

河川水の全熱収支量とその近似値に関する研究

Study on Total Heat Flux of River Water and Its Approximate Value

北見工業大学 正員 佐渡 公明

1. まえがき

河川水温の研究は、次の2つの過程を経なければならない。(1) 水体の熱収支機構を解明し、各熱収支要素を正確に算定または測定し、これら要素の特性を把握すること。(2) 河川の全区間に適用できる熱収支方程式を導き、これを数値解析すること。本論文では、(1)に関し現在のところ、最もよいと思われる熱収支評価を用いて、常呂川・若松大橋(北見市)における、夏期と冬期の熱収支日変化の相違を明らかにする。

次に、(2)に関し、河川の全区間に適用できる一般化した1次元熱収支方程式は、筆者により導かれている¹⁾。この1次元熱収支方程式を解析するとき、最も問題になるのが、水面と河床面を通して水体に作用する全熱収支量 $H_T(\theta)$ が水温 θ の非線形となることである。通常は、 H_T を線形化して水温計算を行うことが多い。ここでは、より精度の高い水温計算方法として、 H_T を水温の2次曲線で近似する方法を示し、 H_T の真値、1次近似式、2次近似式の誤差を比較し、さらに水温の区間上昇率に与える影響を述べる。

2. 夏期と冬期の熱収支日変化

2-1 熱収支評価

河川断面を通して平均流速と乱流拡散により輸送される熱量を除いて、水面と河床面を通して水体に作用する全熱収支量は、次のように表わされる¹⁾。

$$H_T(\theta) = R_N + Q_H + Q_E + H_b + H_f + H_r + H_{tr} \quad (1)$$

ここに、 R_N ：純放射量、 Q_H ：顕熱フラックス、 Q_E ：潜熱フラックス、 H_b ：河床伝熱量、 H_f ：粘性逸散により生ずる摩擦熱、 H_r ：水面降雨による熱量、 H_{tr} ：横流入水の移流熱。各熱収支要素の算定法は、水体に対する加熱を正として、次の通りである。

$$\left. \begin{aligned} R_N &= (1-\alpha) I + 0.97 R_a - \varepsilon \sigma (\theta + 273.15)^4 \\ Q_H &= \alpha_H (\theta_{a2} - \theta), \quad Q_E = \alpha_E \{e_2 - e_0(\theta)\} \\ H_b &= (m \Delta t) = 2 \sqrt{\frac{c_g \rho_g \lambda_g}{\pi \Delta t}} \left\{ \frac{\bar{\theta}_g - \theta_m}{2V_m} + \sum_{i=0}^{m-1} \theta_{m-i} \Phi_{i,m} - \theta \right\} \\ H_f &= \frac{\gamma_w}{J} i_f q, \quad H_r = c_w \rho_w r (\theta_r - \theta), \quad H_{tr} = \frac{c_w \rho_w q_{tr}}{B} (\theta_{tr} - \theta) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここに、 α ：水面のアルベド、 I ：全天日射量、 R_a ：大気長波放射量、 ε ：水面の射出率、 σ ：ステファン・ボルツマン定数、 α_H ：顕熱伝達率、 α_E ：潜熱伝達率、 θ_{a2} ：水面上2mの気温、 e_2 ：水面上2mの水蒸気圧、 e_0 ：水面上の飽和水蒸気圧、 c_g 、 ρ_g 、 λ_g ：河床地盤の比熱、密度、熱伝導率、 Δt ：時間間隔、 θ_{m-i} ：現在より $(m-i)\Delta t$ 前の水温、 $\bar{\theta}_g$ ：現在より $m\Delta t$ 前の河床地盤の平均地温、 c_w 、 ρ_w 、 γ_w ：水の比熱、密度、単位重量、 $\Phi_{i,m}$ ： i と m の関数^{1), 2)}、 i_f ：摩擦勾配、 q ：単位幅当りの流量、 J ：熱の仕事量、 r ：降雨量、 θ_r ：雨水の温度、 B ：水面幅、 q_{tr} ：本川単位長さ当りの横流入量、 θ_{tr} ：横流入水の温度。

式(2)の河床伝熱量 $H_b(m\Delta t)$ は、現在より $m\Delta t$ 前からの水温を用いて計算でき、Pivovarovの式²⁾を少し変形したものである。また、潜熱・顕熱伝達率については、最も信頼できる修正 Shulyakovski 式³⁾を用いる。これは、水面上の飽和空気と水面上2mの湿潤空気との仮温度差 $\Delta\theta_v$ を用いて接水気層の安定状態を考慮しており、 α_E と α_H はそれぞれ $W/(m^2 \cdot mb)$ 、 $W/(m^2 \cdot ^\circ C)$ 単位で次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} a_E(\theta) &= \frac{\rho_w \ell}{24 \times 3600} \left\{ 0.112 V_2 + 0.094 (\Delta\theta_v)^{1/2} \right\} \\ a_H(\theta) &= \frac{c_a p}{622 L} a_E(\theta), \quad \Delta\theta_v = \frac{\theta + 273.15}{1 - 0.378 e_0/p} - \frac{\theta_{a2} + 273.15}{1 - 0.378 e_2/p} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここに、 ρ_w (kg/m^3)、 L ：蒸発の潜熱 (KJ/kg)、 V_2 ：水面上 2 m の相対風速 (m/s)、 c_a ：空気の定圧比熱 ($\text{J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$)、 p ：気圧 (mb)、 θ ($^\circ\text{C}$)、 θ_{a2} ($^\circ\text{C}$)、 e_0 (mb)、 e_2 (mb)。
 $\Delta\theta_v < 0$ の安定時には、 $\Delta\theta_v = 0$ とする。各熱収支要素の中で、純放射量、全日射量、水面反射日射量 αI は実測するのが最も正確で、その他は全て計算で求まる。

図-1, 2, 3, 4 にそれぞれ、粘性逸散により発生する熱量、水面降雨がもちこむ熱量、横流入水の移流熱、水面上の降雪による熱量を示す。 H_f は単位幅当りの流量および摩擦勾配の増加に伴い大きくなる。 H_r は雨と河川水の温度差および降雨量の増加に伴い大きくなる。 H_{tr} は、横流入水と河川水の温度差および q_{tr}/B の増加に伴い大きくなる。水面降雪がもちこむ熱量 H_{sn} (ly/min) は、降水量 r_{sn} (mm/hr)、気温 θ_a ($^\circ\text{C}$)、水温は 0°C として

$$H_{sn} = -r_{sn} (79.7 - 0.5 \theta_a) / 600 \quad (4)$$

と得られる。雪の隔解潜熱のため、かなり大きな負の熱量となっている。

2-2 常呂川・若松大橋における観測例

常呂川中流の若松大橋（北見市）より下流 83 m を観測断面として、夏期の 1982 年 8 月 9 日 18:00～8 月 16 日 16:00 および冬期の 1981 年 12 月 2 日 0:00～12 月 8 日 24:00、それぞれ 1 週間熱収支観測を実施した。夏期の期間中、雲量が最も少く天気よかった 8 月 15 日を Case 1 とし、同様に冬期間で最も雲量の少い 12 月 3

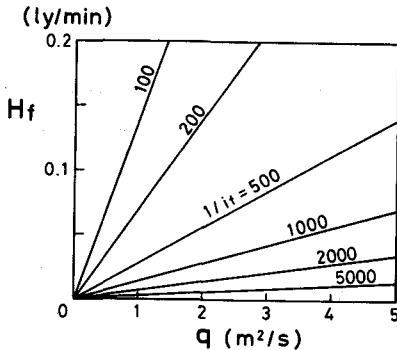


図-1 粘性逸散による熱量

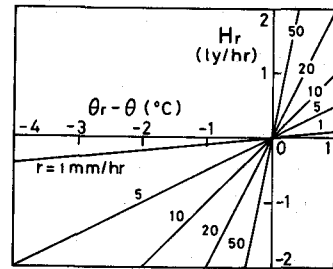


図-2 水面降雨による熱量

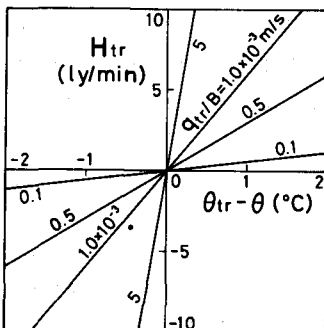


図-3 横流入水の移流熱

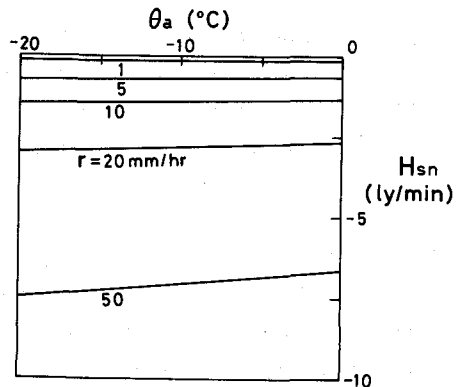


図-4 水面降雪による熱量

日をCase 2として、両者の熱収支日変化の相違を検討する。観測データの一部を図-5 (a), (b), (c), (d) に示す。全て1時間平均値である。水面上の測定高さは; Case 1の場合、気温 θ_{az} と相対湿度 R_h ($z = 1.22 \sim 1.29 m$), 地温 θ_g (河床面からの深さ $z = -50 cm$, 絶対風速 v_z ($z = 1.21 \sim 1.28 m$) であり, Case 2の場合、 θ_{az} ($z = 0.97 m$), θ_g ($z = -50 cm$), R_h ($z = 0.91 m$), v_z ($z = 0.96 m$) である。Case 1では、気温、水温、地温の順に日隔差が小さく、また位相差がある。Case 2は真冬日で水温、地温の日変化はない。Case 1, 2とも、昼間相対湿度が低く絶対風速は大きい、夜間は逆に相対湿度が高く絶対風速は小さくなり、 R_h と v_z は逆位相の関係になっている。

放射収支と熱収支の1時間平均値の変化を、それぞれ図-6, 7に示す。まず、放射収支成分については天文学的に決められる大気外全天日射量が冬期に減少するため、Case 2の全天日射量 I はCase 1よりかなり小さい。全天日射量に占める直達日射量 I_{dir} と散乱日射量 I_{dif} の比率に大きな変化はない。水面反射日射量 αI は、冬に I が小さいにもかかわらずCase 1より大きな値を示しているのは、太陽高度が冬期間低くなりアルベドが増すからである。大気長波放射量 R_a は、夏に気温が高いので大きい。Case 1, 2とも9, 10時に R_a が急に下がっているのは、雲量が急激に減り雲による放射量が減少したためと思われる。水面逆長波放射 R_b は、冬に水温変化が $0.0 \sim 1.0^\circ C$ と小さいので、 $-0.44 ly/min$ とほぼ一定である。夏には、これより値が大きく、水温の高い時間帯で多少増えている。最も重要な純放射量 R_N については、昼間の最大値がCase 1で $1.09 ly/min$ に対し、全天日射量の少いCase 2では $0.42 ly/min$ である。夜間の長波放射収支量には、それほど差がない。

次に、熱収支の変化については、全熱収支量 H_T は夏の全時間帯と冬の昼間が、純放射量に類似した変化を示している。冬の夜間は、顕熱・潜熱フラックスが負で大きく河床伝熱量が小さいため、 H_T がかなり下がり水温低下に寄与している。潜熱フラックス Q_E については、Case 1の8~12時の凝結 ($Q_E > 0$) を除いて、全て蒸発であり、冬の方が大きな値である。その理由は、水蒸気圧差 $e_0 - e_2$ にはそれほど差がないが、冬の方が不安定度が $\Delta\theta_v = 1.1 \sim 17.0^\circ C$ ($\theta - \theta_{az} = 0.8 \sim 16.5^\circ C$) と大きいからである。Case 1では、昼間 $\Delta\theta_v = -5.0 \sim -0.7^\circ C$ と安定で、夜間 $\Delta\theta_v = 1.1 \sim 4.0^\circ C$ と不安定である。顕熱フラク

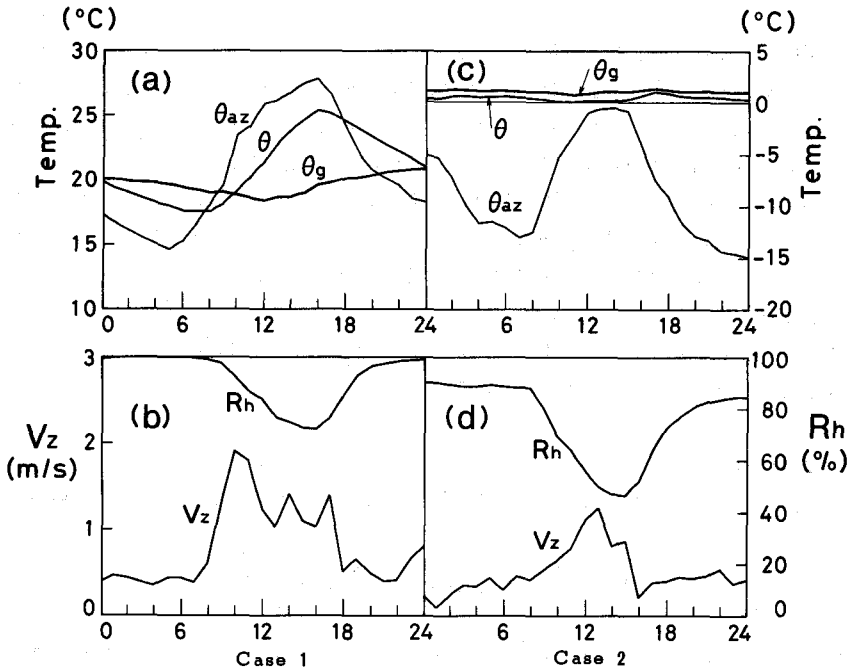


図-5 観測データの一部 (a), (c) 気温、水温、地温; (b), (d) 絶対風速、相対湿度

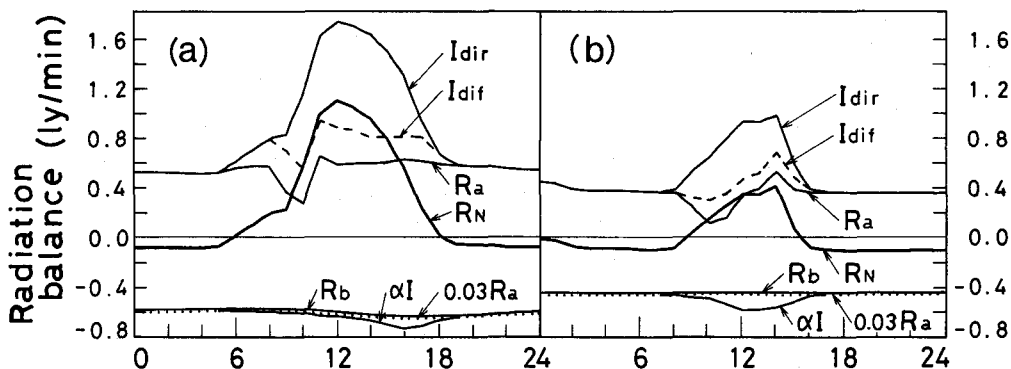


図-6 放射収支の時間変化 (a) Case 1, (b) Case 2

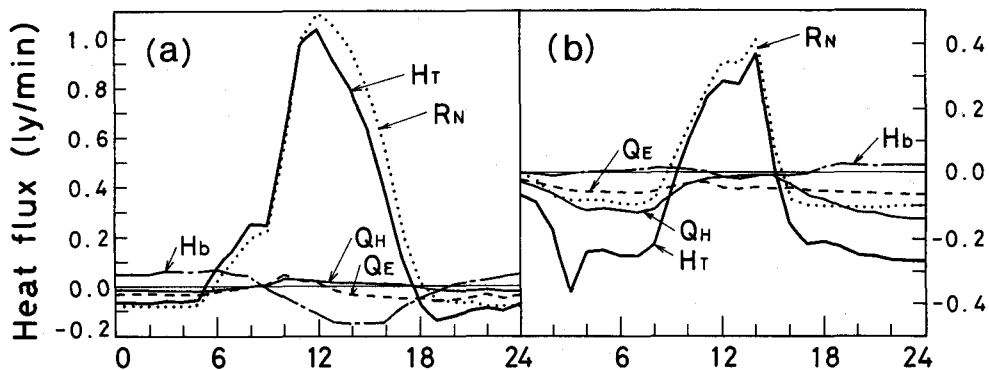


図-7 熱収支の時間変化 (a) Case 1, (b) Case 2

ス Q_H は、 $\Delta\theta_v$ が大きく、水温・気温差も大きい Case 2 の方がかなり値が大きい。河床伝熱量 H_b については、Case 1 の場合 R_N や H_T と逆相で、全熱収支量や水温の日変化を減衰させる効果のあることが分かる。Case 2 では、水温日変化が小さいため、わずかにこの効果が見られる程度である。降水量のもちこむ熱量は、Case 2 の 2～3 時に 1 mm/hr の降雪があり、融解潜熱のため $H_{sn} = -0.14 \text{ ly/min}$ とかなり大きな熱量になり、 H_T を急激に下げている。図-7 (b) では、これを省略している。粘性逸散による熱量も図-7 では省略しているが、Case 1 で $0.0037 \sim 0.0057 \text{ ly/min}$ 、Case 2 では水位が一定で流量が大きいので 0.0081 ly/min である。Case 2 の凝結の時間帯における凝結の移流熱も $2.8 \times 10^{-6} \sim 1.4 \times 10^{-4} \text{ ly/min}$ とわずかであり、これも省略している。

結局、夏期と冬期の大きな相違は、1) 全日射量、2) 水温・気温差の増加と接水気温が不安定なため冬の方が Q_H 、 Q_E が大きい、3) 雪の融解潜熱である。

3. 全熱収支量の近似

温排水がない河川の水温に対する 1 次元解析においては、乱流拡散の影響はほとんど無視でき、水温は次のように表わされる。

$$\frac{dx}{dt} = U \quad \text{上で} \quad \frac{d\theta}{dt} = \frac{H_T(\theta)}{c_w \rho_w h} \quad \text{または} \quad \frac{d\theta}{dx} = \frac{H_T(\theta)}{c_w \rho_w q} \quad (5)$$

ここに、 U は断面平均流速、 h は断面平均水深である。図-8 に式 (5) による流下距離 1 km 当りの水温上昇率を示す。全熱収支量の絶対値が大きく、単位幅当りの流量が小さいほど当然ながら水温変化量は大きい。

さて、式 (5) を解くにあたっての唯一の問題点は、全熱収支量 $H_T(\theta)$ が水温の非線形関数であることである。式 (1), (2), (3) から分かるように、水温に関し非線形な要素は、水温の 4 次式で表わされる水面逆長波放射量、顕熱・潜熱伝達率に含まれる仮温度差、潜熱フラックスに含まれる水面の飽和水蒸気圧である。接水気層が安定時と中立時には、仮温度差は 0 となり顕熱フラックスは水温に関し線形である。

3-1 H_T の 1 次近似⁴⁾ と 2 次近似

$H_T(\theta)$ を、ある基準温度 θ_B を用いて Taylor 級数に展開し、2 次以上の項を無視すると、 H_T は次のように線形化され熱交換係数 $K(\theta_B)$ と平衡温度 $\theta_1^*(\theta_B)$ が得られる。

$$H_T(\theta) = K(\theta_B) \{ \theta_1^*(\theta_B) - \theta \} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} K(\theta_B) &= -H'_T(\theta_B) = 4\epsilon\sigma(\theta_B + 273.15)^3 + \alpha_H(\theta_B) - \alpha'_H(\theta_B)(\theta_{a2} - \theta_B) \\ &\quad + \alpha_E(\theta_B)e'_0(\theta_B) - \alpha'_E(\theta_B)\{e_2 - e_0(\theta_B)\} + c_w\rho_w r + 2\sqrt{\frac{c_g\rho_g\lambda_g}{\pi\Delta t}} - \frac{c_w\rho_w q_{tr}}{B} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\theta_1^*(\theta_B) = \theta_B + \frac{H_T(\theta_B)}{K(\theta_B)}$$

ここに、 θ に関する微分を ' で表わしている。温度 θ_B は、そのときの実際の水温 θ_{act} に近い値を使った方が誤差は少い。式 (6) を式 (5) に代入して、気象条件が一定、水理条件も等流の流れとして、水塊の出発点 $x = x_0$ 、 $t = t_0$ で $\theta = \theta_0$ のもとに解くと、次のように得られる。

$$x = x_0 + U(t - t_0), \quad \theta = \theta_1^* + (\theta_0 - \theta_1^*) \exp \left\{ -\frac{K}{c_w\rho_w h} (t - t_0) \right\} \quad (8)$$

次に、 H_T の 2 次近似は、同様に Taylor 展開から得られるが、ここでは水温変化の様子がよく理解できる以下の方法で求める。 $H_T(\theta)$ を Newton-Raphson 法を用いて、より精度の高い平衡温度 θ_2^* をまず求める。 $\theta \sim H_T$ 平面において、観測点 A (θ_{act}, H_{Tact})、平衡温度点 B ($\theta_2^*, 0$)、中間点 C ($0.5 \times (\theta_{act} + \theta_2^*), 0.5 H_{Tact}$) の 3 点を通る 2 次曲線 (図-9 参照) を、次式とする。

$$H_T = a\theta^2 + b\theta + C \quad (9)$$

式 (9) を式 (5) に代入し、式 (8) を求めたときと同じ条件で解くと、次のように解が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \frac{(b - \sqrt{b^2 - 4ac})d - (b + \sqrt{b^2 - 4ac})}{2a(1-d)} \\ d &= \frac{2a\theta_0 + b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a\theta_0 + b - \sqrt{b^2 - 4ac}} \exp \left[-\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{c_w\rho_w h} (t - t_0) \right] \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$b^2 - 4ac$ の符号は、筆者がこれまで行った計算では全て正である。

3-2 1 次近似と 2 次近似の比較

Case 1 に対し、1 時間平均の気象要素と水理要素を使って、1 時間平均の平衡温度 θ_2^* を求めると、水温との差 $\theta_2^* - \theta$ の最大値が 11:00~12:00 の時間帯で 9.2℃、逆に最小値は 18:00~19:00 の -1.31℃ である。この 2 つの場合について、全熱収支量の真値に対し、1 次近似と 2 次近似の比較を示したのが図-9 である。1 次近似は、 H_T の真の変化を示す実線の A 点における接線である。(1) の 11:00~12:00 のときは観測地点の熱状態を示す A 点から出発して、このときの気象条件と水理条件が一定のもとで、矢印のように平衡温度点 B に向かって実線上を移動する。すなわち、水塊は流下しながら水温が上昇する。逆に、(2) の場合 (18:00~19:00) は、流下しながら水温は低下する。全熱収支量に対する近似の精度は、A-C-B の経路内において、気象要素の平均化時間である 1 時間流下したときに到達する点までの範囲における誤差

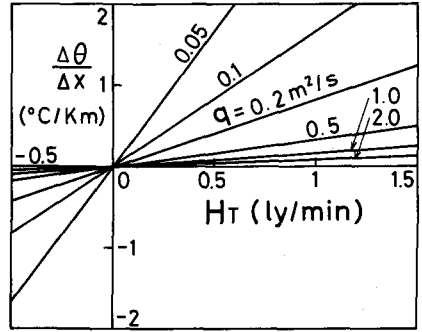


図-8 水温の区間上昇率と H_T 、 q の関係

を扱えばよい。(2)の場合は、1次近似と2次近似の差はなく、ほぼ全熱収支量の真値に一致している。(1)については、2次近似は H_T の真値にほぼ一致しているが、1次近似はB点に近づくにつれて H_T が過大になり水温計算値は大きくなる。

(1)のA点の水温は 21.4°C であるが、いま流下しながら水温が $22\sim 28^{\circ}\text{C}$ まで上昇したとすると、 H_T の真値に対する1次近似の相対誤差は $0.07\sim 27.68\%$ であり、2次近似は $-1.35\sim 1.43\%$ である。流下時間1時間でA-C-Bの経路をどこまで進むかが問題である。

(1)の場合、11:00~12:00の気象条件が一定のまま続き、若松大橋より下流の水深も観測地点の 0.26m であると仮定すると

、1時間流下したときは2次曲線の方が H_T の精度が悪く、直線近似より水温計算値が 0.01°C 高い。流下時間が2, 3, 4, 5, 6時間のときは、直線近似が2次曲線より H_T の精度が悪く、水温はそれぞれ $0.02, 0.09, 0.21, 0.35, 0.52^{\circ}\text{C}$ 高い。流下時間が増すにつれて、直線近似の水温誤差が大きくなる。流下時間が短いときの2次曲線の精度をよくするには、B, C点をA点に接近してとればよい。

(2)に対して、同様の仮定のもとで水温を求めると、流下時間が14時間で差があらわれ、直線近似が2次曲線より 0.01°C 高い。実際には、流下時間が長くなると、これに対応した気象要素の平均化時間が必要である。

4. 結 語

常呂川・若松大橋における熱収支観測をもとに、熱収支変化、全熱収支量の近似値に関して述べたが、要約すると次のようになる。

- 1) 降水、降雪、横流入水がもちこむ熱量および粘性逸散による熱量を求めるグラフを示した。
- 2) 常呂川・若松大橋における観測結果では、夏期と冬期の熱収支日変化の相違は、全日射量、水温・気温差と接水気層の不安定、降雪による影響が特に大きい。
- 3) 全熱収支量を水温の2次式で表わす方法を示した。
- 4) 全熱収支量の近似の精度は、特に昼間の流下時間が長い場合に1次近似の誤差が大きい。

なお、河川水温を用いた流出解析には興味があり、特に融雪出水に適用できるかどうか検討したい。

参考文献

- 1) 佐渡公明：河川水の熱収支に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，No. 330，1983（印刷中）。
- 2) Pivovarov, A.A.: Thermal Conditions in Freezing Lakes and Rivers, John Wiley & Sons, pp. 1~82, 1973.
- 3) Ryan, P. J. et al.: Environmental heat transfer, M. I. T. Summer session text, Ch. 1, 1973.
- 4) Yotsukura, N. et al.: Approximation of heat exchange at the air-water interface, Water Resour. Res., vol. 9, No. 1, pp. 118~128, 1973.

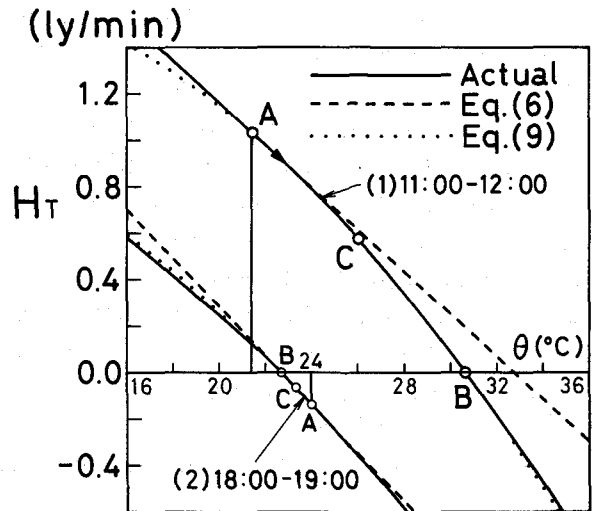


図-9 H_T の1次近似と2次近似 (Case 1)