

河川水温に対する河床伝熱量の影響について

On the Effects of Stream Bed Conduction on Water Temperature

北見工業大学 正員 佐渡 公明

北見工業大学 正員 中尾 隆志

1. まえがき

河川水温は、水体に対する熱収支量により説明されるが、この熱収支は流れによる移流熱を除けば、河川水面と大気との水面熱収支および河床面と河床地盤の間の河床伝熱量の2つに大別される。従来、河川の熱収支を論議する場合、殆んど河床伝熱量は考慮されていなかったが、実際には水温と河床地盤の地温には温度差があるため熱の伝導が生じ、中小河川や水深が比較的浅い河川の場合、河床伝熱量は無視できなくなる。本論文では、最初に河床伝熱量を計算する方法として提案されているPivovarov式とJobson式の算定法を示し、両者の式で問題となる点を検討し、どちらの式がより実用的であるか調べる。次に、上記の計算式を用いて、常呂川・若松大橋で得られた1981年10月1日より1982年9月30日までの1年間の実測データをもとに河床伝熱量の年変化を計算し、さらに1981年12月2日より12月8日までと、1982年8月9日より8月16日まで常呂川・若松大橋で得られた熱収支観測のデータをもとに河床伝熱量の日変化を計算する。これにより、河床伝熱量の年変化、日変化の特性を考察し、最後に河床伝熱量による水温の区間上昇率を算定し、水温に対する影響を明らかにする。

2. 河床伝熱量の算定

河床伝熱量を算定する方法としては、河床地盤をいくつかの土層に分割し、各土層内の地温を測定して、その地温変化から貯熱量を算出し、この貯熱量変化と熱流板の熱流束から河床伝熱量を計算する方法がある。第二の方法として、熱伝導方程式をある仮定のもとに解く方法がある。前者の方法は河床地温測定用のセンサーを河床地盤内に多数設置しなければならず、河川のような流れを伴う場合、センサーの固定が非常に困難となる。また、センサー設置のために河床地盤を掘り返さなくてはならず、これによる河床地盤の乱れによりセンサー埋設の前後では地温の分布に違いが生ずることが考えられる。後者の例としては、1次元熱伝導方程式を用いたPivovarov¹⁾による式とJobson²⁾による式がある。この算定式は共に河床伝熱量は水温の関数として表わされるため、前者の算定法に比べ水温測定のみでよく、簡便なため実用的な算定法として優れている。

2-1 Pivovarov 式と Jobson 式

河床面下の地温分布 θ_g は、河床面を原点とし地盤の深さ方向を z とすれば、次に示す1次元熱伝導方程式が当てはまる。

$$\frac{\partial \theta_g}{\partial t} = k_g \frac{\partial^2 \theta_g}{\partial z^2} \quad (1)$$

$$\text{境界条件として, } z=0 \text{ で } \theta_g = \theta_g(0, t) = \theta_b(t), \quad z \rightarrow \infty \text{ で } \theta_g = \text{const.} \quad (2)$$

ここに、 k_g は河床地盤の温度伝導率である。

1年間の地温変化を表わす場合、 θ_g をフーリエ級数として表わす方法もあるが冬期間結水するような湖沼や河川では、フーリエ級数の項を多く必要とする。そこで、Pivovarovは、初期条件として地温は深さに関係なく一定であると仮定した。

すなわち、

$$t=0 \text{ で } \theta_g(z, 0) = \overline{\theta_g} = \text{const.} \quad (3)$$

式(1)を条件(2)、(3)のもとで解くと、次のように解が得られる。

$$\theta_g(z, t) = \frac{2\bar{\theta}_g}{\sqrt{\pi}} \int_0^{z/2\sqrt{k_g t}} \exp(-\zeta^2) d\zeta + \frac{z}{2\sqrt{\pi k_g}} \int_0^t \frac{\theta_b(\eta)}{\sqrt{V(t-\eta)^3}} \exp\left\{-\frac{z^2}{4k_g(t-\eta)}\right\} d\eta \quad (4)$$

河川水が十分混合されているものとすれば、河川水温は水深に関係なく一定である。そこで、 $\theta_b(t)$ は時間間隔 Δt で線形変化するものと近似し、 $t = m\Delta t$ の水温を θ_m とすれば、

$$\theta_b(t) = \theta_m + (\theta_{m+1} - \theta_m) \frac{t - m\Delta t}{\Delta t}, \quad m\Delta t \leq t < (m+1)\Delta t \quad (5)$$

式(5)を式(4)に代入し、 $t = K\Delta t$ のときの地温分布 $\theta_g(z, K\Delta t)$ は次式で求まる。

$$\theta_g(z, K\Delta t) = \bar{\theta}_g \operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{k_g K\Delta t}}\right) + 4 \sum_{m=0}^K \theta_m \Phi_{m, K} \quad (6)$$

ただし、

$$\Phi_{m, K} = \begin{cases} (K-1) i^2 \operatorname{erfc}\left(\frac{\beta}{\sqrt{K-1}}\right) - K i^2 \operatorname{erfc}\frac{\beta}{\sqrt{K}} + 0.25 \operatorname{erfc}\frac{\beta}{\sqrt{K}} & (m=0) \\ (K-m+1) i^2 \operatorname{erfc}\frac{\beta}{\sqrt{K-m+1}} + (K-m-1) i^2 \operatorname{erfc}\frac{\beta}{\sqrt{K-m-1}} & \\ -2(K-m) i^2 \operatorname{erfc}\frac{\beta}{\sqrt{K-m}} & (1 \leq m \leq K-1) \\ i^2 \operatorname{erfc}\beta & (m=K) \end{cases} \quad (7)$$

$$\beta = \frac{z}{2\sqrt{k_g \Delta t}}, \quad i = \sqrt{-1}, \quad \operatorname{erf}\beta: \text{誤差関数}, \quad \operatorname{erfc}\beta: \text{余誤差関数}$$

水体に対する河床伝熱量 H_b は、式(6)の $z = 0$ における微係数に、河床地盤の熱伝導率をかけることにより求まる。

$$H_b(K\Delta t) = \frac{2\sqrt{\lambda_g c_g \rho_g}}{\sqrt{\pi \Delta t}} \left[\frac{\bar{\theta}_g - \theta_0}{2\sqrt{K}} + \sum_{m=0}^K \theta_m \Psi_{m, K} \right] \quad (8)$$

ただし、

$$\Psi_{m, K} = \begin{cases} \sqrt{K} - \sqrt{K-1} & (m=0) \\ 2\sqrt{K-m} - \sqrt{K-m-1} - \sqrt{K-m+1} & (1 \leq m \leq K-1) \\ -1 & (m=K) \end{cases} \quad (9)$$

ここに、 λ_g : 河床地盤の熱伝導率、 c_g : 河床地盤の比熱、 ρ_g : 河床地盤の密度
熱伝導率 λ_g は $\lambda_g = k_g c_g \rho_g$ の関係から求められる。

Jobson は、河床伝熱量は過去の水温の履歴によるものとして水温変化が影響をおよぼす地盤厚 L を考え、それより深い地盤は断熱されているものと扱っている。すなわち初期値として、

$$t \leq 0, \quad 0 \leq z \leq L \quad \text{で} \quad \theta_g(z, 0) = \bar{\theta}_g = \text{const.} \quad (10)$$

のとき、 $t = 0$ で河床面が 1°C 温度が上昇した場合の地盤内の温度変化 $\Delta\theta_g$ は次式で表わされる。

$$\Delta\theta_g = 1 - \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \exp\left\{-\frac{k_g(2n+1)^2 \pi^2 t}{4L^2}\right\} \cos\left\{\frac{(2n+1)\pi z}{2L}\right\} \quad (11)$$

地盤内の貯熱量は、式(9)に河床地盤の体積熱容量 $C_v (=c_g \rho_g)$ をかけ、地盤厚 L にわたって積分することによって次式のように求まる。

$$H(t) = C_v L \left\{ 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \exp\left\{-\frac{k_g(2n+1)^2 \pi^2 t}{4L^2}\right\} \right\} \quad (12)$$

さらに、時間 $i\Delta t$ と $(i+1)\Delta t$ 間の貯熱量の変化 $\Delta H(i)$ は、

$$\Delta H(i) = H[(i+1)\Delta t] - H(i\Delta t) \quad (13)$$

となる。式(10)の貯熱量は水温変化1℃に対応するものである。一般には、時刻 $(i-1)\Delta t$ から $i\Delta t$ の河床伝熱量 $H_b(i\Delta t)$ は、次のように Δt 時間ごとの水温変化と貯熱量変化の積の総和で表わされる。

$$H_b(i\Delta t)=\sum_{j=s}^{i-1}\Delta\theta(i\Delta t)\Delta H(i-1-j) \tag{12}$$

ここに、 $\Delta\theta(j\Delta t)$ は時間 $j\Delta t$ から $(j+1)\Delta t$ までの水温変化である。
 Jobsonの式は、貯熱量変化は水温変化にもついたものであり、 $H_b(i\Delta t)$ に対する時刻 $t=-s\Delta t$ より以前の水温変化は無視できるとしている。

2-2 Pivovarov式とJobson式の比較検討

前節で述べたようにJobson式は、水温変化は地盤厚Lまでであるとしている。そこで、この断熱された地盤厚Lを無限大とした場合、式(9)に対応する、水温が1℃上昇したときの地温分布は式(4)より次のように得られる。

$$\Delta\theta_g=\text{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{k_g t}}\right) \tag{13}$$

z を0から ∞ まで積分し、時刻 $i\Delta t$ から $(i+1)\Delta t$ までの貯熱量変化を求め、河床伝熱量を計算すると、

$$H_b(i\Delta t)=\frac{2\sqrt{\lambda_g c_g \rho_g}}{\sqrt{\pi \Delta t}}\sum_{j=s}^{i-1}(\theta_i-\theta_{j+1})(\sqrt{i-j}-\sqrt{i-1-j}) \tag{14}$$

ここで、 $s=0$ 、 $i=K$ とし水温 θ_j で整理すると

$$H_b(K\Delta t)=\frac{2\sqrt{\lambda_g c_g \rho_g}}{\sqrt{\pi \Delta t}}\sum_{j=0}^K\theta_j\psi_{j,K} \tag{15}$$

となり、式(7)の右辺第2項に一致する。 $\psi_{j,K}$ はPivovarov式(7)と同様のものである。次に、水温が変化せず一定値 θ_0 のときは、式(7)から $\sum_{m=0}^K\psi_{m,K}=0$ なので河床伝熱量は、

$$H_b(K\Delta t)=\frac{\sqrt{\lambda_g c_g \rho_g}}{\sqrt{\pi K \Delta t}}(\bar{\theta}_g-\theta_0) \tag{16}$$

となる。すなわち、 $L=\infty$ とおいたJobson式はPivovarov式(7)で $\bar{\theta}_g=\theta_0$ の場合を表わしている。これは、式(12)の $H_b(i\Delta t)$ に対して $(i+s)\Delta t$ 以前の水温変化の影響を無視していることに対応する。さて、Pivovarov式を実際に用いるときは、初期平均地温 $\bar{\theta}_g$ が必要となる。しかしながら厳密に初期平均地温を求めることは難しい。また、式(16)より K を大きくとるほど $\bar{\theta}_g$ の影響は小さくなるが、 $\bar{\theta}_g$ をいつからとるべきかが問題となる。図-1は式(16)を用いて初期平均地温 $\bar{\theta}_g$ と初期水温 θ_0 の差が河床伝熱量におよぼす影響を示したものである。計算にあたって、 λ_g, c_g, ρ_g は後に述べる常呂川・若松大橋における値を用いている。図から明らかなように $\bar{\theta}_g-\theta_0$ が大きければ、 H_b におよぼす影響は大きく、 $\bar{\theta}_g-\theta_0=0.1^\circ\text{C}$ の場合、 $t=1$ 日の H_b は 0.00067 ly/min となり、10日には31.3%に減少する。すなわち、 $\bar{\theta}_g$ の影響を小さくするには、 $\bar{\theta}_g$ を θ_0 に近い時刻に選ぶのが良い。通常の H_b のオーダーは 10^{-3} 程度で十分なので、 $\bar{\theta}_g-\theta_0=0.1^\circ\text{C}$ とした場合 $\bar{\theta}_g$ は24時間前で十分である。さて、 H_b の計算式としてJobson式を用いる場合 L をどれくらいの深さにとれば良いのが問題となる。地表面の場合、地温日変化がなくなる深さは、ほぼ

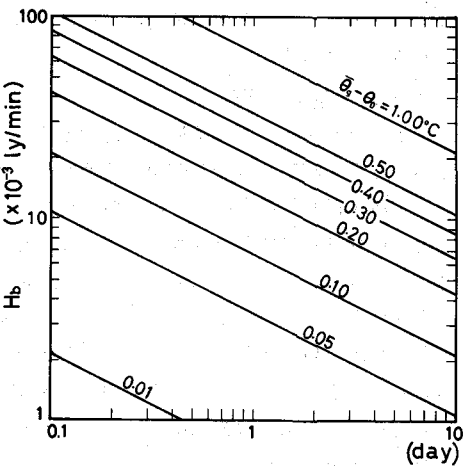


図-1 H_b に対する初期平均地温の影響

50cmであり、地温年変化がなくなる深さは、数 m とされている。気温に比べ水温の変動は少ないので、 L の値としては、これらの値より浅くてよい。正確に求めるには、現地での地温測定が必要である。

以上、 H_b を算定する計算式を説明した。2つの式とも水温の関数として表わされ、河床地盤の熱定数以外にPivovarov式は $\bar{\theta}_g$ をJobson式は L を必要とする。河床地盤厚を一般に決定することは難かしく、Pivovarov式のように無限大にした方がより現実的である。さらに、Pivovarov式では初期時刻における平均地温と水温の差も考慮し、式(10)の収束計算などに比べ計算が容易である。したがって、河床伝熱量を計算する式として、より実用的なのはPivovarov式である。

3. 常呂川中流・若松大橋（北見市）における観測例

3-1 H_b の年変化

常呂川中流・若松大橋より下流83mにおいて、河床伝熱量 H_b の年変化を調べるため測温抵抗体（ P_t 100 Ω センサー）を設置し、気温、水温、地温の連続測定を行った。期間は1981年10月1日より1982年9月30日までの1年間である。気温は観測点右岸に百葉箱を設置し、水温は長期間連続観測のため上流から流れてくる流木等によるセンサーの破損を防ぐため固定せず、たれ流し方法を用いた。地温は1981年8月28日に右岸水際に河床面下27.25cm、47.25cmに設置したものをを用いた。データはチャート紙より0.1℃まで1時間毎に読みとり24時間平均値データを用いた。図-2(a)は、気温、水温、地温（-47.25cm）の年変化を示している。冬期間、水温はほぼ0℃になり、また地温もほぼ一定であり水温よりも高くなるが、夏から秋にかけては、水温は気温と共に大きく変動するが地温の変動は小さく気温、水温よりも低い割合が多くなる。図-2(b)はPivovarov式で求めた河床伝熱量の年変化を旬（棒グラフ）・月（破線）ごとに示したものである。初期平均地温 $\bar{\theta}_g$ として、1981年9月23日の河床面から50cmまでの深さの地温12個の測定値の平均値15.35℃を用いた。また、この日の日平均水温 θ_0 は15.1℃であった。 λ_g 、 c_g 、 ρ_g は $z=27.25$ cm、47.25cmの地温の位相差により k_g を算出し、 $k_g=0.0056$ cm/s、また現地より採集した試料から $C_v=0.78$ cal/cm³℃、 $\rho_g=2.01$ g/cm³を求め、 c_g 、 λ_g を決定した。 H_b は秋から冬にかけて、正の値（すなわち水体を加熱）を示し、特に水温が一定となる冬期間は H_b もほぼ一定となる。春から初夏にかけて H_b は5、6月下旬を除き、負の値を示し、水温を下げる働きをする。5、6月下旬に $H_b>0$ となるのは気温があまり上昇せず水温が地温よりも低くなったためである。日平均の H_b の変化は、水温年変化と逆位相となり、河床伝熱量は水温変化の振幅を減衰させる作用がある。

3-2 H_b の日変化

H_b の日変化は、その季節的な特徴を明らかにするため、1981年12月2日0:00から12月8日24:00まで（Case 1）と1982年8月10日0:00から8月16日16:00まで（Case 2）の冬と夏の2回実施した熱収支観測の結果のうち河床伝熱量の項目について検討を行った。最初にCase 1について述べる。

河床伝熱量に必要な温度測定は、全てCC熱電対0.32mmを用いた。算定式はPivovarov式を用いている。 $\bar{\theta}_g$ を算定するため、右岸より2mの地点で河床地温を測定した。測定した地温の深さは次の通りである。

河床面下（0, 1, 2, 3, 7, 10, 14, 20, 30, 40, 50cm）

また、河床の掘り返しによる地温の乱れをさけるため、設置は約1週間前の11月25日に行ない、 $\bar{\theta}_g$ は地温分布の変化が少ない12月1日18:00の値0.36℃を用いた。図-3(a)に気温、水面水温、地温（ $z=-50$ cm）の日変化を示す。水温は期間中ほぼ一定で0℃に近く、また地温は水温よりも温度が高い。図-3(b)は、この期間中の H_b の日変化を示したものである。 H_b の変化は0.039～-0.045 ly/minの範囲で小さいが、 $H_b>0$ となるのは夜間が多く、 $H_b<0$ は昼間が多い。図-4(a)はCase 2の場合の気温、水面水温、地温（ $z=-50$ cm）の日変化である。観測方法はCase 1とほぼ同様の方法で行った。 $\bar{\theta}_g$ は8月9日23:00のデータを用いた（ $\bar{\theta}_g=23.16$ ℃）。気温、水温、地温の順に日変化は小さく、またこの順に位相差がある。図-4(b)は、同期間の H_b を示している。Case 1に比べ H_b の日変化は大きく観測期間中 H_b は0.083（8月12日2時）～

-0.156 ly/min (8月16日14時)であり、Case 1 に比べ2.1～3.5 倍の値になっている。また、 $H_b < 0$ となるのは地温、水温差の大きな昼間であり、この間 H_b は水温を低下させ、逆に夜間は $H_b > 0$ となり、水温を上昇させる。このことは、水温変化と逆位相を示し、 H_b は水温日変化の振幅を減少させる作用があることがわかる。

3-3 H_b による水温の区間上昇率

河床伝熱量 H_b による水温の区間上昇率 $d\theta/dx$ は次式により求まる。

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{H_b}{c_w \rho_w q} \tag{17}$$

ここに、 c_w , ρ_w : 水の比熱と密度、 q : 単位幅当りの流量である。

河床伝熱量が水温上昇にどのような影響をもたらすか若松大橋 1Km 下流の区間上昇率の結果を図-5 に示す。 q は毎時の若松大橋の平均水位 H から HQ 曲線より、 $Q = 100.25 (H - 55.58)^2$, 水面幅 $B = 53m$ を使って求めた。冬期間 H_b は小さく、水温の区間上昇率は $-0.04 \sim 0.03^{\circ}C/K_m$ と小さいが、夏期は H_b が大きく $-0.18 \sim 0.10^{\circ}C/K_m$ と大きくなり、通常の温度精度 $0.1^{\circ}C$ に対しても無視できなくなる。

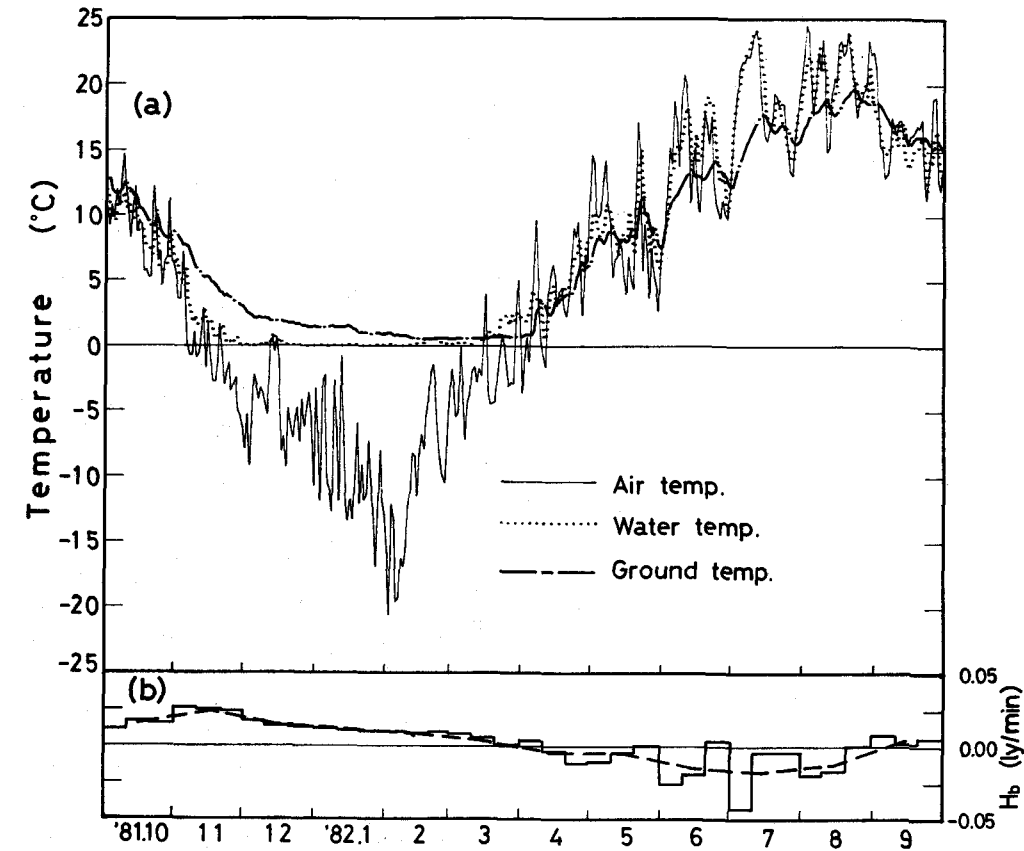


図-2 気温、水温、地温、河床伝熱量の年変化

5 結 語

河川の熱収支要素の1つである河床伝熱量の算定方法のうちPivovarov式、Jobson式は本質的に一致し、さらにPivovarov式がJobson式よりも実用的であることを示し、この式を用いて常呂川の実測データをもとに H_b の年変化、日変化について検討を行った。この中で、 H_b は秋から冬にかけ正となり水体を加熱し、春から夏にかけ負となり水温の年変化を減少させる効果がある。また、 H_b の日変化は冬よりも夏の方が大きく夜間に正、昼間に負となり水温の日変化を減少させる。夏の H_b による水温の区間上昇率は最大で $0.18^{\circ}\text{C}/\text{K}_m$ となり、水温計算する場合 H_b は無視できなくなる。

参考文献

- 1) A.A.Pivovarov: Thermal Conditions in Freezing Lakes and Rivers.
- 2) H.E.Jobson: Bed Conduction Computation for Thermal Models, Proc. ASCE, vol. 103, No HY10, pp. 1213 ~ 1217, 1977
- 3) 佐渡公明、中尾隆志: 河川水量に対する河床伝熱量の低下作用について, 第37回土木学会年講集, 1982年, 10月

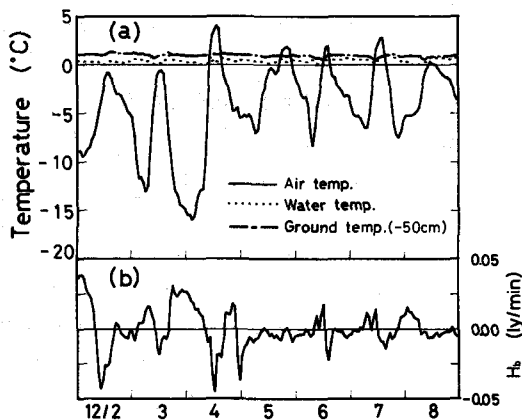


図-3 気温、水温、地温、河床伝熱量の日変化(Case 1)

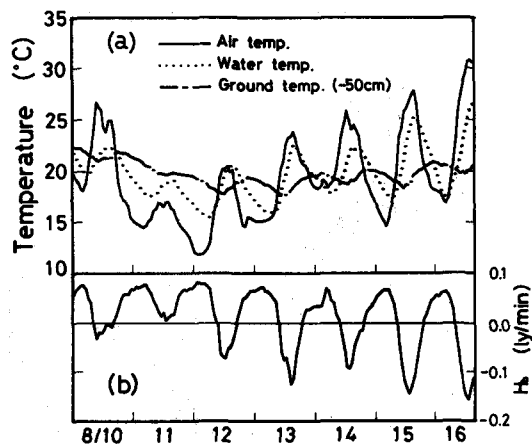


図-4 気温、水温、地温、河床伝熱量の日変化(Case 2)

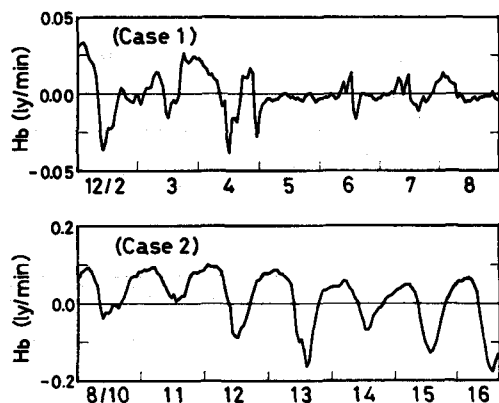


図-5 水温の区間上昇率