

滑面上の流水蛇行

Stream Meanders on a Smooth Surface

金沢工業大学 正員 中川 武夫

金沢工業大学 学生員 喜多 吉隆

1. はじめに

蛇行素因に関しては長い間にわたり多くの研究者により精力的な研究が続けられてきたが未だに未知のままである。ところで、蛇行現象は流路境界が砂のような侵食性の材料から成り立っているか否かについては無関係に起こるといういくつかの興味ある結果が既に報告されている。たとえば、Parker (1975) は水上、Shepherd & Schumm (1974) は岩盤上、そしてTanner (1960)、Gorycki (1973) 及びNakagawa (1982 a) は滑面上の流水蛇行現象をそれぞれ報告している。この他の流水蛇行の例としては、我々のほほを伝う涙とか窓ガラスの表面を伝い落ちる雨滴の軌跡などもあげられよう。

傾斜滑面上の流れは重力により駆動され、この流水表面の下部は滑面と接し、上方の残りの部分は空気とその境をなしている。流水と滑面との間の接触面に働くせん断応力は流水と空気との間の接触面に働くそれよりもずっと大きいので流水蛇行が流水と滑面との間の未だ明らかではない干渉機構に支配されていると考えるのが自然であろう。

本論文は滑面上の流水蛇行に関する理論的かつ実験的研究である。理論解析は対象とした滑面上の流水蛇行現象の物理機構が未だ十分に明らかではないので次元解析法を用いた。一方、実験は滑面上の流水内の流れの可視化、流水断面形状の測定及び流水の蛇行率（流水長／滑斜面長）の測定から成り立っている。また、本研究から得られた結果を基礎に滑面上の流水蛇行素因及びその形成機構について考察を加えた。

2. 次元解析

滑面上の流水蛇行に関する一般的かつ厳密な理論解析は現状では難しい。このために、この現象を解明するための実験計画あるいは実験値の処理の際に有用な無次元パラメータを見つける目的で次元解析を行った。

まず、滑面上の流水蛇行現象に関して、次のような関数関係があるものと仮定する。

$$f(\lambda, M, V, g, \rho, \sigma, \mu, \tau) = 0, \quad (1)$$

ここで、 $\lambda=[L]$ は流水長、 $M=[L]$ は滑斜面長、 $V=[LT^{-1}]$ は平均流速、 $g=[LT^{-2}]$ は重力加速度、 $\rho=[ML^{-3}]$ は流体密度、 $\sigma=[MT^{-2}]$ は表面張力、 $\mu=[ML^{-1}T^{-1}]$ は流体の粘性係数そして $\tau=[ML^{-1}T^{-2}]$ は流水と滑面との間の接触面の単位面積当りに働くせん断応力である。バツキンガムのパイ定理によれば、(1)式のような関数関係があるときに次元解析によって求められる無次元パラメータの数はその独立変数の数8から現象に関与する質量M、時間T及び長さLの次元数3を差し引いた5となる。すなわち、蛇行率 λ/M と他の無次元パラメータとの間の関係は次元解析によって次のように求められた。

$$\lambda/M = \Phi(S_h, W_e, F_r, R_e) \quad (2)$$

ここで、 $S_h=\rho V^2/\tau$ はせん断数、 $W_e=MV^2\rho/\sigma$ はウェーバー数、 $F_r=V/\sqrt{Mg}$ はフルード数そして $R_e=MV/\nu$ はレイノルズ数である。(2)式に示した無次元パラメータ間の関係が後ほど議論されることになる。なお、データ解析においては流水、滑面そして空気の三つの異なる相が共有する接触線に働く三種類の表面張力の

うち、流水と空気との間の接触面に働く表面張力のみを考慮した。また、流水と滑面との間の接触面の単位面積当りに働くせん断応力は次の関係から求めた。

$$\tau = \rho g A \cdot \sin \theta / p, \quad (3)$$

ここで、 A は流水の断面積、 θ は滑面の傾斜角そして p は流水と滑面との間の潤辺長である。

3. 実験

本実験の目的は滑面上の流水内の流れの可視化、流水断面形状の測定及び流水の蛇行率の測定を通して滑面上の流水蛇行の物理機構を明らかにするとともに、次元解析によって求められた無次元パラメータの間の関係を明らかにすることである。

3.1 実験装置

Fig. 1に実験装置の概要図を示す。流水がその上を流れる滑面としては、長さ及び幅がそれぞれ100 cmと60 cmの亚克力板を用いた。高水槽から滑面への水の供給は内径10 mmのビニール管内を通して行なわれるが、このビニール管の出口端は図示したように滑面上端からその表面中心線に沿って20 cm下の位置に固定されている。滑面の傾斜角は0から90度の範囲内を10度間隔に変化させた。一方、流量に関しては予備実験の結果、各設定滑面傾斜角について流量が一定以上となると流水の蛇行形状の軌跡が不安定に変わることが明らかとなり、この状況下では流水の断面形状とか蛇行率の測定は困難であるので、滑面を流れる流量は0から流水の蛇行形状の軌跡が不安定な変化を開始するのに相当する流量までの間で適当な間隔となるように設定した。このように設定された、それぞれの傾斜角と流量の組合せごとに流水の蛇行率の測定が行なわれた。滑面の傾斜角は分度器で測定し、流量はメスシリンダーに1,000 cm³の水がたまるまでに要する時間をストップ・ウォッチで測定することによりこれを求めた。

滑面上の流水内の流体粒子の挙動が二種類の染料溶液（ローダミンBとメチレンブルー）により可視化された。各染料溶液はビニール管の出口から下流10 cmの流水断面内に左右に並んで滑面に対して垂直に保持された二本の注射針（長さ25 mm、外径0.55 mm、内径0.30 mm）先端からそれぞれ滑面付近の流れの中へ流出された。このようにして可視化された流水内の流体粒子の挙動の写真撮影を行なった。流水の各断面形状は滑面に対し垂直に保持された直径0.1 mmの細い針を用いて、滑面の最大傾斜線方向と流水の幅方向へそれぞれ5 mmと1 mm間隔で測定された。

なお、ビニール管内の流れのレイノルズ数はここでの全実験ケースについて650以下の臨界レイノルズ数より小さい範囲に限定されたので、ビニール管内の流れは少くとも層流状態にあるものと考えられよう。また、予備実験の結果、流水の軌跡が滑面の湿潤部に沿う傾向があることが明らかとなったので、各実験ケース終了後に吸湿性の紙でていねいに滑面をふき取ったのち、次の実験ケースに移るまでに約30分程度の時間をかけて滑面の自然乾燥を図った。

3.2 実験結果

Fig. 2は滑めらかな亚克力板上に形成された安定な流水蛇行の形状の一例を示す。この写真から、安定な流水蛇行が形成される場合には蛇行の軸方向が滑面の最大傾斜線方向とほぼ一致していること、蛇行長及び蛇行幅がほぼ等しい形状のくり返しとなっていること等がわかるであろう。Fig. 3は安定な流水蛇行が滑面上に形成されている状況下で、ビニール管の出口直後の流水内の流体粒子の挙動を二種類の染料により可視化した写真である。流下方向に向って左側の注射針先端からは赤色のローダミンB溶液が、一方右側の注射針先端からは青色のメチレンブルー溶液を流出させることによってこれらの流出点下流の流体粒子の挙動が可視化されている。この写真からまず明らかなことは流水内にはらせん流が存在していることである。すなわち、このらせん流は、注射針の直後では滑面付近の深い位置を流下方向に向って右方へそれていくが最初のわん曲部付近に達すると今度は流水の表面付近を経て左方へ方向を変えている。なお、注射針

直後のそれぞれの染料により可視化されたストリーク線が互いに平行な軌跡となっている事実はビニール管出口直後の流れが層流状態にあること及びこれより下流のわん曲部に認められるらせん流が流水と滑面との間の干渉作用により誘導された二次流であることを示唆している。但し、滑面の傾斜角には依存するが、流量が一定値以上となると Figs. 2 及び 3 に示したような安定な流水蛇行は滑面上に形成されず、たえずその流路を変える不安定な流水蛇行となるのに対して、流量が一定値以下となると流水の平面形状がほぼ直線となる。

Fig. 4 は前述のようにして測定された安定な流水蛇行の滑面上に投影された流水の平面形状及び各断面形状を示す。図中、一点鎖線と破線はそれぞれ流水の中心軸と各流水断面最深部の位置の軌跡をそれぞれ示している。この図から、流水中心軸の軌跡と各流水断面最深部の位置の軌跡は一致しないで、後者の軌跡が前者のそれを各流水わん曲部で斜めに交互に横切っていることがわかる。

Fig. 5 は蛇行率 λ/M とせん断数 S_h をそれぞれ縦軸と横軸にプロットしたものである。この図の範囲は便宜的に安定、不安定及び遷移の三つの異なった領域に分けられた。ここで、安定領域と不安定領域とはそれぞれ滑面上で安定、不安定な流水蛇行が形成される領域を意味し、遷移領域とは安定な流水蛇行と不安定なそれとが混在している領域を意味している。Fig. 5 の安定領域内においては蛇行率はせん断数の増加に伴って増加する傾向がある。ちなみに、この領域内での両者の間の相関係数は 0.58 である。また、せん断数が 10 から 70 の範囲内では蛇行率は比較的広い範囲の値を取りうる。たとえば $S_h = 20$ の時に蛇行率の取りうる値の範囲は、1.0 から 2.1 の間である。Fig. 5 と同様に、Figs. 6、7 そして 8 には縦軸に蛇行率 λ/M 、横軸にはそれぞれ、ウェーバー数 We 、フルード数 Fr そしてレイノルズ数 Re がプロットされている。Figs. 6、7 そして 8 に示めされた無次元パラメーターの間の関係の一般的傾向は Fig. 5 に示めされたそれと類似している。すなわち、安定領域においては蛇行率はウェーバー数、フルード数あるいはレイノルズ数の増加に伴って増加する傾向がある。ちなみに、Figs. 6、7 そして 8 の各安定領域内における $\lambda/M-We$ 、 $\lambda/M-Fr$ そして $\lambda/M-Re$ の相関係数の値はそれぞれ 0.64、0.56 そして 0.55 である。なお、Figs. 5 - 8 内に破線で示めされた各領域の境界線は図の解釈の便宜のために描かれたものにすぎない。

4. 議論

本章では、前章までに明らかとなった知見を基礎として、滑面上の流水蛇行要因及びその形成機構に関して考察を加えることにする。

著者らは滑面上の流水蛇行は基本的には流水と滑面との間の潤辺に働くせん断応力、流体粒子に働く重力作用そして流水、滑面及び空気との三つの異なる相が共有する二本の接触線に働く表面張力の三つの力の間の以下に述べるような相互作用によって引き起こされるものと考えている。まず、Fig. 9 に流水と滑面との間の潤辺におけるせん断応力の分布を示す (Nakagawa 1982b)。この分布から、潤辺付近で、かつ流水の中心軸付近を流れる流体粒子が受ける抗力の方が潤辺付近でかつ流水の側端付近を流れる流体粒子が受けるそれよりも大きいことが予想される。このため、流水の中心軸付近を流れる流体粒子は左右いずれかの流水側端方向へそれることになるが、これに伴って流水断面はこれらの流体粒子がそれた側に最深部をもつように変形することになる。流体断面がこのように左右非対称な形状になるのに伴って、流水、滑面そして空気の三つの異なる相が共有する流水の左右側端に沿う二本の接触線に働く表面張力に不均衡が生じることになる。また、上述のようにして左右非対称な流水断面が形成される過程で流体粒子がそれた側の流水断面部にあるいくつかの流体粒子の位置エネルギーが増加することになるが、これらの流体粒子が得た位置エネルギーは、重力作用によりやがては運動エネルギーに変換されることになる。こうした流体粒子内のエネルギー変換過程に伴って最深部がある流水断面側からこれと反対側に向う二次流が誘導されることになる。これに伴って、流水断面は左右対称形を経て、前とは逆の側に最深部をもつように変形することになる。このようにして、流水内の流体の横方向の振動が開始するものと考えられる。但し、流水の位置が側方へ移動

するのは流水の左右側端に沿う二本の接触線に働く表面張力の合力が滑面と流水との間の潤辺に生じる抗力より大きくならなければならない。この条件が満される場合に限って、滑面上で流向を左右交互に変える流水蛇行形状が形成されることになるが、そうでない場合には、流水は直線形状のままである。

さて、以下においては上で提案された仮説の妥当性を第3章に掲げた実験結果をもとに検討することにする。Fig. 4 から、ビニール管出口から $x \approx 7.5 \text{ cm}$ までの流水平面形状がほぼ直線であり、かつこの間の各断面形状はほぼ左右対称であることが認められる。しかしながら、 $x \approx 7.5 \text{ cm}$ から流水の軌跡が流下方向に向って左方へ曲がり始め、これに伴って、この曲がり部の各流水断面の最深部の位置も流水中心軸の軌跡から左側へずれていることがわかる。たとえば、Fig. 10 には Fig. 4 に示めされた流水蛇行形状の $x = 8 \text{ cm}$ の位置における流水断面形状を示すが、この図を参照すれば流水、滑面そして空気の三つの異なる相が共有する二本の接触線に働く表面張力の合力を次のように表わすことができよう。

$$\sigma_t = (\sigma_{as})L + (\sigma_{sw})R + (\sigma_{aw})R \cos\beta - (\sigma_{as})R - (\sigma_{sw})L - (\sigma_{aw})L \cdot \cos\alpha, \quad (4)$$

ここで、 σ_{as} 、 σ_{sw} そして σ_{aw} はそれぞれ、空気-滑面、滑面-流水そして空気-滑面の間の各接触面に働く表面張力を意味する。 α と β はそれぞれ流水の左側端と右側端における接触角を示す。また、添字 $\langle R \rangle$ と $\langle L \rangle$ はそれぞれ右側端と左側端を意味する。すなわち、Fig. 4 において $x = 8.5 \text{ cm}$ の位置における流水断面がより上流部の断面と比較して流下方向に向って左側へずれたのは(4)式で表わしたような表面張力の合力 σ_t が滑面と流水との間の潤辺に生じる抗力より大きくなったことによるものと考えられる。しかしながら、このようにして、流水が左側へ移動をはじめたとしてもこの移動が際限なく続くわけではない。すなわち、Fig. 4 からわかるように $x \approx 8.0 \text{ cm}$ から $x \approx 10.5 \text{ cm}$ にかけての各流水断面形状の最深部の高さが下流へ行くに従って減少するのに伴って流水断面形状が左右対称に近づく結果、(4)式で表わされた流水を流下方向に向って左側へ移動させようとする表面張力の合力 σ_t も下流へ行くに従って徐々に減少するからである。

5. 結論

本研究を通し得られた主な知見を要約すれば次のようになる。

- (a) 滑面上の流水の蛇行率はせん断数、ウェーバー数、フルード数及びレイノルズ数に依存する。
- (b) 滑面上の流水の中心軸の軌跡と各流水断面最深部の位置の軌跡は一般に一致しないで、後者の軌跡が前者のそれを交互に横切る。
- (c) 滑面上の流水の各わん曲部にらせん流が存在する。
- (d) 滑面上の流水蛇行は流水と滑面との間の潤辺に働くせん断応力、流体粒子に働く重力作用そして流水、滑面及び空気の三つの異なる相が共有する二本の接触線に働く表面張力の三つの力の間の相互作用によって引き起こされるものであることが示唆された。

6. 参考文献

- Gorycki, M.A.(1973): Hydraulic drag:a meandering initiating mechanism. Bull. Geol. Soc. Am. 84, 175.
- Nakagawa, T.(1982a): On role of discharge in sinuosity of stream on a smooth plate. Naturwissenschaften, 69, 142.
- Nakagawa, T.(1982b): Stream meanders on a smooth surface. J. Fluid Mech.(submitted).
- Parker, G.(1975): Meandering of supraglacial melt streams. Water Res. Re. 11, 551.
- Shepherd, R. & Schumm, S.A.(1974): Experimental study of river incision. Bull. Geol. Soc. Am. 85, 257.

Tanner, W.F.(1960): Helicoidal flow, a possible cause of meandering. J. Geophys. Re. 65, 983.

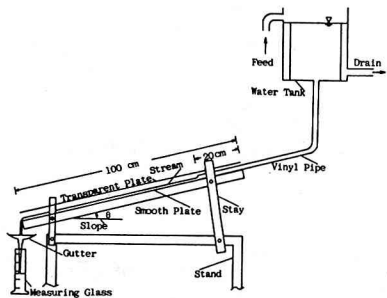


Fig.1: Schematic diagram of the experiment.

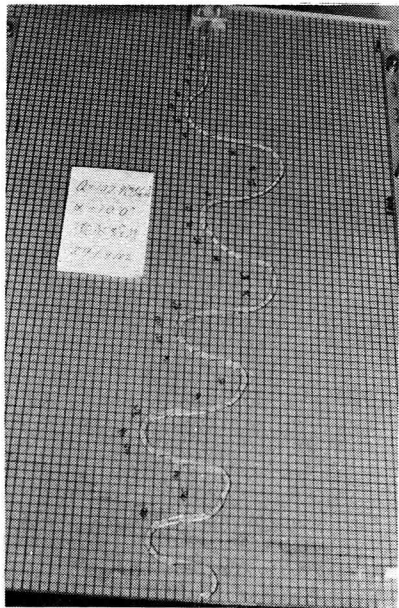


Fig.2: Stable meandering stream. Discharge=1.71 ml³/s; Surface slope=10.0°; Grid lines=1 cm unit.

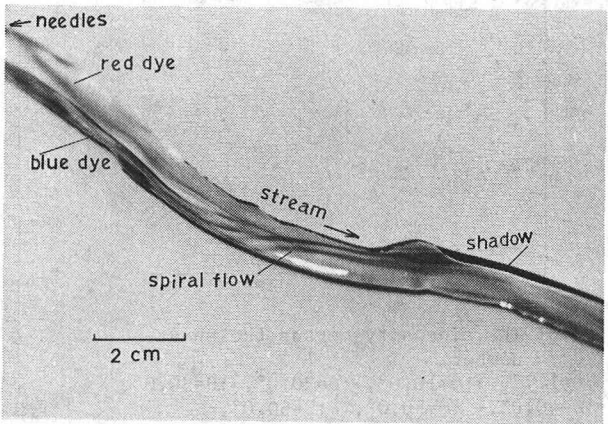


Fig.3: Spiral flow visualized with dyes in a portion of stable meandering stream. Discharge=2.67 cm³/s; Surface slope=10.0°.

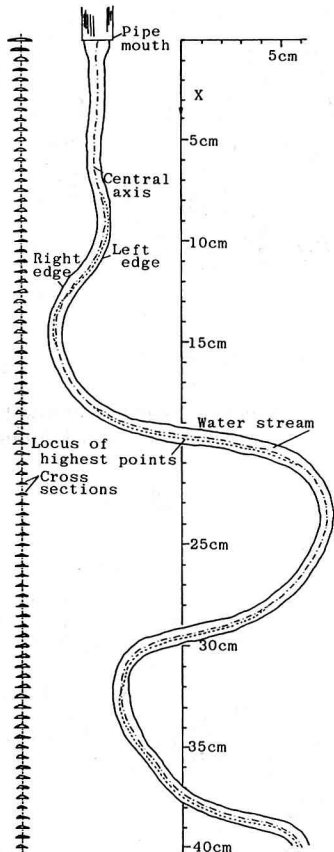


Fig.4: Cross sections of the stable meandering stream and the plan locus of the highest point of the surface. Discharge=1.71 cm³/s; Surface slope=10.0°.

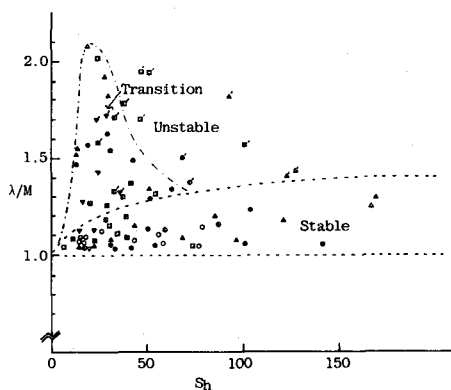


Fig.5: The sinuosity versus the shear number.

○: $\theta=1.7^\circ$, ●: $\theta=10.0^\circ$, △: $\theta=20.0^\circ$, ▲: $\theta=30.0^\circ$,
 □: $\theta=40.0^\circ$, ■: $\theta=50.0^\circ$, ○: $\theta=60.0^\circ$,
 ▽: $\theta=70.0^\circ$, ▢: $\theta=80.0^\circ$.

Note each of the data with <-> denotes unstable meandering stream.

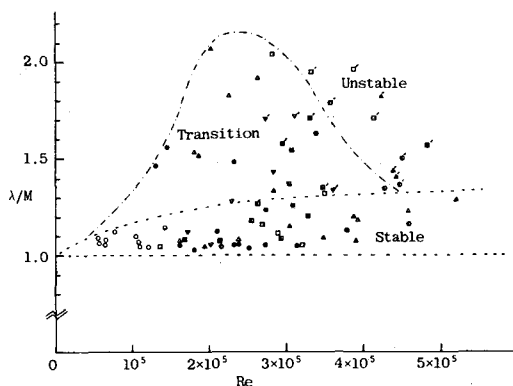


Fig.8: The sinuosity versus the Reynolds number. (See Fig.5 for legend.)

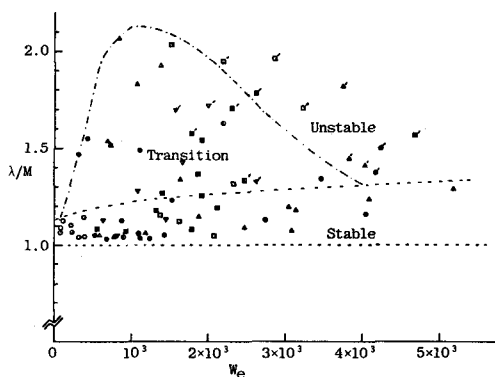


Fig.6: The sinuosity versus the Weber number. (See Fig.5 for legend.).

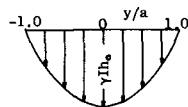


Fig.9: Theoretical shear stress distribution at the wetted perimeter of the stream on the smooth surface. (After Nakagawa 1982b).

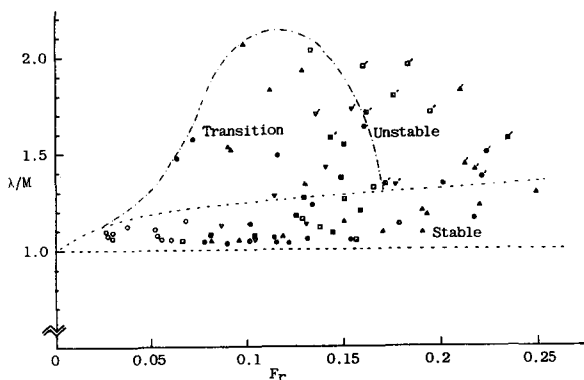


Fig.7: The sinuosity versus the Froude number. (See Fig.5 for legend.).

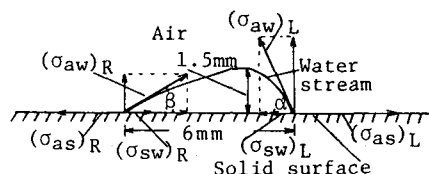


Fig.10: The cross section of the stable meandering stream at $x=8.5$ cm. See Fig.4 also.