

きわめて急勾配における土石流の流動特性
Flow Properties of Debris Flow in a Very Steep Channel

九州大学工学部 正 員 橋 本 晴 行
九州大学工学部 正 員 椿 東 一 郎

1. はじめに

砂礫粒子を高濃度に含有する土石流の流動については、従来より、せん断流的なダイラタント流動^{1), 2), 3)}と一様な速度分布を伴うビンガム流動モデル^{4), 5)}が提案されてきたが、現在では前者の考え方が支配的である。しかしながら、後者に関する報告もあるように、塑性流動の可能性を完全に否定することはできない。
著者らは、前報で、粒子を高濃度に含有したせん断流においては、相対的に下層の粒子に衝突した粒子の大部分は反撥することなく下層粒子を乗り越えていくことを明らかにして、粒子間応力の表示式を求めた。この衝突・接触機構においては、上層粒子の下層粒子に対する乗り越え条件が存在し、これを満たすとき巨視的にはせん断流が、満たさないとき一様流が生じるものと考えられる。本研究は、このような観点から、砂礫粒子を高濃度に含有する土石流においても、きわめて急勾配水路の土石流段波に塑性流動が存在することを示すとともに、その流動特性について検討を加えたものである。

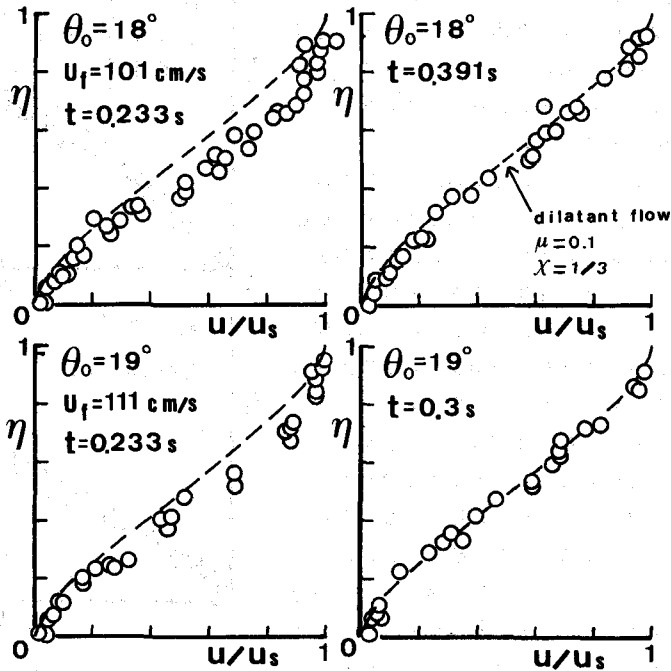
2. 急勾配における土石流の流動に関する実験

椿らは人工降雨による土石流発生実験を行ない、土石流勾配の中でも急勾配において、ビンガム流動が生じることを実験的に明らかにしている。従って、前報の実験に加えて、さらに、きわめて急勾配における実験を行ない、粒子の速度分布、輸送濃度CTP、流速係数などを求めた。

(1) 実験の方法

河床材料として、粒径 $d = 4.6\text{ mm}$ 、密度 $\sigma = 2.59\text{ g/cm}^3$ 、最密充填濃度 $C^* = 0.58$ の均一砂を長さ 7 m 、幅 $B = 20\text{ cm}$ の可変勾配水路に厚さ 10 cm で敷き詰め、水路を所定の勾配に設定し、堆積層を浸透流で飽和させる。その後、上流端より単位幅流量 $q_{w0} = 200\text{ cm}^3/\text{s}$ の水を急激に給水して土石流段波を発生させた。なお、座標は流れ方向に x 軸、それに垂直上向きに z 軸をとることとする。

粒子の速度分布を測定するため、上流端より $x = 6\text{ m}$ の地点において、 16 mm 高速度カメラを用いて土石流を撮影した。一方、下流端では土石流の先端到達後約一秒間における土石流を採取して、輸送濃度CTPを求めた。また、段波の進行速度 U_f は上流端より $x = 3\text{ m} \sim 6.4\text{ m}$ の区間の通過時間の測定から求めた。



(a) ダイラタント流動

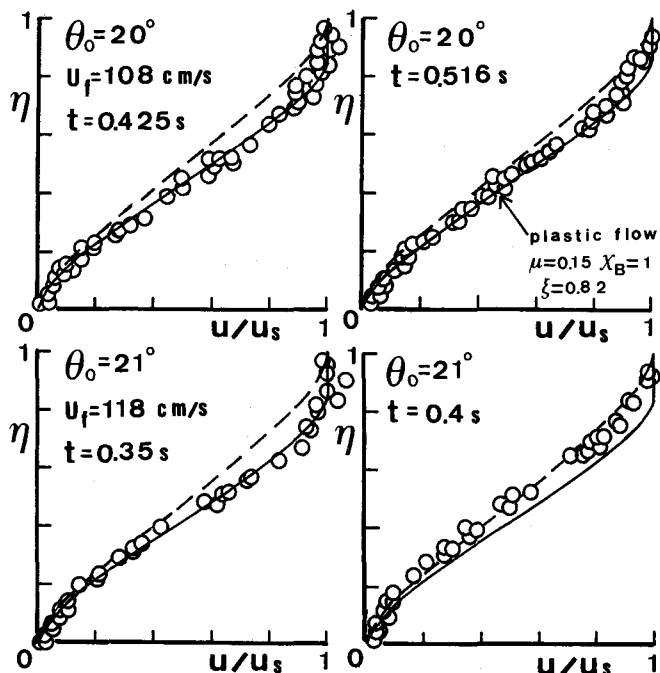
(2) 実験の結果

図-1 (a)～(c)は段波状土石流の段丘部における粒子の速度分布を示したものである。ここに、 η は、水深を h とし、 z 座標を流動層底面からとり、その底面は表面速度 u_s の2～3%の速度をもつ位置を底面として、 $\eta = z/h$ 、また、 u は粒子の x 方向の速度、 t は撮影地点における段波先端通過後の時間である。

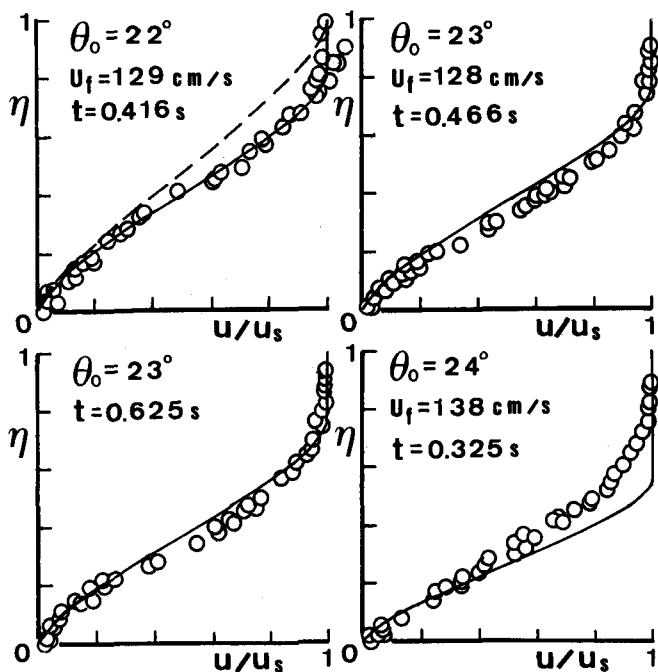
まず、図-1 (a)に示されるように、 $\theta_0 \leq 19^\circ$ の勾配では、段丘部の中でも先端に近いところで表面において一様な分布を若干示すものの、段丘部の大部分はせん断流となり、著者らが前報⁽³⁾で求めたダイラタント流動モデルによる計算値(破線)と良く適合している。図(b)の $20^\circ \leq \theta_0 \leq 21^\circ$ の勾配では、段丘部の中でも先端に近い前半部において表面付近に一様な分布が現われるのに対して、後半部では、一様な傾向がしだいに薄れ、せん断流化して後続流へ接続する。図(c)の $\theta_0 \geq 22^\circ$ の勾配では、段丘部の全体に渡って顕著な速度分布の一樣化を示し、ダイラタント流動モデルによる計算値とは異なった分布をしている。

このようなことから、土石流の段丘部は、約 19° 以下の勾配ではせん断流的な速度分布を、約 22° 以上の勾配ではビンガム流体のような一様な速度分布を示し、また、約 20° 付近の勾配ではせん断流から一様流への遷移過程の分布を示していると考えられる。

次に、輸送濃度CTPと、水路勾配 $\tan \theta_0$ との関係を前報⁽³⁾の実験値とともに図-2に示す。勾配の増加とともにCTPも増大するが、約 19° 付近から増大率が鈍り、しだいに頭打ちの傾向を示すようになり、破線で表わされたダイラタント流動モデルによる計算と適合しなくなる。このような傾向を示す



(b) 遷移過程



(c) 塑性流動

図-1 土石流段丘部の速度分布

勾配と速度分布の一樣化を示す勾配とがほぼ一致していることは注目すべきことである。

以上のことから、約20°より急な勾配における流動特性は、従来のダイラタント流動モデルでは説明できないことが明らかになった。なお、このような勾配の流動については、かつて、高橋²⁾により、全層流動モデルが提案されているが、運動方程式を用いた力学的な検討は行われていない。

3. 土石流中の粒子相互の乗り越え条件

(1) 乗り越え条件式

上述のような土石流の挙動を微視的な観点から検討を加えるため、図-3のように、i粒子がx軸に平行な速度でo粒子に衝突して反撥することなく乗り越えていく場合を考える。衝突前後のi粒子のo粒子に対する相対速度を U_i 、 U_i' とし、摩擦係数を μ 、衝突時のすべり方向の単位ベクトルを S 、o粒子の中心から衝突点に向かう単位ベクトルを n として、次式が成立する。

$$U_i' = U_i - (U_i \cdot n)(n - \mu S) \quad (1)$$

ここに、 n 、 S は図-3のような球面座標をとると、 $n = (\cos\theta, \sin\theta \sin\varphi, -\sin\theta \cos\varphi)$ 、 $S = (\sin\theta, -\cos\theta \sin\varphi, \cos\theta \cos\varphi)$ となる。衝突後、i粒子は衝突点から U_i' の初速度でo粒子に沿って移動し始めるものとする、衝突点の座標が球面座標で $(d/2, \theta, \varphi)$ であるから、乗り越えるための障壁の最大値は $-d \cos\varphi$ を越えることはない。従って、衝突後、i粒子がo粒子を乗り越えるためには、少なくとも次式を満たさなければならない。

$$(m/2) |U_i'|^2 - mgd \sin\theta \cos\varphi \geq -mgd \varepsilon \cos\varphi \quad (2)$$

ここに、 m は粒子の質量、 ε は補正係数で、 $\varepsilon \leq 1$ である。上式を変形して

$$|U_i'|^2 \geq 2gd \cos\varphi (\sin\theta - \varepsilon) \quad (3)$$

となり、土石流中においても乗り越え条件として式(3)が成立するものとする。

土石流の流れは2次元流で、巨視的なx方向の速度 $u(z)$ を用いて、 $U_i = (-d \sin\theta \cos\varphi \frac{du}{dz}, 0, 0)$ となる。式(3)によれば、乗り越え条件は衝突の角度によって異なるため、o粒子表面の衝突範囲にわたって平均化した乗り越え条件を求める。すなわち、o粒子の $\theta \sim \theta + d\theta$ 、 $\varphi \sim \varphi + d\varphi$ の間の角に上層粒子が衝突する単位時間当たりの回数は、単位体積当たりの粒子数を N として、 $dn = -(d^2 \sin\theta d\theta d\varphi \cdot n \cdot U_i) N$ であるから、平均的乗り越え条件は

$$\int |U_i'|^2 dn \geq \int 2gd \cos\varphi (\sin\theta - \varepsilon) dn \quad (4)$$

となる。o粒子に対する上層粒子の衝突範囲は、前報³⁾より $\theta = \pi/2 \sim \pi$ 、 $\varphi = \pi/2 \sim 3\pi/2$ であり、上式の積分をこのような範囲にわたって行ない整理すると次のようになる。

$$B_1 \sin\theta_0 \frac{d}{h} \left(\frac{d}{d\gamma} \frac{u}{u_*} \right)^2 \geq 2 B_2 \quad (5)$$

ここに、 $u_* = \sqrt{gh \sin\theta_0}$ 、また $B_1 = (4/21)(1 - 16\mu/15 + 2\mu^2/5)$ 、 $B_2 = (\pi/6)(\varepsilon - 3/4)$ である。

さらに、前報³⁾よりダイラタント流動モデルによる土石流

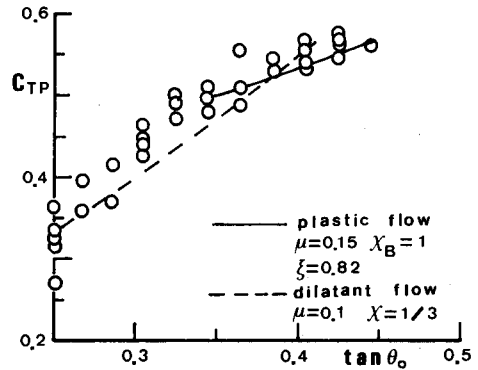


図-2 輸送濃度と水路勾配の関係

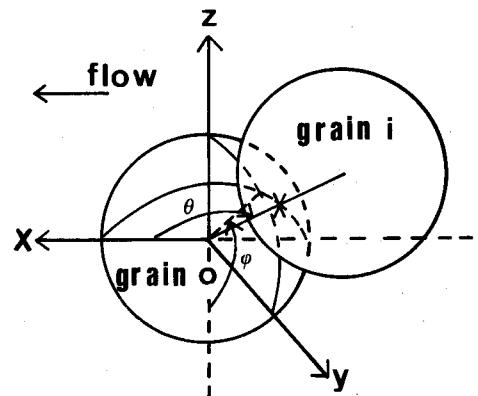


図-3 衝突の模式図

の速度勾配は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\eta} \left(\frac{u}{u_*} \right) &= \left(K_M \frac{\sigma}{\rho} \frac{\phi}{\chi} C^* \right)^{\frac{1}{2}} \frac{h}{d} \frac{C - C\alpha}{2C - C_s} F(\eta) \\ F(\eta) &= \frac{2C - C_s}{C - C\alpha} \frac{(1 - C/C^*)^{\frac{1}{2}}}{C/C^*} \left\{ (C - C_s) \right. \\ &\quad \cdot \left[\frac{\sigma - \rho}{\rho} (C + 2C\alpha) + 2 \right] + \left[1 + \frac{\sigma - \rho}{\rho} C\alpha \right] \\ &\quad \cdot (2C\alpha - C_s) \ln \left(\frac{C - C\alpha}{C_s - C\alpha} \right) \Big\}^{\frac{1}{2}} \\ \eta &= \left(2 \frac{C^* - C}{C^*} - \frac{2C\alpha - C_s}{C^*} \ln \frac{C - C\alpha}{C^* - C\alpha} \right) \frac{\chi}{\phi} \end{aligned} \quad (6)$$

ここに、 ρ は水の密度、 C は粒子濃度、 C_s は表面濃度、 χ は粒子の濃度分布に関する係数で、 $\chi = 1/3$ であり、また、摩擦係数 $\mu = 0.1$ 、運動量波及効果に関する係数 $k_M = 5$ 、単位体積当りの粒子数に関する係数 $\beta = 1.15$ として

$$K_M = \frac{\pi}{6} (0.0762 + 0.102\mu)^{\beta^2} k_M, \quad \alpha = \frac{0.0762 + 0.102\mu}{(0.0898 - 0.067\mu) \{1 + \rho/(2\sigma)\}}$$

$$\phi = \frac{\alpha - \tan \theta_0}{\alpha}, \quad C\alpha = \frac{\tan \theta_0}{\{(\sigma - \rho)/\rho\}(\alpha - \tan \theta_0)}$$

式(6)を式(5)に代入して

$$\frac{d}{h} \leq \frac{B_1}{2B_2} \left(K_M \frac{\sigma}{\rho} \frac{\phi}{\chi} C^* \right)^{\frac{1}{2}} \sin \theta_0 \left| \frac{C - C\alpha}{2C - C_s} F(\eta) \right|^2 \quad (7)$$

さらに、水深 h は次式で与えられている。

$$\frac{h(g \sin \theta_0)^{0.2}}{(dq_{w_0})^{0.4}} = \left| K_M \frac{\sigma}{\rho} \left(\frac{\phi}{\chi} C^* \right)^{\frac{1}{2}} \right|^{0.2} \left| \frac{C^*}{C^* - C_{TP}} / G_1(C_s) \right|^{0.4} \quad (8)$$

ここに、

$$G_0(C) = \int_C^{C^*} F(C) dC, \quad G_2(C) = \int_C^{C^*} C \frac{2C - C_s}{C - C\alpha} G_0(C) dC$$

として、

$$G_1(C) = \int_C^{C^*} \frac{2C - C_s}{C - C\alpha} G_0(C) dC, \quad C_{TP} = \frac{G_2(C_s)}{G_1(C_s)}$$

式(8)を式(7)に代入して、水深 h を消去すると

$$\frac{dg^{\frac{1}{3}}}{q_{w_0}^{\frac{2}{3}}} \leq \left(\frac{B_1}{2B_2} \right)^{\frac{2}{3}} \left| \sin \theta_0 / \left(K_M \frac{\sigma}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \right|^{\frac{4}{3}} \left| \frac{C - C\alpha}{2C - C_s} F(\eta) \right|^{\frac{10}{3}} \left| \frac{C^*}{C^* - C_{TP}} / G_1(C_s) \right|^{\frac{2}{3}} \phi(\xi, \frac{\sigma}{\rho}, \theta_0, C) \quad (9)$$

となる。結局、土石流中の粒子相互の乗り越え条件は式(9)となる。式(9)の右辺 ϕ は係数 ξ 、粒子比重 σ/ρ 、水路傾斜角 θ_0 をパラメーターとした濃度 C の関数であり、さらに、 C は η の関数であるから、乗り越え条件は無次元粒径 $dg^{\frac{1}{3}}/q_{w_0}^{\frac{2}{3}}$ 、粒子比重、勾配そして河床からの高さ η によって規定される。

(2) 計算結果と考察

2章の実験においては、 $d = 4.6 \text{ mm}$ 、 $\sigma/\rho = 2.59$ 、 $q_{w_0} = 200 \text{ cm}^2/\text{s}$ であり、乗り越え条件式(9)の左辺は $dg^{\frac{1}{3}}/q_{w_0}^{\frac{2}{3}} = 0.134$ となる。一方、右辺では、 $\xi = 0.82$ と仮定し、 θ_0 をパラメーターとした ϕ の分布の計算結果を図-4に示す。乗り越え条件を満足しない領域が表層部と底層部で現われ、とくに θ_0 の増加につれ、表層部においてその領域が拡大し、とりわけ約 20° 以上の勾配において乗り越え条件を満足しない領域が著しい。このことは、図-1の速度分布の実験値が約 20° 以上の勾配で表面付近に一樣速度の部分が顕著に現われることと良く対応している。

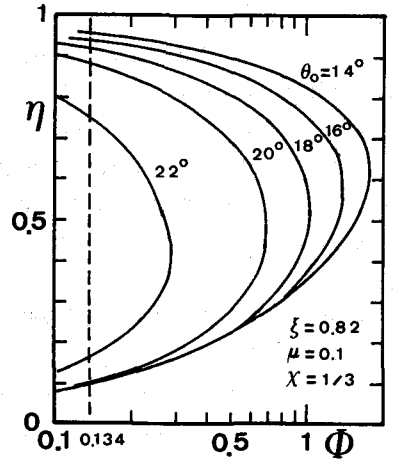


図-4 無次元粒径 $dg^{\frac{1}{3}}/q_{w_0}^{\frac{2}{3}}$ と θ_0 の大小関係

以上のことから、乗り越え条件を満足しない表層部の領域は、約18°以下の勾配では無視できるほど微小であるのに対して、約20°以上の勾配では大きくなり、その部分では一様な速度分布を示すものとみなすことができる。

4. 塑性流動モデルによる土石流の流動の解析

(1) 塑性流動モデル

砂礫粒子から成る土石流では、土石流勾配の中でも急勾配において、表面付近に一様な速度分布を示す plug flow の部分が顕著に表われ、ビンガム流動のような速度分布を示すことが明らかになった。そこで、式(9)を満足しない表層部分において

図-5 塑性流動モデル

は一様速度 u_s 、一様濃度 C_s であるとし、それより下層のせん断流の部分は前報³⁾のダイラタント流動モデルに従うものとする塑性流動モデルを仮定する(図-5)。このとき、せん断流の部分のつり合い式は

$$x \text{ 方向: } \int_z^h \left[\sigma C + \rho(1-C) \right] g \sin \theta_0 dz - \tau_y = K_M \sigma d^2 \frac{(C/C^*)^2}{1-C/C^*} \left(\frac{du}{dz} \right)^2 \quad (10)$$

$$z \text{ 方向: } \int_z^h (\sigma - \rho) C g \cos \theta_0 dz - p_y = \frac{1}{\alpha} K_M \sigma d^2 \frac{(C/C^*)^2}{1-C/C^*} \left(\frac{du}{dz} \right)^2 + K_P \frac{C}{C^*} \frac{C - C_s}{C_s} \quad (11)$$

ここに、 K_P は粒子間応力に関する係数、また τ_y はせん断応力の降伏値、 p_y は τ_y に対応する固相の垂直応力で、 h_y をせん断流の部分の水深として、それぞれ次式で表わされる。

$$\tau_y = \{ \sigma C_s + \rho(1-C_s) \} (h - h_y) g \sin \theta_0, \quad p_y = (\sigma - \rho) C_s (h - h_y) g \cos \theta_0 \quad (12)$$

式(10), (11)を z で微分して、整理すると

$$\frac{dC}{d\eta} = - \frac{\phi}{\lambda_B} \frac{C^*}{\eta_y} \frac{C - C_\alpha}{2C - C_s} \quad (13)$$

ここに、 $\lambda_B = K_P / \{ C_s (\sigma - \rho) g h_y \cos \theta_0 \}$ 、 $\eta_y = h_y / h$ である。 $\eta = 0$ で $C = C^*$ の境界条件で、上式を解くと、

$$\eta = \left(2 \frac{C^* - C}{C^*} - \frac{2C_\alpha - C_s}{C^*} \ln \frac{C - C_\alpha}{C^* - C_\alpha} \right) \frac{\lambda_B}{\phi} \eta_y \quad (14)$$

$\eta = \eta_y$ で $C = C_s$ と置くことにより、表面濃度 C_s はダイラタント流動モデルと同様、次式で与えられる。

$$\frac{C_s - C_\alpha}{C^* - C_\alpha} = \exp \left[\left(2 \frac{C^* - C_s}{C^*} - \frac{\phi}{\lambda_B} \right) C^* / (2C_\alpha - C_s) \right] \quad (15)$$

さらに、断面平均濃度 $\bar{C}$ は式(14)を積分することにより

$$\bar{C} = (1 - \eta_y) C_s + \eta_y \{ C_\alpha + (C^* - C_s) \lambda_B / \phi \}$$

となる。速度勾配は、式(10), (13)より、次式が得られる。

$$\frac{d}{d\eta} \left(\frac{u}{u_*} \right) = \frac{h}{d} \left(K_M \frac{\sigma}{\rho} \frac{\phi}{\lambda_B} C^* \right)^{-\frac{1}{2}} \eta_y^{\frac{1}{2}} \frac{C - C_\alpha}{2C - C_s} F(C) \quad (16)$$

また、 $\eta = 0$ で $u = 0$ の境界条件下で上式を解くと

$$\frac{u}{u_*} = \frac{h}{d} \left[K_M \frac{\sigma}{\rho} \left(\frac{\phi}{\lambda_B} C^* \right)^3 \right]^{-\frac{1}{2}} \eta_y^{\frac{3}{2}} G_0(C) \quad (17)$$

となり、 $\eta = \eta_y$ で $C = C_s$ 、 $u = u_s$ より u_s を求め、 u/u_s は次式

$$u/u_s = G_0(C) / G_0(C_s) \quad (18)$$

断面平均の速度 $\bar{u}$ は式(18)を積分して

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{h}{d} \left[K_M \frac{\sigma}{\rho} \left(\frac{\phi}{\lambda_B} C^* \right)^3 \right]^{-\frac{1}{2}} \eta_y^{\frac{3}{2}} \left[(1 - \eta_y) G_0(C_s) + \frac{\lambda_B \eta_y}{\phi C^*} G_0(C_s) \right] \quad (19)$$

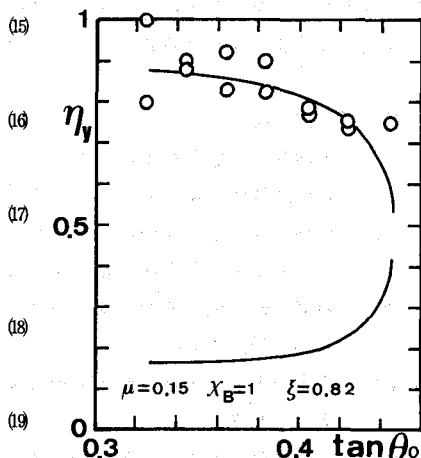
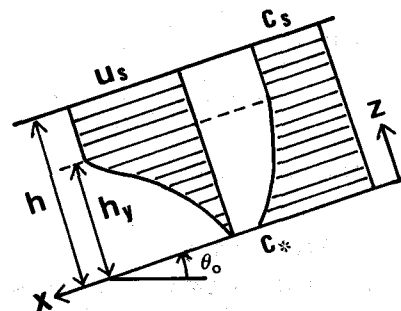


図-6 plug flow の厚さと水路勾配の関係

また、輸送濃度 CTP は

$$CTP = \int_0^1 C u d\eta \int_0^1 u d\eta$$

$$= \frac{(1-\eta_y)Cs G_0(Cs) + (\chi_B/\phi)(\eta_y/C^*)G_2(Cs)}{(1-\eta_y)G_0(Cs) + (\chi_B/\phi)(\eta_y/C^*)G_1(Cs)} \quad (21)$$

なお、以上の諸式において、 $\eta_y = 1$ とおけば前報のダイラタント流動モデルと一致する。

(2) 計算結果と考察

実験によれば、輸送濃度 CTP は $\tan \theta_0$ に対して、約 19° 以上の勾配ではゆるやかな増加傾向にあることが判明し、従来のダイラタント流動モデルによる計算値と適合しなくなっている。このことは粒子が密に充てんされて流動する状態では、係数の μ や χ_B がせん断流下の値とは異なっていることを示唆している。そこで、 $\mu = 0.15$ 、 $\chi_B = 1$ と仮定する。

まず、 $\mu = 0.15$ 、 $\chi = \chi_B$ において前報のダイラタント流動モデルによる CTP 等の諸量を計算し、さらに $\xi = 0.82$ において、乗り越え条件式(9)を満足しなくなる高さ η_y を求めた結果を図-6に示す。図中の丸印は速度分布の実験値より求めた η_y の値であり、両者は良く適合していることが分る。このようにして各勾配毎に求められた η_y を使用して、式(14)、(19)より求めた濃度・速度分布の理論曲線を図-7、1に、式(21)によって求めた輸送濃度は図-2にそれぞれ実線で示され、いずれも実験値と比較的合っていると云えよう。さらに、式(20)においては、段波先端部では $\bar{u} = U_f$ 、 $h = H_f$ (段波の波高)と置くことができ、図-8に理論曲線(実線)と実験値が示されている。

5. 結 語

以上、砂礫粒子を高濃度に含有する土石流においては、粒子相互の乗り越え条件を考慮することにより、急勾配になるに従い、せん断流的なダイラタント流動から一様流を伴う塑性流動へ変化していくことを明らかにした。

最後に、実験およびデータ整理に際し、熱心に協力された藤田和夫技官、および本学学生の小路智、溜池博文、松木正幸の諸氏に深甚なる謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 大同淳之：急勾配上の多量の砂れきを含む流れの流動特性，第18回水理講演会論文集，1974。
- 2) 高橋 保：土石流の発生と流動に関する研究，図-8 土石流段波の流速係数と水路勾配の関係 京都大学防災研究所年報，20号B-2，1977。
- 3) 椿東一郎・橋本晴行・末次忠司：土石流における粒子間応力と流動特性，土木学会論文報告集，第317号，1982。
- 4) 椿東一郎・中山比佐雄・羽田野架禰義：土石流の流動について，土木学会西部支部研究発表会講演集，1977。
- 5) 山岡 勲・長谷川和義・岡山幹治：細粒径火山灰泥流の流速分布とモデル流体の領域区分，第37回土木学会年次学術講演会概要集，1982。

