

粒子の浮遊限界に関する研究

Threshold Condition of Particle Suspension

京都大学防災研究所 正員 芦田和男
徳島大学工学部 正員 岡部健士
京都大学大学院 学生員○藤田正治

1. 緒言

山地から河川への流出土砂には、シルトや細砂が比較的多く含まれているが、これらの粒子の洗掘・堆積現象や浮遊砂量の算定のためには、各粒子の浮遊限界を明らかにすることが重要である。浮遊限界を明確に定義することはむずかしいが、従来、浮遊砂が無視し得ない程度存在し始める状態に対して、粗面では河床付近の鉛直方向の乱れ強度が摩擦速度 u_* にはほぼ等しいという知見から、次式が考えられている。

$$u_* = w_s \quad (w_s : \text{粒子の沈降速度}) \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

しかし、滑面あるいは遷移領域の場合には、河床付近の乱れの構造が粗面の場合と異なるので (1)式は適用できない。また、粒子が粗粒子の間隙中に存在するような条件の場合には、粗粒子の乱れに及ぼす影響と遮蔽効果により、浮遊条件は (1) 式と異なるものとなろう。

以上のように、河床条件に応じて浮遊限界を検討することが必要であり、本研究では、シルトおよび細砂を用いて、粒子が河床を構成し滑面あるいは遷移領域となる場合と、粗粒子の間隙中に存在する場合の 2 つの河床条件に対して、浮遊限界に関する詳細な実験を行う。前者の条件については、河床付近の乱れを考慮して浮遊限界の条件式を理論的に導き、実験値との比較からその妥当性を検討する。さらに、その理論の適用例として、浮遊限界を導入した浮遊砂底面濃度の予測式を提案する。

2. 微細粒子の浮遊限界に関する実験

2-1 実験条件および方法

実験水路は、幅 30 cm、長さ 8 m の可変勾配水路で、上流端から 6 m のところに図-1 に示すような流砂採集装置が設置されており、その上流 4 m の区間に粗粒子 (3 mm と 4.8 mm の 2 種類) が貼付されている。実験に用いた砂は、44 ~ 420 μ の粒子を 6 つの階級に分けて A ~ F 砂で、その粒径範囲と V-Atube による平均沈降速度を表-1 に、また実験条件を表-2 に示す。

Exp. A-I ~ F-I は、微細粒子が河床を構成する場合に対する実験であり、流砂採集断面の上流 4 m の区間に粗粒子が隠れる

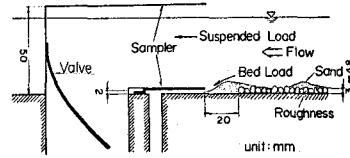


図-1 流砂採集装置

表-1 実験用砂

Sand	d (μ)	w_s (cm/s)
A	44~74	0.504
B	88~105	1.018
C	105~125	1.422
D	125~149	1.680
E	149~177	2.153
F	297~420	4.200

表-2 実験条件

Exp.-No.	Sand	Slope	Q (l/s)	u_s (cm/s)	Fr	Re	$u_x d/v$	$u_x d_f/v$	$u_x k_s/v$	d_f (mm)	a/d_f (%)	Exp.-No.	Sand	Slope	Q (l/s)	u_s (cm/s)	Fr	Re	$u_x d/v$	$u_x d_f/v$	$u_x k_s/v$	d_f (mm)	a/d_f (%)
A-I	A	1/685	0.20	1.06	0.45	2700	0.63	—	—	3.0	100	A-II-(4)	A	1/522	0.23	1.26	0.28	3000	—	59	75	4.8	53
		1/695	-2.65	-2.13	-0.64	-35000	-1.26	—	—	—	—		B	1/522	-0.54	-1.55	-0.32	-7000	—	-72	-103	—	—
B-I	B	1/695	0.20	1.06	0.45	3300	1.04	—	—	3.0	100	A-II-(5)	A	1/522	0.19	1.15	0.24	2400	—	55	65	4.8	70
		1/695	-2.90	-2.29	-0.53	-35700	-2.21	—	—	—	—		C	1/522	-0.53	-1.53	-0.35	-6700	—	-71	79	4.8	70
C-I	C	1/685	0.32	1.24	0.45	4300	1.43	—	—	3.0	100	A-II-(6)	A	1/522	0.25	1.15	0.36	3100	—	52	23	4.8	89
D-I	D	1/436	-2.61	-2.50	-0.45	-35000	-2.88	—	—	3.0	100	A-II-(1)	E	1/458	-0.48	-1.34	-0.40	-5900	—	-60	-29	4.8	89
		1/436	-2.68	-2.57	-0.48	-35700	-3.52	—	—	3.0	100	E-II-(2)	E	1/458	-1.93	-2.26	-0.43	-25700	—	-68	-153	3.0	63
E-I	E	1/436	0.25	1.21	0.60	3300	1.97	—	—	3.0	100	E-II-(3)	E	1/458	0.40	1.50	0.36	5300	—	45	79	3.0	90
F-I	F	1/436	-3.03	-2.69	-0.67	-40400	-4.38	—	—	3.0	100	E-II-(4)	E	1/522	0.45	1.52	0.32	5500	—	-56	-98	3.0	90
		1/185	0.22	1.73	0.67	2900	6.23	—	—	3.0	100				-0.77	-1.73	-0.33	-9400	—	68	102	4.8	41
A-II-(1)	A	7/458	0.22	1.33	0.29	2900	—	40	93	3.0	63	E-II-(5)	E	1/522	0.51	1.52	0.32	6300	—	68	87	4.8	52
		0.94	-1.90	-0.38	-12500	—	-57	-133	—	—	—		B	7/458	-0.97	-1.80	-0.35	-1900	—	-80	-112	—	—
A-II-(2)	A	1/458	0.20	1.02	0.45	10000	—	31	51	3.0	87	E-II-(6)	E	1/522	0.60	1.50	0.32	7500	—	65	53	4.8	86
		0.75	-1.73	-0.41	-10000	—	-52	78	—	—	—		C	1/522	-0.38	-0.85	-0.43	-1700	—	-85	67	4.8	86
A-II-(3)	A	1/522	0.16	1.17	0.23	2000	—	55	78	4.8	40	E-II-(7)	E	1/522	0.40	1.42	0.41	6000	—	61	29	4.8	93
		-0.43	-1.49	-0.30	-5600	—	-70	-118	—	—	—				-1.21	-1.76	-0.46	-11100	—	-76	-41	—	—

程度に粒子を敷いたものである。Exp. A-II, E-IIは、微細粒子が粗粒子の間隙中に存在する場合に対する実験であり、前述の実験と同じ区間に、 A , E 砂を a/d_r (a : 微細粒子の堆積厚、 d_r : 粗粒子の粒径) の値を表-2に示すとおりに変化させて敷いたものである。表-2に示す砂粒レイノルズ数 u_*d/ν , u_*d_r/ν , u_*k_s/ν (k_s : 相当粗度高さ) の値から、前者はほぼ滑面、後者は遷移領域から粗面の実験である。

実験は流量を段階的に増加させて、等流の条件下で各流量のときの掃流砂および浮遊砂を採集するとともに、粒子の移動状況を観察した。ただし、Exp. A-II, E-IIでは、粒子の移動状況の観察のみ行った。

Exp. A-I ~ F-Iでは、いずれの場合も河床波が形成されており、この河床波として流送される粒子を掃流砂として計測した。平均水深は Exp. A-I ~ F-I では数断面での測定値の平均、Exp. A-II, E-II では粗粒子の頂部と河床砂面との中間を平均河床として求めた。

2-2 実験結果とその考察

全流砂量に対する浮遊砂量の割合 q_s/q_T は掃流力とともに増加するが、この値が 0 のときを浮遊限界とし、この時の摩擦速度を u_{*s_0} とする。また、浮遊砂が無視し得なくなる限界である (1) 式は、本実験では後述するように $q_s/q_T = 4\%$ の状態に対応しており、このときの摩擦速度を u_{*st} とする。

(1) 微細粒子が河床を構成している場合 (Exp. A-I ~ F-I)

図-2は、 u_{*s_0} , u_{*st} および掃流限界摩擦速度 u_{*c} (岩垣¹⁾) の考え方による) の実験値を示したものである。図中の u_{*c} の曲線は White, S. J.²⁾ や岩垣¹⁾の限界掃流力に関する研究成果よりひかれたもので、 w_s の曲線は、実測値の内挿曲線である。なお、河床砂と浮遊砂の沈降速度分布を比較した結果、河床中の小さい粒子から浮遊し始める事はないものと思われた。図-2から、次の事が考察される。

(i) 従来提案されている浮遊限界の条件式 $u_* \neq w_s$ は、粒径 d が d_c ($u_{*c} = w_s$ となる粒径) に近い値 $d = 0.015 \text{ cm}$ より大きい場合には、 $u_* = u_{*st}$ の値に対応する。しかし、 $d < 0.015 \text{ cm}$ の範囲において、 $u_{*st} > w_s$ となり、 d が小さくなる程両者の開きは大きくなる。

(ii) u_{*s_0} は $d < 0.015 \text{ cm}$ において u_{*c} を若干上まわった値であり、 $u_{*s_0} \neq u_{*c}$ と見なすことができるが、 $d > 0.015 \text{ cm}$ において $u_{*s_0} > u_{*c}$ となり、 d が大きくなるにつれて両者の開きは大きくなる。

(iii) $d < d_c$ において、粒子は浮遊し始めるとわずかの u_* の増加で浮遊砂量は増加し、 $u_{*st} \neq u_{*s_0}$ となるが、 $d > d_c$ において、 d が大きくなるほど u_{*s_0} と u_{*st} との間の開きは大きくなる。

(iv) (ii), (iii)で述べた事は、 $d > d_c$ の粒子の流送形態には、掃流砂のみの領域が存在し、掃流力が大きくなると次第に浮遊砂の割合が増加していくのに対し、 $d < d_c$ では流砂の形態は主として浮遊砂であり、前者は bed material load を構成し、後者は wash load となることを意味する。

(2) 微細粒子が粗粒子の間隙中に存在する場合 (Exp. A-II, F-II)

この場合、 u_{*s_0} は粒子が浮遊し始める状況の観察により決定された。図-3, 4は、粒子が粗粒子の間隙中に存在する場合と、河床を構成している場合に対する u_{*s_0} の a/d_r および砂粒レイノルズ数 (前者では u_*d_r/ν 、後者では u_*d/ν) による変化を示したものである。図-4には、粒子がころがり始める時の摩擦速度 u_{*i} も示されている。この図から次のようない事が考察される。

(i) $44 \sim 74 \mu$ ($d < d_c$) の粒子に対する u_{*s_0} は、粒子が河床に存在する状況によって異なる。すなわち、 u_{*s_0} は a/d_r が小さい時、粗粒子の遮蔽効果により浮遊しにくく大きいが、 a/d_r が大きくなると減少し、さらに大きくなると粗粒子の乱れに及ぼす影響が小さくなり、今度は逆に増加し始め a/d_r がある値のとき u_{*s_0} は最小となる。しかし、 $149 \sim 177 \mu$ ($d > d_c$) の粒子では、本実験条件では、 u_{*s_0} は

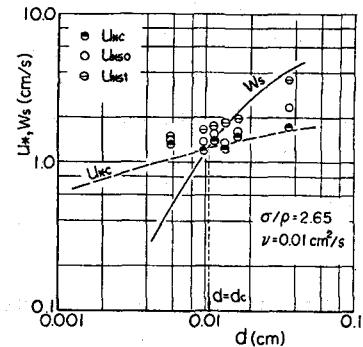


図-2 u_{*s_0} , u_{*st} , u_{*c} の実験値

a/d_r の値に関係なく一定であり、 $d < d_c$ の粒子と特徴が異なった。

(ii) 粒子が河床を構成している場合 ($a/d_r = 1$), A 砂 ($44 \sim 74 \mu$), E 砂 ($149 \sim 177 \mu$)ともに、静止 \rightarrow 掃流 \rightarrow 浮遊と遷移しているが、粒子が粗粒子の間隙に存在するような場合では、ほとんどのケースで静止 \rightarrow 浮遊と遷移している。

このように、微細粒子が粗粒子の間隙に存在するような場合では、 u_{*s_0} や流水中での流送形態の遷移に関しては、特に $d < d_c$ の粒子に対して、粗粒子の乱れに及ぼす効果と遮蔽効果の相互関係が影響し、またその相互関係は a/d_r の値によって変化することが明らかになった。

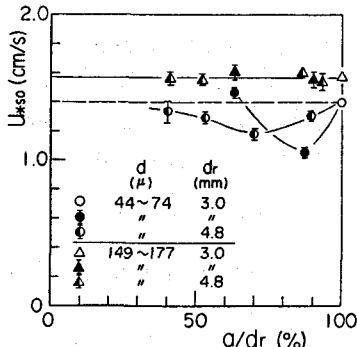


図-3 u_{*s_0} と a/d_r の関係

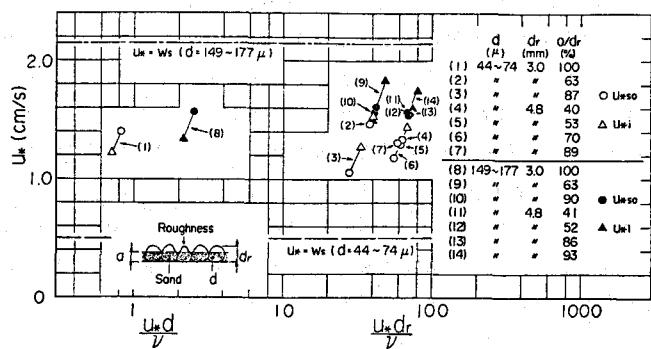


図-4 u_{*s_0} , u_{*i} と砂粒レイノルズ数の関係

3. 微細粒子の浮遊限界に関する理論

3-1 浮遊限界の条件式

(1) 浮遊条件式

本章では、微細粒子が河床を構成している場合、すなわち、滑面の条件を対象にする。このような条件のもとでは、図-2に示したように、粒子は掃流状態にならなければ浮遊しない。この事から、粒子の浮遊機構を次のように考える。(図-5参照)

$u_* < u_{*c}$ では、粒子は掃流されず、また粘性底層内にあるため浮遊もしない。 $u_{*c} < u_* < u_{*s_0}$ になると、粒子は掃流され始め、圧力変動に伴う揚力 F_L によって掃流状態の離脱高さ y_0 まで離脱するが、 y_0 の位置での鉛直方向の最大乱れ速度 V_{max} (y_0) は粒子の沈降速度 w_s より小さいために、粒子は浮遊しない。しかし、さらに u_* が増加して、 $u_{*s_0} < u_*$ になると $V_{max} (y_0) > w_s$ となり粒子は浮遊する。したがって、浮遊限界の条件式は次式で表わされる。

$$V_{max} (y_0) = w_s \quad \dots \dots \dots (2)$$

(2) 粒子の掃流状態の離脱高さ y_0

掃流状態にある粒子が河床面で圧力変動に伴う揚力 F_L をうけ、初速 V_0 で鉛直方向に飛び出すと考える。本章では滑面を対象にしているので Buffer 層以下では乱れが小さく、 y_0 は V_0 によってのみ規定されるとすると、粒子の運動方程式は次式のようである。座標系は図-5のとおりである。

$$\frac{\pi}{6} d^3 \sigma \frac{d^2 y}{dt^2} = 3 \pi \mu d \left(-\frac{dy}{dt} \right) + \frac{1}{2} \frac{\pi}{6} d^3 \rho \left(-\frac{d^2 y}{dt^2} \right) - \frac{\pi}{6} d^3 (\sigma - \rho) g \quad \dots \dots \dots (3)$$

ここに、 y : 粒子の位置、 σ : 粒子密度、 μ : 粘性係数、 ρ : 流体密度である。(3)式の右辺第1項では、

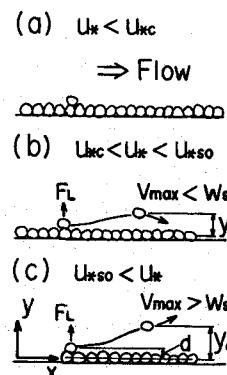


図-5 粒子の浮遊機構

Stokesの抵抗則を用いている。

(3)式の初期条件は次式で与えられる。

$$t = 0 ; y = d, \frac{dy}{dt} = V_0 \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

飛び出し速度 V_0 は次の力積方程式から得られる。

$$\sigma(\pi/6)d^3V_0 = \{F_L - (\pi/6)d^3(\sigma/\rho)g\} \Delta t \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

ここに, Δt : 揚力の作用時間である。

揚力 F_L は, 粘性底層外で生じる鉛直方向の変動速度に起因するとして, 次式で表わされるものとする。

$$F_L = (1/2)C_L' \rho v^2 (\pi/4)d^2 \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

ここに, C_L' : F_L と v を結びつける係数である。

粒子は掃流状態にならなければ浮遊せず, しかも両者の限界はかなり近い事実から次式を仮定する。

$$v = v_c \text{ で } V_0 = 0 \quad (v_c : \text{掃流限界のときの } v) \quad \dots \dots \dots \quad (7)$$

さらに, $v = \gamma u_*$, $v_c = \gamma u_{*c}$ (γ : 係数) とおき, $\Delta t = d/w_s$ と仮定すると, (5), (6), (7)式から V_0 が求められ, (3)式を(4)式の条件で解くと, 粒子の掃流状態の離脱高さの最大値として次式を得る。

$$y_0 = \frac{s_1 s_2 g d^4}{18^2 \nu^2} \left[18 \frac{\nu K_v}{d} \frac{\tau_* - \tau_{*c}}{w_s} - \ln \left\{ 18 \frac{\nu K_v}{d} \frac{\tau_* - \tau_{*c}}{w_s} + 1 \right\} \right] + d \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

ここに, $s_1 = \sigma/\rho + 1/2$, $s_2 = \sigma/\rho - 1$, ν : 動粘性係数, τ_* , τ_{*c} : 掃流力および限界掃流力の無次元表示である。また, K_v は揚力に関する係数で次式で表わされる。

$$K_v = \frac{3}{4} C_L' \frac{\rho}{\sigma} r^2 \quad \dots \dots \dots \quad (9)$$

(3) 鉛直方向の最大変動速度の鉛直方向の分布

Grass, 神津³⁾によれば, 滑面での鉛直方向の乱れ強度 v' の鉛直方向の分布は図-6 のようである。この図との適合性をみて, v' の分布を次式で近似する。

$$v'/u_* = \beta(y^+) \quad (y^+ = u_* y / \nu) \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

ここに,

$$\beta(y^+) = \begin{cases} -\frac{1}{2500}(y^+ - 50)^2 + 1 & (y^+ \leq 50) \dots \dots \dots \quad (11) \\ 1 & (y^+ > 50) \dots \dots \dots \quad (12) \end{cases}$$

一方, 鉛直方向の乱れ速度 v の確率分布は, 神津⁴⁾によるところ-7 のようである。 v の最大値として, いかなる値を用いるかが問題であるが, 図-7 の実験値から, $v_{max} = \alpha v'$ ($\alpha \approx 3$) と仮定する。ここで, v の確率分布をガウス分布とすると $v \geq 3v'$ となる確率は 0.13 % である。

したがって, v_{max} の鉛直分布は次式のように表わされる。

$$v_{max} = \alpha u_* \beta(y^+) \quad (\alpha \approx 3) \quad \dots \dots \dots \quad (13)$$

以上の考察より, 浮遊限界摩擦速度 u_{*s_0} は, K_v を与えると, (2), (8), (10), (11), (12), (13)式を連立して解けば求められる。

3-2 実験結果と理論値との比較

粒子が河床を構成している場合の実験 (Exp. A-I ~ F-I) で得られた τ_{*c} の値を用いて, $K_v = 40$ の場合の u_{*s_0} を算定し, 実験値と比較したものが図-8 である。各実験に対して両者はよく一致している。

K_v は(9)式で $\sigma/\rho = 2.65$, $\gamma = 3$ とすると,

$$K_v = 2.5 C_L' \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

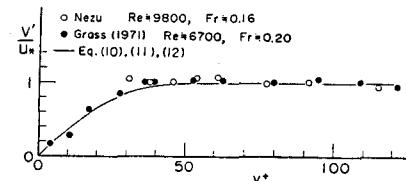


図-6 v' の鉛直分布 (神津³⁾)

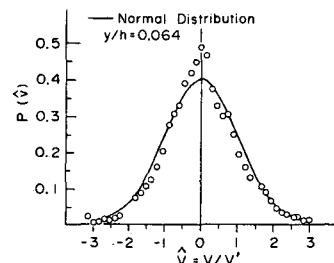


図-7 v の確率分布 (神津⁴⁾)

となる C'_L は底面での圧力変動による揚力に関する係数であるので、⁵⁾ 研究により、そのオーダーを検討する。圧力変動強度 p' と底面せん断応力 τ_0 の比は、フルード数 F_r によって変化する。本実験では、 $F_r = 0.6$ であり、このとき $p'/\tau_0 = 8$ である。

$$C'_L \sim \frac{2p'}{\rho v'^2} \div \frac{2p'}{\rho u_*^2} \div \frac{16\rho u_*^2}{\rho u_*^2} = 16 \quad \dots \dots \dots \quad (15)$$

となるので、(14)式より K_v は 40 のオーダーとなる。したがって、実験値と理論値の比較から得られた $K_v = 40$ という値は、ほぼ妥当であると思われる。

また、浮遊限界のときの y_0^+ の計算値は、粒径の 2 ~ 4 倍程度であり、 y_0^+ は 40 以下である。したがって、このことは粒子が buffer 層まで持ち上げられ、そこから浮遊するという仮定を裏づけている。

以上のように、本章で議論した浮遊条件式は、実験値をよく説明するものであり、この理論の妥当性がうかがえる。

4. 微細粒子の浮遊砂底面濃度

浮遊砂量を精度よく推定するためには、浮遊限界を適切に評価して、それを底面濃度式に導入することが肝要であると思われる。3章で考察した浮遊限界の理論を用いて、底面濃度式を以下のように求める。

底面濃度を与える基準面は、各粒子が浮遊限界となるときの掃流状態の離脱高さ y_b とする。すなわち、

$$y_b = y_s \quad (y_s \text{ は各粒子で一定値}) \quad \dots \dots \dots \quad (16)$$

とおく。ここに y_b ：浮遊砂の基準高さである。 y_s は、(2), (8), (10), (11), (12), (13) 式より求められる。

つぎに、 $y = y_b$ における鉛直方向の変動速度の確率分布は、図-7 より、次式のように、平均 0, 分散 $v'^2(y_b^+)$ の正規分布とし、 v の上限 (v_{max}) と下限 (v_{min}) を $\pm \alpha v'(y_b^+)$ ($\alpha = 3$) とする。

$$f(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} v'(y_b^+)} \exp\left(-\frac{v^2}{2v'(y_b^+)^2}\right) \quad (v_{min} \leq v \leq v_{max}) \quad \dots \dots \dots \quad (17)$$

ここに、 $v_{max} = \alpha v'(y_b^+)$, $v_{min} = -\alpha v'(y_b^+)$ である。

$v'(y_b^+)$ は、(10), (11), (12) 式から求められる。

基準面から浮上する粒子の量 q_{s1} は、基準面に存在する粒子の個数、粒子の体積、単位時間あたり浮上する粒子の個数に比例するとし、基準面に存在する粒子の個数は、単位面積あたりの粒子の露出個数に比例すると仮定する。また、粒子の浮上速度が $v - w_s$ で表わされるものとすると、

$$q_{s1} = K \frac{1}{(1/4)\pi d^2} \frac{\pi}{6} d^3 \int_{w_s}^{v_{max}} \frac{v - w_s}{d} f(v) dv \quad \dots \dots \dots \quad (18)$$

ここに、 K ：比例定数である。一方、基準面から沈降する粒子の量 q_{s2} は底面濃度を C_B とすると、 $q_{s2} = C_B w_s$ であり、平衡状態では、 $q_{s1} = q_{s2}$ であるので、 C_B を与える式が次式のように得られる。

$$C_B = \frac{2}{3} K \left(\frac{A}{\xi_0} - B \right) \quad \dots \dots \dots \quad (19)$$

ここに、

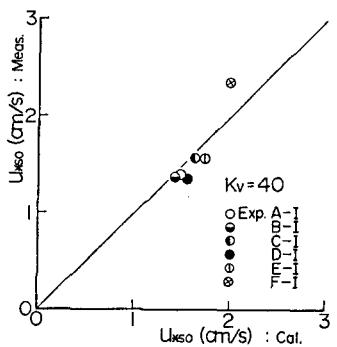


図-8 u_*s_0 の実験値と理論値

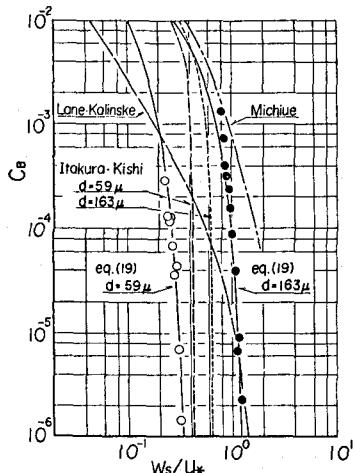


図-9 浮遊砂底面濃度

$$A = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\exp\left(-\frac{\xi_0^2}{2}\right) - \exp\left(-\frac{\xi_1^2}{2}\right) \right], \quad B = \int_{\xi_0}^{\xi_1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) d\xi$$

$\xi = v/v'$, $\xi_0 = w_s/v'$, $\xi_1 = \alpha$ である。

図-9は、粒子が河床を構成する場合の実験(Exp. A-I ~ F-I)におけるC_Bの実験値と、K=0.015, $\alpha=3$ としたときの理論値を比較した図である。参考のために、Lane・Kalinske⁶⁾、板倉・岸⁷⁾、道上⁸⁾の理論曲線も描かれている。理論値を計算するとき、 y_s は u_{*s_0} と w_s の実測値を用いて、(2), (3)式より求めた。また、実験値は、道上⁹⁾の浮遊砂量公式に、浮遊砂量の実測値を使って逆算して求めた。かなり大きさの異なる粒子に対して、同じKの値で両ケースとも実験値の傾向をよく表わしており、この理論的一般性が示唆される。

5. 結 論

以上、微細粒子(44~420 μ のシルトおよび細砂)の浮遊限界について、粒子が河床を構成し滑面あるいは遷移領域になる場合と、粒子が粗粒子(3.0 mmおよび4.8 mm)の間隙中に存在する場合に対して、実験的検討を行い、前者の場合、浮遊限界の摩擦速度 u_{*s_0} は掃流限界の摩擦速度 u_{*c} より若干大きく、粒径が小さくなるに従って、 $u_{*s_0} \neq u_{*c}$ となるが、後者の場合、粗粒子の乱れに及ぼす影響と遮蔽効果により、粒子の存在高さによって、 u_{*s_0} の値が変化することなどが明らかになった。また、粒子が河床を構成している場合については、浮遊限界を理論的に考察し、実験値をよく説明しうる条件式を導いた。さらに、この条件式を用いて、浮遊砂量の算定の基礎となる底面濃度の推算式を提案した。

今後、粒子の浮遊機構、とくに粗粒子の間隙中の粒子の浮遊機構に関して詳細な実験を行い、粒子の浮遊するプロセスを明確にしていきたい。

最後に、本実験及び資料整理に御協力して頂いた、京都大学防災研究所技官吉田義則氏ならびに京都大学工学部学生神田昌幸君に謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 岩垣雄一：限界掃流力に関する基礎的研究、(I) 限界掃流力の流体力学的研究、土木学会論文集、第41号、昭31.2、pp. 1~20.
- 2) White, S. J. Plane Bed Thresholds of Fine Grained Sediments, Nature, Vol.228, Oct., 1970.
- 3) 神津家久：開水路流の乱流構造に関する基礎的研究、京都大学学位論文、昭52.7、p. 16.
- 4) 前出文献3)， p. 30.
- 5) 前出文献3)， p. 20.
- 6) Lane, E. W. and A. A. Kalinske : The Relation of Suspended to Bed Material in River, Trans. AGU, 1939.
- 7) Tadaoki Itakura and Tsutomu Kishi : Open Channel Flow with Suspended Sediments, Proc. ASCE, HY8, August, 1980, pp. 1332~1338.
- 8) 道上正規：流砂と河床変動に関する基礎的研究、京都大学学位論文、昭47.10、pp. 99~101.
- 9) 前出文献8)， pp. 102~105.