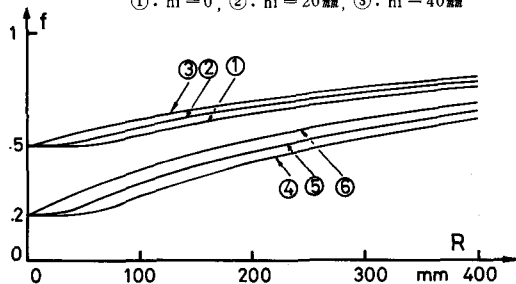


図23 $\alpha = 0.006 (1/\text{mm})$, $h_0 = 40 \text{ mm}$, ①, ②, ③
の $C_1 = 0.5$, ④, ⑤, ⑥の $C_1 = 0.2$, ①: h_i
 $= 0$, ②: $h_i = 20 \text{ mm}$, ③: $h_i = 40 \text{ mm}$, ④:
 $h_i = 0$, ⑤: $h_i = 20 \text{ mm}$, ⑥: $h_i = 40 \text{ mm}$

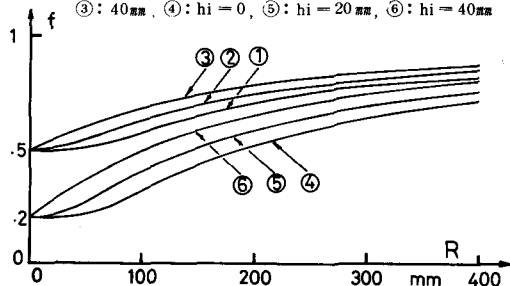


図24 $\alpha = 0.01 (1/\text{mm})$, $h_0 = 40 \text{ mm}$, ①, ②, ③の
 $C_1 = 0.5$, ④, ⑤, ⑥の $C_1 = 0.2$, ①: $h_i = 0$,
②: $h_i = 20 \text{ mm}$, ③: $h_i = 40 \text{ mm}$, ④: $h_i = 0$,
⑤: $h_i = 20 \text{ mm}$, ⑥: $h_i = 40 \text{ mm}$

図 21 は C_1 , α , h_0 として図に示す数値をとったときの初期水分量の違いによる総損失量 Q_L - 総降雨量あるいは累積降雨量 R の関係を示している。本論文では実流域の資料を一切用いていないが、実流域における $Q_L - R$ の関係は多少の違いはあれ、大略図 21 に示す傾向を有している。図 22, 23, 24 は C_1 , α , h_0 , h_i として図中に示す数値をとったときの $f - R$ 関係を示している。図 22 は C_1 が 0 と 0.5 の場合であり、強いと言えば山地流域と都市流域の場合に対応していると考えられる。このとき初期水分量の影響は C_1 が 0, すなわち山地流域の方が都市域に比べて相対的に大きくなっている。しかし総降雨量が極端に大きな値をとった場合には C_1 の効果は顕著ではなく、流出率は α で決る流域固有の値に漸近している。図 23 と 24 はそれぞれ $\alpha = 0.006$ と 0.01 の場合の初期水分量の影響を調べたものである。これらの図より C_1 すなわち流域内の舗装部分や完全湿潤域のように保水能をもたない部分の割合が大きい流域では、先行降雨や初期水分量の多少の違いは顕著に現われていないことがわかる。

4. 結 論

本解析によって得られた結論は以下のとおりである。

- (1) 降雨の土中への鉛直浸透を不飽和浸透理論を用いて解析した。このとき表土層の下に不透水層が存在するときには土壌は下方から飽和していき、表土層の土湿不足を完全に満たした後にあふれ出るいわゆる Dunne タイプの有効降雨の発生機構が存在することを確認した。これはかつて高棹が解析した中間流が^{1), 2)} A 層を満たした後にあふれて表面流出となるとしたモデルの単純化に相当している。
- (2) 有効降雨の発生が上記の Dunne タイプや高棹の表面流出の生起（必ずしも現実の over land flow でなくてもいいが）のみによっているとしたとき、1つの流域からの有効降雨あるいは直接流出の発生は、その流域内における保水能（あるいは A 層の厚さ）の分布形態によって決定されている。
- (3) 有効降雨の発生機構を支配する保水能の分布は本文中に示した C_1 , α , h_0 , h_i の 4 つの特性量で決り、これらの値の組み合わせによって総流出量、総損失量、流出率と総降雨量、あるいは累積降雨量との関係は複雑に変化する。

以上である。

おわりに

本研究の遂行にあたり著者の一人は文部省科学研究費自然災害特別研究(1)（代表日野幹雄東工大教授、豪雪地帯における融雪洪水の予測と制御）の補助を受けている。ここに記して感謝の意を表わします。

参考文献

- 1) 金丸昭治・高棹琢馬著「水文学」 朝倉書店
- 2) 高棹琢馬：出水現象の生起場とその変化過程，京大防災研究所年報，第 6 号，1963.
- 3) 山口高志・益倉克成・山守隆・綿貫克彦：市街地雨水の量的制御一下水道と雨水貯留一，土木技術資料，第 21 巻 7 号，1979.
- 4) Freeze, R. A. : A Stochastic-Conceptual Analysis of Rainfall-Runoff Processes on a Hillslope, Water Resources Research, vol. 16, No. 2, 1980.
- 5) Rubin, J., R. Steinhardt and P. Reiniger : Soil Soc. Am. Proc., vol. 28, 1964.
- 6) 青木佑久・石崎勝義，岸井徳雄・長谷川正：全国流出試験地調査中間報告，土木技術資料，第 21 巻 8 号，1979.
- 7) 鮎川登・北川善廣：都市化流域の洪水流出モデル，土木学会論文報告集，No. 325，1982.
- 8) 日野幹雄・長谷部正彦：日単位降雨の流出率と初期流量・降雨強度，第 26 回水理講演会論文集，1982.
- 9) Kirkby, M. J. (Ed) : Hillslope Hydrology, John Wiley.

- 10) 吉川秀夫・山田正：浸透流に関する水理学的研究，Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳ，東京工業大学土木工学科研究報告 №25 1979.
- 11) 山田正：山地小流域における瞬間単位図と時定数スペクトルについて，第35回年次学術講演会概要集第2部門 1980.
- 12) 日野幹雄・山田正・田所正：砂層内の降雨鉛直浸透に関する実験的研究，第35回年次学術講演会概要集第2部門，1980.
- 13) 日野幹雄・山田正・藤田光一：小試験地における雨水の流出過程に関する研究，第36回年次学術講演会概要集第2部門，1981.
- 14) 日野幹雄・山田正・藤田光一：降雨鉛直浸透とその流出特性に及ぼす影響について，第36回年次学術講演会概要集第2部門，1981.
- 15) 山田正：山地小流域における瞬間単位図と斜面長分布の関係，土木学会論文報告集，№306，1981.
- 16) 山田正：時定数スペクトルを用いた山地小流域の洪水流出解析，土木学会論文報告集，№314，1981.
- 17) 藤田光一・日野幹雄・山田正：ダルシー則に基づく降雨鉛直浸透の解析，第26回水理講演会論文集，1982.
- 18) 山田正・日野幹雄・藤田光一：小試験地における雨水の流出機構，第26回水理講演会論文集，1982.