

熱塩成層の安定性および界面混合現象について

Stability and Interfacial Mixing Process in a Temperature and Salinity Stratification

大阪大学工学部 正員 室 田 明
大阪大学工学部 正員 ○ 道 奥 康 治

1 序 論

湖沼・貯水池といった停滞水域の温度成層場においては風・流出入等の機械的擾乱とともに水表面熱収支にともなう熱対流擾乱が鉛直方向の水質交換を促進させる重要な要因である。機械的擾乱に関してはこれまで各種形態の成層せん断流や攪乱格子といった実験モデルによって連行機構に関する研究成果が積み重ねられているのに対し熱的擾乱がもたらす成層の鉛直混合機構については未だ不明な点が多い。本研究では水質輸送と熱的擾乱が複合するケースとして熱塩成層場の問題を取り挙げその安定性と連行プロセスに対する検討を行なう。

熱塩成層場の安定性は温度および塩分濃度がともに一定勾配を有する場合¹⁾あるいは一方の成分が二次放物線分布を有する場合²⁾に対してこれまで検討されている。2節においてはより一般的な場合として密度二成分がともに任意の鉛直分布を有する成層場での安定限界条件を解析的に求める。さらに種々の分布形を有する連続塩分成層を底面から加熱する実験を行ない対流発生限界について上記理論値との比較を行なう。

安定限界を越えるとある有限の範囲に対流層が形成され明瞭な密度界面がその上に形成されることが知られている。対流層内は一樣に混合されているが密度界面では安定な浮力勾配によって熱・塩分の鉛直方向輸送が抑制される。したがって鉛直混合フラックスは界面での混合量を把握することによって評価できよう。3節ではその単純化されたケースとして淡塩二成層を底面から加熱する実験を行ない密度界面での変動および熱塩輸送量の拡散成分・連行成分を個別に評価する。さらに機械的擾乱を対象とした既往の研究成果との比較を行ない混合機構に関する考察を行なう。

2 二重成層における安定性の検討³⁾

図-1(a)に示すような $T_o^*(z^*)$, $S_o^*(z^*)$ なる平均濃度分布を有する二重成層場の微小擾乱に対する安定性を検討する。ここで $T_o^*(z^*)$, $S_o^*(z^*)$ はそれぞれ拡散性の大きい物質および小さい物質の鉛直濃度分布と定義する。熱塩成層の場合これらは各々温度、塩分濃度分布に対応する。線型化された運動方程式および連続式は次式のようである。

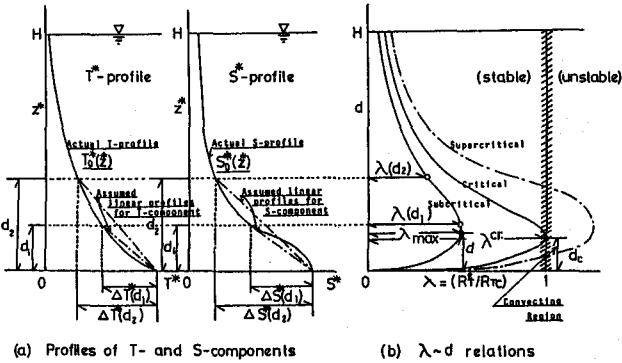


図 - 1

$$\partial \nabla^* / \partial t^* = - (1 / \rho_o^*) grad. p^* - (\rho^* / \rho_o^*) g k + \nu \nabla^{*2} \nabla^* \quad (1) \qquad \nabla^* \cdot \nabla^* = 0 \quad (2)$$

ここで $\nabla^* = (u, v, w)$; 速度ベクトル, g ; 重力加速度, ρ^* ; 密度, ν ; 動粘性係数, $\nabla^* = \frac{\partial}{\partial x^*} i + \frac{\partial}{\partial y^*} j + \frac{\partial}{\partial z^*} k$, $i, j, k; x^*, y^*, z^*$ 方向の単位ベクトルである。
 ρ^* は濃度と近似的に次式の関係を有する。

$$\rho^* = \rho_o^* \{ 1 - \alpha (T_o^*(z^*) + T^*) + \beta (S_o^*(z^*) + S^*) \} \quad (3)$$

ここで $\alpha = - (1 / \rho_o^*) (\partial \rho^* / \partial T^*)$, $\beta = (1 / \rho_o^*) (\partial \rho^* / \partial S^*)$ である。

次に T^* -物質および S^* -物質の保存式は次式のようなのである。

$$\partial/\partial t(T^*, S^*) + w^*(d/dz^*)(T_o^*, S_o^*) = (\kappa_T \nabla^2 T^*, \kappa_S \nabla^2 S^*) \quad (4)$$

ここで κ_T, κ_S は T^* -物質, S^* -物質に対する分子拡散係数である。

簡単のため上・下端は力学的自由端であり濃度は一定値を保つと仮定して境界条件が次式のようになる。

$$w^* = 0, \quad \partial^2 w^* / \partial z^{*2} = 0, \quad T^* = S^* = 0 \quad \text{at} \quad z^* = 0, d \quad (5)$$

さて w^*, T^*, S^* に対する微少擾乱項を次式の形に仮定する。

$$(w^*, T^*, S^*) = \{W^*(z^*), T^*(z^*), S^*(z^*)\} \exp[i(a_x^* x^* + a_y^* y^*) + (\sigma_r^* + i\sigma_m^*)t^*] \quad (6)$$

(1)~(4)式において u^*, v^*, p^*, ρ^* を消去した後、(6)式をこれらに代入すれば W^*, T^*, S^* に関する三式が得られる。これらに各々 W^*, T^*, S^* をかけ(5)式を用いながら $0 \leq z^* \leq d$ の範囲で積分すれば、

$$\langle (D^2 W)^2 + 2a^2 (DW)^2 + a^4 W^2 \rangle + \sigma \langle (DW)^2 + a^2 W^2 \rangle - R_T^{\frac{1}{2}} a \langle WT \rangle + R_S^{\frac{1}{2}} a \langle WS \rangle = 0 \quad (7)$$

$$- \langle (DT)^2 + a^2 T^2 \rangle + R_T^{\frac{1}{2}} a \langle W T f(z) \rangle - P_r \sigma \langle T^2 \rangle = 0 \quad (8)$$

$$- \langle (DS)^2 + a^2 S^2 \rangle + \frac{1}{\tau} R_S^{\frac{1}{2}} a \langle W S g(z) \rangle - \frac{P_r \sigma}{\tau} \langle S^2 \rangle = 0 \quad (9)$$

が得られる。ここで上式においては次のような無次元量⁴⁾を用いている。

$$t^* = t(d^2/\nu), \quad z^* = zd, \quad W^* = \pi_1 W, \quad T^* = \pi_2 T, \quad S^* = \pi_3 S, \quad \langle \rangle = \int_0^1 dz,$$

$$\pi_2/\pi_1 = \sqrt{\frac{\Delta T \nu}{\alpha g a^{*2} d \kappa_T}}, \quad \pi_3/\pi_1 = \sqrt{\frac{\Delta S \nu}{\beta g a^{*2} d \kappa_T}}, \quad a^* = \sqrt{a_x^{*2} + a_y^{*2}},$$

$$R_T = \alpha g \Delta T d^3 / \kappa_T \nu \quad (T\text{-物質 Rayleigh 数}), \quad R_S = \beta g \Delta S d^3 / \kappa_S \nu \quad (S\text{-物質 Rayleigh 数}),$$

$$\tau = \kappa_S / \kappa_T, \quad P_r = \nu / \kappa_T, \quad f(z) = -(d/\Delta T)(dT_o^*/dz^*), \quad g(z) = -(d/\Delta S)(dS_o^*/dz^*),$$

今、次のような試験関数を W, T, S に対して導入する。

$$W = C_1 W_1, \quad T = C_2 W_1, \quad S = C_3 W_1 \quad (10)$$

(10)式を、(7)~(9)式に代入し、係数 $C_1 \sim C_3$ を消去すれば複素振動数 σ に関する三次方程式

$$a_1 \sigma^3 + a_2 \sigma^2 + a_3 \sigma + a_4 = 0 \quad (11)$$

が得られる。ここで $\sigma = \sigma_r + i\sigma_m$ であり $a_1 \sim a_4$ は W, T, S 等の関数である。

安定限界条件は $\sigma_r = 0$ であるから(11)式に $\sigma = i\sigma_m$ を代入して σ_m に関する特性方程式が得られる。

ここで2つの不安定モードが考えられる。一つは $\sigma_m = 0$ の振動をともしない不安定モードでその境界条件は(11)式より $a_4 = 0$ である。もう一つは $\sigma_m \neq 0$ の振動的な不安定モードであり境界条件は $a_1 a_4 = a_2 a_3$ となる。今、(5)式を満足する試験関数として $W_1 = T_1 = S_1 = \sin \pi z$ を選ぶと2つのモードに対して安定限界条件式が次式のように得られる。

$$R_{TC} = \frac{\langle \sin^2 \pi z g(z) \rangle R_S}{\langle \sin^2 \pi z f(z) \rangle \tau} + \frac{27 \pi^4}{8 \langle \sin^2 \pi z f(z) \rangle} \quad (\text{direct mode}) \quad (12)$$

$$R_{TC} = \frac{(1 + \tau/P_r) \langle \sin^2 \pi z g(z) \rangle}{(1 + 1/P_r) \langle \sin^2 \pi z f(z) \rangle} R_S + \frac{(P_r + \tau)(\tau + 1)}{P_r} \frac{27 \pi^4}{8 \langle \sin^2 \pi z f(z) \rangle} \quad (\text{oscillatory mode}) \quad (13)$$

T, S ともに線型濃度分布を呈する場合には無次元濃度勾配が $f(z) = g(z) = 1$ となり、(12)・(13)式はそれぞれ Stern・Veronis が求めた安定限界条件と一致する。¹⁾ また(12)式中 $R_S = 0$ とおけば任意の温度分布形をもつ熱成層に関する Nield(1975)⁴⁾ の解析解と一致する。このように上式は既往の解析解をも満足する一

般的な解と言える。

次に熱塩成層の対流発生限界を(13)式によって検証する。濃度分布形が安定限界に与える影響を調べるために実験は図-2に示すような三種類の塩分濃度分布を底面からゆるやかに加熱することによって行なわれた。図-3に限界温度Rayleigh数の実験値 R_T^e と理論値 R_{TC} との比 $\lambda^{cr}=(R_T^e/R_{TC})^{cr}$ を示す。横軸は塩分濃度Rayleigh数である。

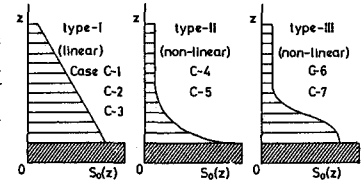


図-2 各種塩分濃度分布

同図中、白抜き記号が理論値 R_{TC} として(13)式を用いた場合である。比較のためVeronisの理論値(図-1(a)中の一点鎖線のごとく線型分布を仮定)を用いた時の λ^{cr} の値を黒塗り記号で示す。いずれの場合もRayleigh数に含まれる長さスケール d としては図-1(b)中に示すように λ^{cr} の最大値に対応する $d=d_c$ を用いている。さらに、半黒記号はTurner¹⁾が提唱した

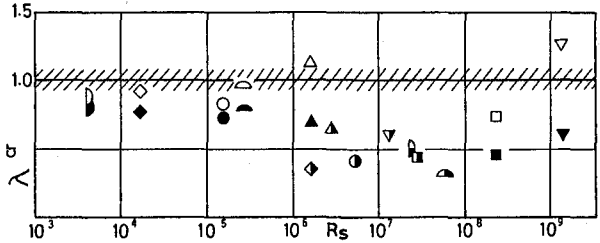


図-3 $\lambda^{cr}=(R_T^e/R_{TC})^{cr} \sim R_S$

温度境界層厚を d として用い、Veronisの安定限界条件を適用したものである。以上を比較すると白抜き記号が $\lambda^{cr}=1$ に最も近く、したがって分布形を考察に入れた(13)式の値は適確な限界条件を与えていると言えよう。

3 熱塩密度境界面での混合現象⁵⁾

対流開始後は密度境界面が形成され鉛直方向の熱および物質の移動は界面での混合現象によって支配される。その単純化された場合として熱塩二成層界面の変動および熱塩輸送量の計測を行ない混合機構に対する考察を加えた。実験は前回と同様長さ20cm、幅8cm、高さ40cmの鉛直一次元アクリル水槽で行なった。表-1に実験諸量を示す。 h_1 、 h_2 は各々上・下層水深、 S_2 は初期下層塩分濃度である。温度および塩分濃度はそれぞれサーミスタ温度計、電導度計プロブを用いて測定し密度界面での変動はビデオカメラで撮影した。

表-1 実験条件

CASE	h_2 (cm)	h_1 (cm)	S_2 (%)	FT_0 ($^{\circ}\text{C/s}$)	Symbols
TL1	5.1	14.9	0.453	0.0567	○
TL2	7.5	12.5	0.473	0.0528	⊙
TL3	9.9	10.1	0.461	0.0564	⊗
TL4	12.6	7.4	0.500	0.0525	●
TL5	15.1	4.9	0.427	0.0567	●
TL6	5.0	15.0	0.217	0.0508	◇
TL7	7.5	12.5	0.307	0.0513	◇
TL8	10.0	10.0	0.227	0.0575	◇
TL9	15.1	4.9	0.246	0.0568	◆

3.1 密度界面での変動特性

底面加熱とともに、界面での安定度 $R_{\rho}=4\rho_s/4\rho_T$ ($4\rho_T$; 界面での温度密度差、 $4\rho_s$; 塩分密度差)が減少し界面変動が生じ始める。また変動によって励起される浮力塊の上下方向連行の頻度も増大する。

図-4に約1分間の観測時間中の最大界面波高 H を下層水深 h_2 で無次元化した H/h_2 と R_{ρ} との関係を示す。 H/h_2 は $R_{\rho}=2.8$ 付近から R_{ρ} の減少とともに急増する。同様の結果が尾崎ら(1982)⁶⁾によっても報告されている。

この界面変動はDenton et al(1981)⁷⁾がPenetrative Convectionの実験で見出した界面ドーム(Interfacial dome)と同種のもと思われる下層内の対流による上昇流が密度界面に衝突することによって生じるものと推察される。そこで現象の類似性より渦輪の衝突によって生起する

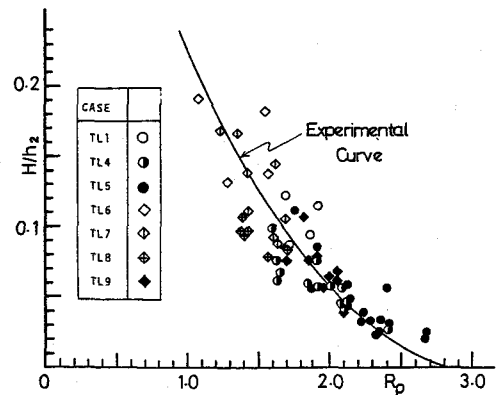


図-4 無次元界面波高 H/h_2 と界面安定度 R_{ρ}

界面変動に関する実験結果

(Linden, 1973)⁸⁾と本実験結果 H/h_2 との比較を試みる。Linden の実験データは以下の仮定のもとに換算されている。

- i) 対流速度スケールは渦輪の衝突速度と対応する。
- ii) 対流層の乱れ長さスケール l は界面付近においては対流層厚さの約 0.1 倍であることから⁷⁾ $l = 0.1 h_2$ とする。渦輪の径はこれに対応する。

- iii) 渦輪の衝突にともなう界面のくぼみとその後のねかえり

(recoil)量は同じ大きさとし本実験での界面波高 H は渦輪実験のくぼみ量の 2 倍とする。

図-5 は H/h_2 と密度フルード数 $F_r = \bar{u}_{f2} / \sqrt{\epsilon g h_2}$ との関係を示す。ここで $\bar{u}_{f2}$ は後節において述べる下層の対流速度スケールである。本実験値および Linden の実験値はほぼ $H/h_2 \propto F_r^2$ の関係を満足している。これは渦輪の運動エネルギーが界面変形に基づくポテンシャルエネルギーの増分に変換されると仮定して求めた Linden の理論モデル⁸⁾に対応している。図-6 はひずめられた密度界面が復元するのに要する時間スケール t_B とバイサラ周期 $(h_2 \rho_0 / 4 \rho g)^{1/2}$ の関係を示す。本実験値は Linden の実験値の延長上にあると同時に $t_B \propto (h_2 \rho_0 / 4 \rho g)^{1/2}$ の関係をほぼ満たしている。したがって対流運動によってひずめられた密度界面は渦輪の場合と同様重力波的に復元すると言える。

以上のように本実験での界面変動は、渦輪の実験で得られたものと類似の特性を有し機構的にも同様の誘因で生起していることが示唆される。

3.2 熱輸送量の評価

Linden⁹⁾が指摘したように密度界面での混合量は拡散による輸送量と界面擾乱によって誘起された浮力塊の連行混入量とから成ると言える。また上・下層ともに対流が存在し上下いずれの方向にも連行されることから上向き連行速度 U_e^u 、下向き連行速度 U_e^l を個別に考えれば乱れによる混入量を評価できよう。 F_{T0} : heat flux at the bottom

以上の考察に基づき図-7 に示すような二層系における温度、塩分、体積に関する保存則が次のように得られる。

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} h_i T_i \\ h_i S_i \\ h_i \end{pmatrix} = \begin{Bmatrix} (U_e^u T_2 - U_e^l T_1 + F_T^d) \xi_i + F_{T0} \delta_{i2} \\ (U_e^u S_2 - U_e^l S_1 + F_S^d) \xi_i \\ (U_e^u - U_e^l) \xi_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_T \xi_i + F_{T0} \delta_{i2} \\ F_S \xi_i \\ (U_e^u - U_e^l) \xi_i \end{Bmatrix} \quad (14)$$

$$\xi_i = \begin{cases} 1 & (i=1) \\ -1 & (i=2) \end{cases} \quad \delta_{i2} = \begin{cases} 0 & (i=1) \\ 1 & (i=2) \end{cases}$$

ここに F_{T0} : 底面からの熱供給フラックス、 $F_T^d \cdot F_S^d$: 熱および塩分の拡散輸送フラックス、 $F_T \cdot F_S$: 熱・塩分の総輸送フラックスである。上・下層の温度・塩分濃度および層厚の時間変化を測定すれば(14)式を用いることによって $U_e^u, U_e^l, F_T^d, F_S^d$ を求めることがで

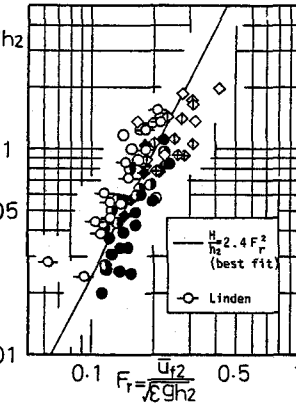


図-5 H/h_2 と密度フルード数 F_r

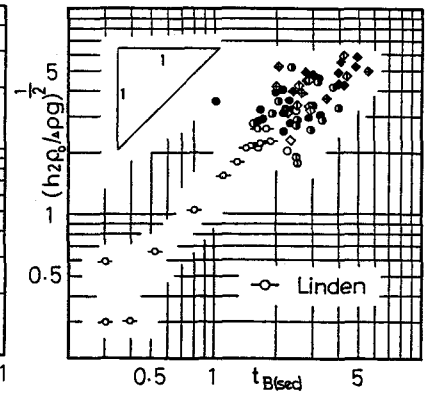


図-6 界面の recoil の時間スケール t_B とバイサラ周期 $(h_2 \rho_0 / 4 \rho g)^{1/2}$

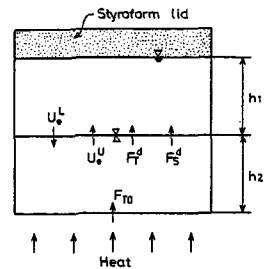


Figure 7: A schematic diagram of a two-layer system. The top layer has thickness h_1 and the bottom layer has thickness h_2 . A Styrofoam lid is on top. Arrows indicate heat fluxes: F_{T0} at the bottom, F_T and F_S at the interface, and U_e^l and U_e^u at the interface. The diagram is labeled with $h_1, h_2, U_e^l, U_e^u, F_T, F_S$ and F_{T0} .

図-7 二層系での保存則

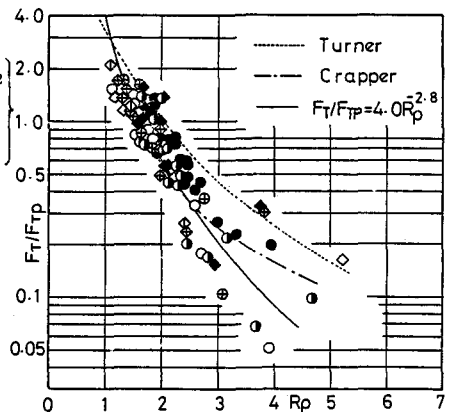


図-8 無次元総熱フラックス F_T/F_{Tp} と R_p

きる。以上の手順によって熱に関する総フラックス F_T 、連行フラックス $F_T^e = U_e'' T_2 - U_e' T_1$ 、拡散フラックス F_T^d を求め界面安定度 R_ρ と比較したものを図-8, 9, 10 にそれぞれ示す。いずれの輸送量も F_{TP} (界面と同じ温度差を両端に有する熱伝導板での熱輸送量の理論値) を用いて無次元表示している。各図中の実線は $F_T = F_T^e + F_T^d$ の関係を満足するよう定められた実験曲線である。図-8 の総熱フラックスについては Turner¹⁾ および Crapper¹⁰⁾ の実験曲線も併記している。Turner の実験値は連行による層体積変化を考慮せずに算出されているため本実験値および Crapper の実験値より大きい値を示す。したがって界面での輸送フラックスを求めるに際し連行成分を正しく評価することの重要性が認識される。図-9 を見ると $R_\rho \leq 3$ の範囲において R_ρ の減少とともに連行フラックスが飛躍的に増加しており上記のことが裏づけられる。またこの傾向は図-4 の界面変動レベルに関する結果と良く対応しており界面擾乱が連行の促進に直接貢献することを示唆するものである。図-10 の拡散熱フラックスの実験曲線は $R_\rho \rightarrow 1$ の極限において熱フラックスの大部分が連行成分によって占められ拡散成分が 0 に漸近するとの予想のもとに描かれたものである。図-9

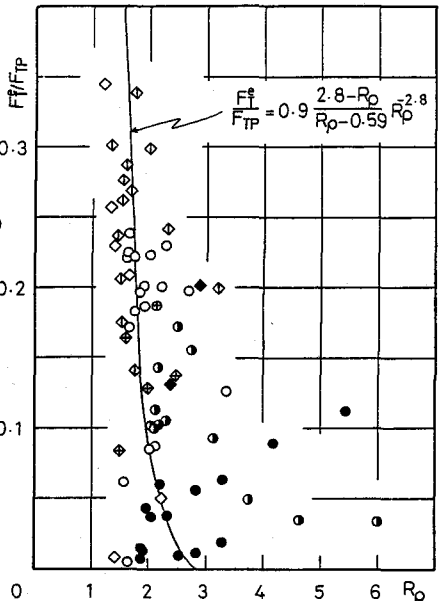


図-9 無次元連行熱フラックス F_T^e / F_{TP} と R_ρ

3.3 連行速度の評価

図-12 に連行速度の時間変化の例を示す。上向き連行にくらべ下向き連行速度が時間とともにより増大している。このケースにおいては上層が侵食され界面は上昇を続けた。

本節では連行係数と Richardson 数という慣用的な無次元量によっ

て連行速度をより普遍的に評価するため対流層の代表速度スケールを以下のように推定する。

$$\partial T_i / \partial t = -\partial / \partial z (u_{fi} T') \quad (i=1, 2) \quad (15)$$

ここで u_{fi} は水平方向に平均化された対流塊の上昇速度、 T' は温度偏差である。対流層内はほぼ一様温度であるため $\partial T_i / \partial t = dT_i / dt$ となる。よって下端で $u_{fi} T' = F_{T0}$ 、界面で $u_{fi} T' = F_T$ 、上端で $u_{fi} T' = 0$ という境界条件のもとに(15)式が積分され $u_{fi} T'(z)$ が得られる。 $u_{fi} S'$ についても同様の手順で得られる。一方 dz なる微小区間で対流塊のポテンシャルエネルギーがほぼその浮力を保ったまま運動エネルギーに変換されると考えればエネルギーのバランスは

$$\frac{1}{2} d(u_{fi}^2) = (\alpha T' - \beta S') g dz \quad (16)$$

となる。 $u_{fi} T'(z)$, $u_{fi} S'(z)$ と(16)式から T' , S' を消去し u_{fi} を求めこれを各層内で平均化することによって平均速度スケールが次のように得られる。

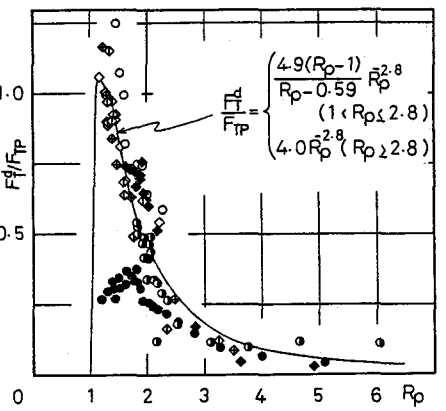


図-10 無次元拡散熱フラックス F_T^d / F_{TP} と R_ρ

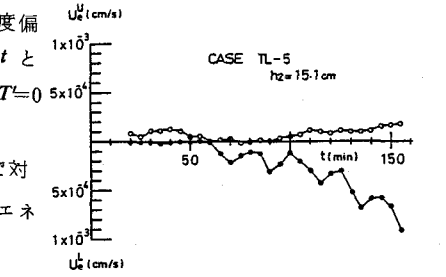


図-11 連行速度の時間変化の例

$$\bar{u}_{f2} = \left\{ (\alpha F_{T0} + \frac{\alpha F_T - \beta F_S}{2}) g h_2 \right\}^{\frac{1}{3}}, \quad \bar{u}_{f1} = \left\{ (\alpha F_T - \beta F_S) g h_1 \right\}^{\frac{1}{3}} \quad (17)$$

上向き連行および下向き連行は各々上層内および下層内の乱れによって誘起されると考え、 U_e^u, U_e^l に対する連行係数と Richardson 数を次のように定義する。

$$E^u = U_e^u / \bar{u}_{f1}, \quad E^l = U_e^l / \bar{u}_{f2}, \quad R_i^u = \varepsilon g h_1 / \bar{u}_{f1}^2, \quad R_i^l = \varepsilon g h_2 / \bar{u}_{f2}^2$$

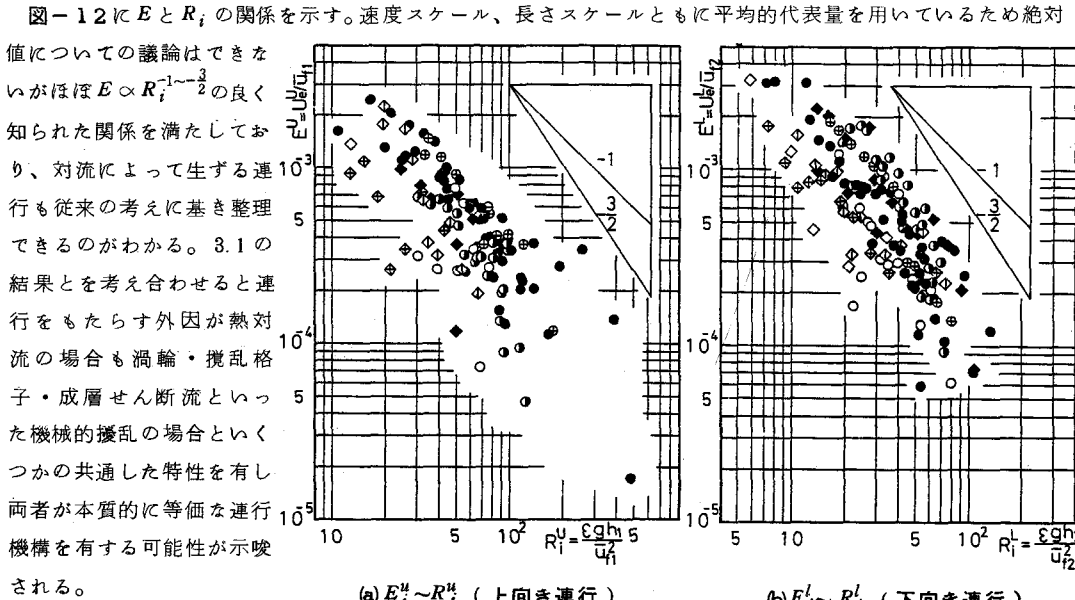


図-12 連行係数と Richardson 数

4 結 論

熱塩成層における対流発生条件および対流発生後の混合現象に関する検討を行ない以下の結論を得た。

- (1) 二重成層場での安定性を濃度分布を考慮に入れて検討すれば従来より妥当な安定限界条件を得る。
- (2) 熱対流によって励起される界面変動は渦輪の衝突によって生ずるそれと類似の特性を有する。
- (3) 界面での有効密度差の減少にともない界面擾乱および連行熱フラックスはともに急増する傾向を有し両者の密接な関係が示唆される。
- (4) 連行係数と Richardson 数という慣用的な規準化によって界面混合量を評価した結果 $E \propto R_i^{-1 \sim -\frac{3}{2}}$ という良く知られた関係が得られた。上記(2)の結論も合わせて考慮すれば熱対流によって生ずる連行と機械エネルギーによって生ずる連行は類似の機構を有することが推察される。

最後に本研究を遂行するにあたり図面・データの整理に協力頂いた石村豊・山辺健二両氏に謝意を表する。

参考文献

- 1) Turner, J.S.; Buoyancy Effects in Fluids, 1973. 2) 玉井他; 土木学会論文報告集, 323, 1982.
- 3) 室田他; 第37回年講, 1982. 4) Nield, D.A.; J.F.M. 71, 1975.
- 5) Murota et al; Osaka Univ. Technol. Repts., 32, 1982. 6) 尾崎他; 第37回年講, 1982.
- 7) Denton, R.A. et al, J.F.M., 113, 1981. 8) Linden, P.F.; J.F.M., 60, 1973.
- 9) Linden, P.F.; Deep-Sea Res., 21, 1974. 10) Crapper, P.F.; Deep-Sea Res., 22, 1974.