

Inclined Thermal の流動特性について
Flow Properties of the Inclined Thermal

九州大学工学部 正会員 平 野 宗 夫
九州大学工学部 正会員 〇羽田野 袈裟義
九州大学工学部 正会員 大 本 照 憲
九州大学大学院 学生員 外 村 健 司

1. まえがき

洪水時に生じた濁水が貯水池に流入して長期間滞留する現象は、濁水長期化問題として大きな社会問題となっており、これに関連した傾斜 plume の流動について活発な研究が行なわれてきた。しかしながら現実の貯水池においては、高濃度の濁水流入は洪水流入初期の比較的短時間に集中する、との報告¹⁾もなされている。また海底地震による泥流や powder snow avalanches のように瞬間的に供給された重い流体が傾斜面を流下する現象は自然界にしばしば発生している。この種の密度流を inclined thermal といい、Beghinら²⁾、Bühler、芦田ら³⁾などによって研究が行なわれ、先端移動速度が下流において減少すること、先端部の形状はほぼ相似で、最大厚さの増加割合がほぼ一定に保たれることなどが報告されている。

本研究は、inclined thermal の先端部の流動に関して水路実験を行ないその特性を把握するとともに、理論的考察を試みたものである。なお、理論解析においては、著者らの inclined plume 先端部に関する研究⁵⁾における同様の手法が用いられており、粒子のまき上げ沈降は考慮されていない。

2. 実験およびその結果

(1) 実験装置および方法

実験装置は図-1に示すような長さ4.33m、幅0.2m、せき位置の深さ0.9m、底勾配1/481の片面アクリル張り水槽である。実験はこの水槽に水道水を満たしておき、上流より濃度10000ppmの着色塩水を所定の投入方法で供給して inclined thermal を発生させて行なった。塩水の投入方法は総投入量を2lとし、全量を瞬時に投入する方法(RUN1)と、一定の流量0.2l/sで10秒間供給する方法(RUN2)を用いた。測定は thermal の形状、塩分濃度、先端部の発達および先端移動速度について行なった。

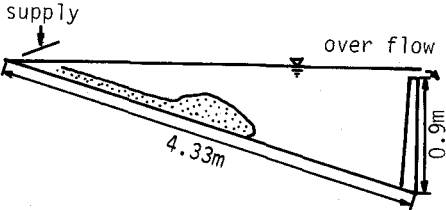


図-1 実験水路

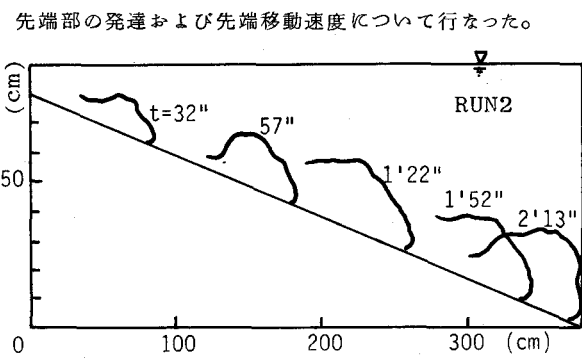


図-2 流動状況

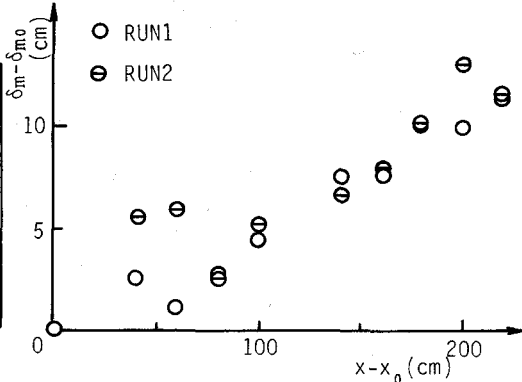


図-3 最大厚さの変化

thermalの形状および先端移動速度

は水路側面よりV.T.Rで撮影して測定した。塩分濃度は流下方向に4地点で銅管を用いて採水したのち電気電導度を測定して求めた。また、採水はthermalの流動厚さが最大となる断面が採水地点を通過するとき瞬時に行ない、水路底面に垂直な方向の塩分濃度を求めた。

(2) 実験結果

inclined thermal 先端部は図-2に示すように盛り上がり、周囲水の連行により流動厚さを増大しながら流下していく。

図-3はthermal先端部の最大厚さ δ_m を先端位置 x に対してプロットしたものである。図において x 、 δ_m ともに基準点における値との差で示している。この図より先端部の最大厚さが流下とともに増大していく傾向が認められる。また先端部は伸縮を繰り返しながら流下するため、 δ_m の変化は多少不規則となっているが、平均的には流下距離に対してほぼ直線的に増大しているとみなすことができる。

次に前述のような方法で測定したthermalの塩分濃度の測定結果の一例を示したのが図-4である。この図より塩水は先端部のふくらみの上半部でかなり希釈されていることおよび塩分濃度は流下とともに減少していることが認められる。

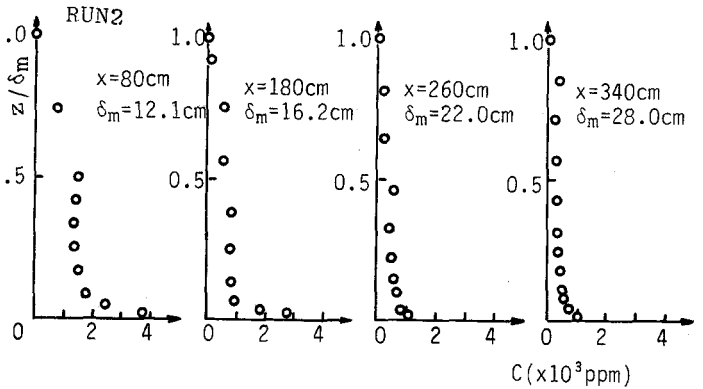


図-4 塩水濃度分布

3. 理論

取り扱う現象は非定常な2次元の下層密度流であり、図-5に示すような2層流モデルで考える。斜面に沿って x 軸、斜面と垂直上方に z 軸をとれば、図の斜面の流体部分についての体積保存則、質量保存則および流れ方向の運動方程式は傾斜Plumeの場合と同様それぞれ次のようになる。

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = v_e \quad (1)$$

$$\frac{\partial (\rho \delta)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho q)}{\partial x} = \rho_0 v_e \quad (2)$$

および

$$\int_0^\delta \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) dz = - \int_0^\delta \frac{\partial \rho}{\partial x} dz + \int_0^\delta \rho g \sin \theta dz + \tau_i - \tau_o \quad (3)$$

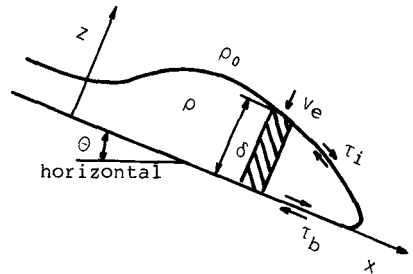


図-5 解析モデル

ここに、 $q = q(x, t) = \int_0^\delta u(x, z, t) dz$ 、 ρ は流体の密度、 ρ_0 は周囲流体の密度、 δ は下層流の流動厚さ、 v_e は周囲流体の連行速度、 u および w はそれぞれ x および z 方向の流速成分、 θ は底面傾斜角、 τ_i および τ_o はそれぞれ内部界面および底面におけるせん断応力である。

下層密度流の流動厚さ δ にわたる u の平均値を $\bar{u}$ とすれば、 $\delta = \bar{u} \delta$ で表わされる。このことを考慮して式(1)を変形すると式(4)が、また式(1)を用いることにより式(2)から式(5)がそれぞれ得られる。

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \delta}{\partial x} = v_e - \delta \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \Delta \rho}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \Delta \rho}{\partial x} = - \frac{\Delta \rho}{\delta} v_e \quad (5)$$

ここに $\Delta \rho = \rho - \rho_0$ である。次に、式(3)は左辺をブシネスク近似および連続式

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

を用いて変形し、圧力に静水圧分布を仮定することにより次のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = & \frac{\Delta \rho}{\rho} g \sin \theta - \frac{1}{\rho \delta} g \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} \Delta \rho \delta^2 \right) - \frac{\bar{u}^2}{\delta} \{ E(1-k) + f \} \\ & - (\beta - 1) \bar{u} \left\{ \frac{1}{\delta} \frac{\partial (\bar{u} \delta)}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right\} - \bar{u}^2 \frac{\partial \beta}{\partial x} \end{aligned} \quad (7)$$

ここに、 β は運動量補正係数で、 $\beta \bar{u}^2 \delta = \int_0^\delta u^2 dz$ 、 f は抵抗係数で $f \rho \bar{u}^2 = \tau_b - \tau_i$ 、 $k = u|_{z=\delta} / \bar{u}$ および $E = v_e / \bar{u}$ は連行係数である。

以上得られた式(4)、(5)および(7)を解くことにより、流動厚さ、密度および速度を求めることができる。これらの式は特性曲線 $dx/dt = \bar{u}$ 上でそれぞれ次のように書かれる。

$$\frac{d\delta}{dx} = E - \frac{\delta}{\bar{u}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \quad (8)$$

$$\frac{d\Delta \rho}{dx} = - \frac{\Delta \rho E}{\delta} \quad (9)$$

および

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{u}}{dx} = & 2 \frac{\Delta \rho}{\rho} g \sin \theta - \frac{2}{\rho \delta} g \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} \Delta \rho \delta^2 \right) - 2 \frac{\bar{u}^2}{\delta} \{ E(1-k) + f \} \\ & - 2 (\beta - 1) \bar{u} \left\{ \frac{1}{\delta} \frac{\partial (\bar{u} \delta)}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right\} - 2 \bar{u}^2 \frac{\partial \beta}{\partial x} \end{aligned} \quad (10)$$

式(8)、(9)および(10)は連立方程式であるが、右辺に現れる偏微分の項を正しく評価することは困難なため、ここでは簡単に以下の扱いをする。

inclined thermal に関する最近の研究により、底面勾配が一樣な場合、先端部の最大厚さが流下距離に対してほぼ直線的に増大すること、および先端部の形状がほぼ相似に保たれることが認められており、本実験においても2.でみたようにほぼ確かめられている。以下これらの実験的事実を仮定としてとり入れて解析をすすめる。まず先端部最大厚さの断面を対象とすることにし、

$$\frac{d\delta}{dx} = m = E - \frac{\bar{u}}{\delta} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \quad (11)$$

とおき、 m を一定とすると次式が得られる。

$$\delta = m(x - x_0) + \delta_0 \quad (12)$$

ここに、 δ_0 は $x = x_0$ における δ の値である。また、式(9)および(12)より連行係数を一定とした場合次式が得られる。

$$\frac{\Delta \rho}{\Delta \rho_0} = \left(\frac{\delta}{\delta_0} \right)^{-E/m} = \left\{ m \frac{x - x_0}{\delta_0} + 1 \right\}^{-E/m} \quad (13)$$

ここに $\Delta \rho_0$ は $x = x_0$ における $\Delta \rho$ である。次に速度であるが、最大厚さの断面では $\partial \delta / \partial x = 0$ であり、また密度流先端部内において $\Delta \rho$ の x 方向の変化量が十分小さいと考えると、式(10)右辺第2項は他の項に比べて一般に無視される。さらに式(11)、(12)および(13)の関係を適用すると式(10)は無次元形で次のように書かれる。

$$\frac{dU^2}{dX} + \left\{ \frac{2 \{ E(1-k) + f - 2(\beta-1)(m-E) \}}{m(X-X_0) + 1} + 2 \frac{\partial \beta}{\partial X} \right\} U^2$$

$$= F_0^{-2} \sin \theta \{ m(X-X_0) + 1 \}^{-E/m} \quad (14)$$

ここに, $U = \bar{u}/u_0$, $X = x/\delta_0$ および $F_0 = \bar{u}_0/\sqrt{\Delta \rho_0 g \delta_0/\rho}$, $\bar{u}_0$ は $x=x_0$ における $\bar{u}$ である。 β , E , k , m および f を一定とすると式(14)は積分されて次式が得られる。

$$U^2 = \frac{2 F_0^{-2} \sin \theta}{E(1-2k) + 2f - 4(\beta-1)(m-E) + m} \{ m(X-X_0) + 1 \}^{-E/m}$$

$$+ \left\{ 1 - \frac{2 F_0^{-2} \sin \theta}{E(1-2k) + 2f - 4(\beta-1)(m-E) + m} \right\} \{ m(X-X_0) + 1 \}^{-2 \frac{E(1-k) + f - 2(\beta-1)(m-E)}{m}} \quad (15)$$

上式は最大厚さの断面の平均速度に関する式である。つぎにこれと最先端の移動速度の関係を求める。最先端の移動速度は最大厚さの断面の速度と、先端部の発達による流れ方向の伸び率との和で与えられる。したがって図-6に示すように時刻 t における最先端の位置を x_f , 最大厚さを δ_m , 最先端から最大厚さの断面までの距離を L とすれば先端移動速度 u_f は次式で与えられる。

$$u_f = \bar{u} + \frac{dL}{dt} = \bar{u} + \frac{L}{\delta_m} \frac{d\delta_m}{dt} \frac{dx_f}{dx_f}$$

よって

$$\frac{\bar{u}}{u_f} = 1 - \frac{L}{\delta_m} \quad (16)$$

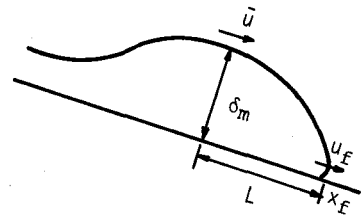


図-6 先端部の速度の関係

上式右辺は上記2つの仮定のもとでは一定となり, $\bar{u}$ と u_f は

各々の効期値で無次元化した場合同じ値を示す。式(15)において右辺第1項の指数は $E/m > 1$ のとき負, $E/m = 1.0$ のとき0, $E/m < 1$ のとき正となる。また第2項の指数は $m < E$ のときは必ず負となる。したがって $X \rightarrow \infty$ のとき

$$U \rightarrow \infty ; m > E$$

$$U \rightarrow \text{const} ; m = E$$

$$U \rightarrow 0 ; m < E$$

4. 考 察

(1) ふくらみ係数 m

式(1)で定義した m は周囲水の連行および先端部と後続流の流速差による先端部の流動厚さの増加割合を示すものであり, ここではこの m をふくらみ係数と呼ぶことにする。plume についてはこの値は流下方向にはほぼ一定でその値が底面勾配とともに増加することが著者らの研究⁵⁾ などにおいて確かめられている。また, thermal の場合についてもすでに Beghin らや Bühler などによって底面勾配とともに増大することが報告されている。図-7は従来得られた m 値とともに本実験により得られた m の値を底面勾配に対してプロットしたものである。なお, 図中の実線は Beghin らが密閉容器を用いて行なった thermal の実験に対して与えたもので, 破線は著者らが plume に対して得たものである。

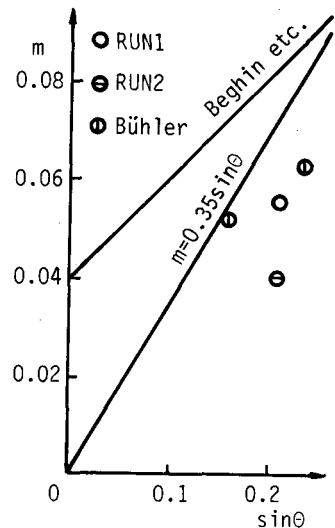


図-7 $d\delta_m/dx$ と $\sin \theta$ の関係

図よりBeghinらが求めた m の値は plume に対する値よりも大きい、Biihler および著者らの実験においては plume に対する値よりも小さいものとなっている。また図には示していないが、福岡ら⁶⁾の実験においてもふくらみ係数は thermal の場合の方が plume の場合よりも小さな値となっている。

(2) 連行係数

流動厚さと密度の測定値から連行係数を求める。式(9)を $E = \text{const}$ として積分すると次式となる。

$$E = \frac{-\ln \Delta\rho/\Delta\rho_0}{\int_{x_0}^x \frac{dx}{\delta}} \quad (17)$$

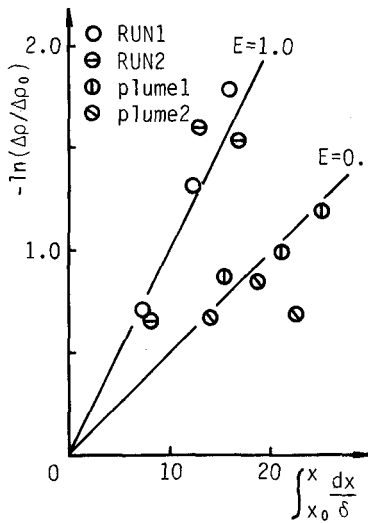


図-8 $-\ln(\Delta\rho/\Delta\rho_0)$ と $\int_{x_0}^x \frac{dx}{\delta}$ の関係

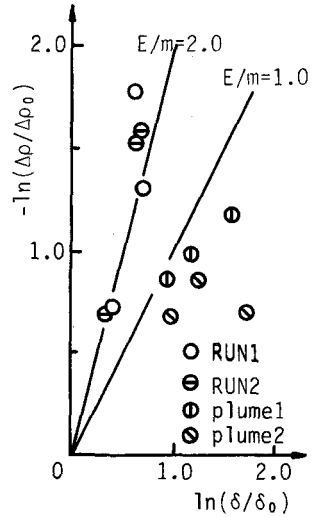


図-9 $-\ln(\Delta\rho/\Delta\rho_0)$ と $\ln(\delta/\delta_0)$ の関係

流動厚さと密度の測定値から

$\ln \Delta\rho/\Delta\rho_0$ と $\int_{x_0}^x \frac{dx}{\delta}$ を求めて

これらを図示すると図-8のようになる。なお、密度の測定は4地点でなされており、図では上記の値を最上流に位置する密度の測定点を初期値として求めたものを用いた。図には、同じ水路を用いて同一勾配で行なった plume の実験⁵⁾より求めた値もプロットしてある。thermal, plume の場合ともに連行係数はほぼ一定の値を示すが、その値は両者においてかなり異なり、thermal における連行係数の値は plume の値のほぼ2倍になっていることがわかる。

(3) ふくらみ係数と連行係数の比

つぎに、ふくらみ係数に対する連行係数の比について考察する。式(13)より、

$$\frac{E}{m} = \frac{-\ln(\Delta\rho/\Delta\rho_0)}{\ln(\delta/\delta_0)} \quad (18)$$

上式において上と同様 δ と $\Delta\rho$ の測定値から $\ln \Delta\rho/\Delta\rho_0$ および $\ln \delta/\delta_0$ を求めてプロットすると図-9のようになる。前述のように、 E/m が1より大きいのか小さいかにより、速度変化の特性が規定されるが、図によると、 E/m の値は plume の場合1より若干小さな値を示すのに対し、thermal の場合には1より大きな値となっており、流下速度が下流に行くに従って減少するという従来の実験結果と対応している。これは、以下のように説明される。傾斜 plume の場合は後続流から先端部への流入があり、後続流の流速が先端部に比べて大きいので式(11)において $\partial \bar{u}/\partial x < 0$ 、したがって $m > E$ となる。一方、thermal の場合には初期の供給の影響がなくなった時点では先端部への後続流の流入はなく、逆に後方へとり残される状態となり $\partial \bar{u}/\partial x > 0$ であるから $m < E$ となると考えられる。図-9によると、thermal の場合 $E/m = 2 \sim 3$ 程度となっている。

(4) 実験値と計算値の比較

式(13)および(14)の適合性をみるために、密度と速度の実験値と計算値をプロットしたものが図-10 および 11 に示されている。計算は最上流の密度の測定点を初期条件として行なった。図より密度は周囲水の連行のために流下方向に減少しており、1より大きい E/m を用いた計算が実験値と近い傾向を示すようである。

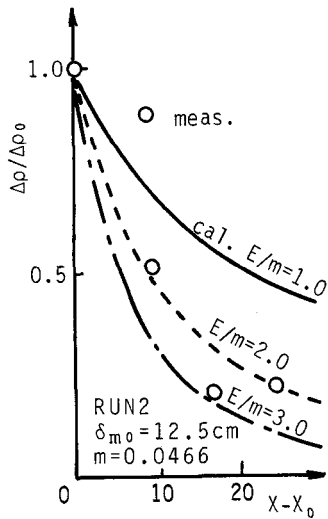


図-10 密度の実験値と計算値

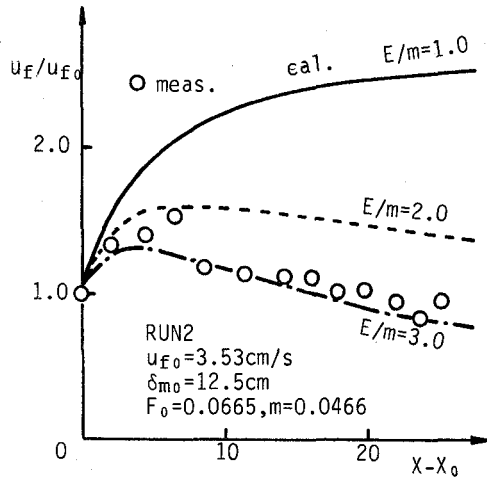


図-11 先端速度の実験値と計算値

つぎに速度の計算において、式(4)中運動量補正係数は芦田らの流速分布の測定結果などから $\beta = 1.2$ とした。また、底面抵抗は噴流に関する sigalla⁷⁾ の実験式から評価し、上記の測定結果などを参照して平均流速で表現すると、0.01~0.02 の値となるので $f = 0.02$ とした。図より速度の実験値と計算値は、単調に変化したのちほぼ一定値に漸近する plume の場合とは異なり、十分下流では減少傾向を示すが、初期条件によっては一旦加速したのち減速する場合が生じている。また計算値は $E/m = 2 \sim 3$ 程度のとき実験値とよく一致するようであり、濃度変化から求めた図-9 と同様の結果となっている。

5. 結 論

以上 inclined thermal の先端部の流動特性を調べ、連行係数が inclined plume の場合に比べて大きな値になること、連行係数とふくらみ係数の比 E/m が inclined plume の場合よりかなり大きく、 $E/m = 2 \sim 3$ 程度となることを示した。また速度や密度の変化を規定する式を導き、これらが実験値の傾向とよく一致することを示すとともに、速度が単調に変化して一定値に近づく plume の場合とは異なり、初期には加速部分があっても下流では単調に減速することを明らかにした。

参考文献

- 1) 安芸周一; 河川水の濁度, 自然災害特別研究成果, Ⅷ A-54-5, 1979.
- 2) P. Beghin, E.J. Hopfinger and R.E. Britter; Gravitational convection from instantaneous source on inclined boundaries, J. Fluid Mech., vol. 107, 1981.
- 3) Bühler, Density currents generated by submarine slumps, Proc. of 2nd Intn symp. on stratified flows, IAHR/Trondheim, 1980.
- 4) 芦田和男・江頭進治・中川一; 傾斜路床面上における泥水塊の挙動に関する研究, 防災研年報, 24-B-2, 1981.
- 5) 平野宗夫・羽田野袈裟義; 密度流先端部の流動特性について, 土論集, 第314号, 1981.
- 6) 福岡捷二・水村和正・加納敏行; 密度流先端部の流動機構に関する基礎的研究, 土論集, 第274号, 1978.
- 7) Sigalla, A.; Measurement of skin friction in a plane turbulent wall jet, J. R. Aeronaut. soc. 62, 1958.