

ダム破壊流れの二次元数値解析 Numerical Computations for Two-dimensional Inundation of Rapidly Varied Flows due to Breaking of Dams

秋田大学 土木工学科 正員 松 富 英 夫

1. まえがき

日本でのダム破壊例は一例あるにすぎないが、¹⁾それに類似した天然ダムの破壊例はかなり多くある²⁾その中には大水害をもたらしたものもある。ましてや、今日のように土地利用が進んでくると、これ等の事故の頻度はもとより、昔では水害にならなかったものでも大水害となる可能性が高まっており、この種の水害は緊要な問題であると言える。

従来よりこの問題に関する研究は数多く行なわれている。そして、浸水域の推定の問題に関しては主に数値解析法が用いられてきており、事例研究もある³⁾しかしながら、それ等の多くは一次元解析に限られている。ところが、実際のこの種の水害の流れは峡谷内でも二次元的であり、峡谷から人口の密集した平地へ流れ出たりする場合もある。特に、峡谷から平地へ氾濫する場合はその流れの方向性が問題となる。よって、多くの場合はどうしても二次元解析が必要であり、その数値解析法の確立は重要であると思われる。

そこで、本研究はダム破壊などによるドライ・ベッド上の急変不定流の二次元数値解析法を提案し、事例研究によりその計算法の有効性を検討するものである。尚、本研究の計算法は河川堤防の欠壊による流れにも適用できることを目的としている。

2. 計算方法

2-1 基本式

本研究の計算の基本方程式として次式に示す浅水理論を用いることにする。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P^2}{h} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{PQ}{h} \right) + gh \frac{\partial h}{\partial x} = -i_{0x} gh - f_{0x} \frac{P\sqrt{P^2+Q^2}}{h^2} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{PQ}{h} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q^2}{h} \right) + gh \frac{\partial h}{\partial y} = -i_{0y} gh - f_{0y} \frac{Q\sqrt{P^2+Q^2}}{h^2} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 x, y : 水平直角座標、 t : 時間、 h : 全水深、 P : x 方向の単位幅流量、 Q : y 方向の単位幅流量、 g : 重力加速度、 i_{0x}, i_{0y} : 各々 x, y 方向の水底勾配、 f_{0x}, f_{0y} : 各々 x, y 方向の抵抗係数。本研究では便宜的に f_{0x}, f_{0y} として一率に 0.02 を与えて計算を行なうことにする。

2-2 基本式の差分

差分法として、本研究では二次元計算が比較的簡単な leap-frog 法を採用する。ただし、移流項は x 方向に対しては P 、 y 方向に対しては Q に着目して、その P と Q の正・負に応じて各々後退差分と前進差分の使い分けを行う⁴⁾ また、抵抗項は平方根外の P と Q を陰的に表現する⁵⁾ 各水理量の計算点の互いの位置関係を図-1 に示す。

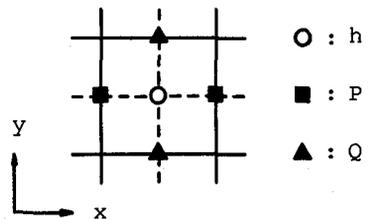


図-1 計算点の位置関係

3. 境界条件

3-1 先端条件

(1) 進行時

leap-frog 法においては流量計算点に $\frac{1}{2}\Delta x$ (または Δy) 先んじて常に最先端の水深が計算される。ここで、 Δx 、 Δy は各々 x 、 y 方向の数値計算に関する空間差分間隔である。そして、その水深計算点より $\frac{1}{2}\Delta x$ (または Δy) 先んじた点の流量が計算されなければ水の流れは進行しない。そこで、本研究では先ず次式により流れ先端位置を予測する。

$$L_j = \frac{gH_j}{\dot{a}_j + i_j g} - f_j g \left(\frac{\dot{a}_j}{\dot{a}_j + i_j g} \right)^2 \ln \left(1 + \frac{\ddot{a}_j + i_j g}{f_j \dot{a}_j^2} H_j \right) \dots\dots\dots (4)$$

f_j = 先端部の不定流に関する抵抗則

ここで、添字 j は各水平直角座標 x 、 y 方向の水深点最近部の流量計算点を示し、 L はその点から波先端までの水平距離、 H はその点での水深、 i は底勾配、 \dot{a} は先端の移動速度そして \ddot{a} は先端の移動加速度である。ただし、 i_j 、 \dot{a}_j 、 \ddot{a}_j は各々次式で評価する。

$$i_j = \begin{bmatrix} i_x \\ i_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \{ (i_{0x})_x + (i_{0x})_{x+\Delta x} \} \\ \frac{1}{2} \{ (i_{0y})_y + (i_{0y})_{y+\Delta y} \} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (5)$$

$$\dot{a}_j = \begin{bmatrix} \dot{a}_x \\ \dot{a}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{P_x}{H_x} \\ \frac{Q_y}{H_y} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (6)$$

$$\ddot{a}_j = \begin{bmatrix} \ddot{a}_x \\ \ddot{a}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{H_x} \left(\frac{\partial P}{\partial t} \right)_x + \frac{P_x}{H_x^2} \left\{ \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)_x + \left(\frac{\partial Q}{\partial y} \right)_x \right\} \\ \frac{1}{H_y} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} \right)_y + \frac{Q_y}{H_y^2} \left\{ \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)_y + \left(\frac{\partial Q}{\partial y} \right)_y \right\} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (7)$$

ここで、添字 $x + \Delta x$ 、 $y + \Delta y$ は各々上で定義した $j = (x, y)$ 点から Δx 、 Δy 先んじた点を示し、(7)式の偏微分は leap-frog 法に従って評価される。そして、その予測された先端位置が $\frac{1}{2}\Delta x$ (または Δy) 先んじた流量計算点を越えていればその点の流量を次式で計算する。越えていなければ流量計算を行なわない。

$$\left. \begin{aligned} P_{x+\Delta x} &= a_x \cdot H_{x+\Delta x} \\ Q_{y+\Delta y} &= a_y \cdot H_{y+\Delta y} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 $H_{x+\Delta x}$ と $H_{y+\Delta y}$ は(4)式より計算する。このようにして計算される流量は実際に計算して求めるべき時点より $\frac{1}{2}\Delta t$ 遅れている。ここで、 Δt は数値計算に関する時間差分間隔である。これで、leap-frog 法の特性により流れ先端は進行可能となる。

しかし、(4)式の式から予想されるように、複雑な任意地形に対しては対数の真数が負になりうる。この場合にはこの式の第一近似である次式を用いて L_j を評価することにする。

$$L_j = \frac{1}{2} \frac{gH_j^2}{f_j \dot{a}_j^2} \dots\dots\dots (9)$$

(9)式はいわゆる Sakkas 等⁷⁾の先端条件である。異なるところは本研究では f_j が時間的に変化する。

(2) 後退時

複雑な二次元場の計算においては流れ先端が後退する場合もある。たとえば、湾曲部においては、初め流水は対向する側壁を駆け登り、後に後退するなどはその例である。この場合の先端条件として本研究では便宜的に次式に示す形状的条件を用いることにする。

$$\left. \begin{aligned} P_x &= 0 \text{ (for } h_{x+\frac{1}{2}\Delta x} \leq 0 \text{) and } h_{x+\frac{1}{2}\Delta x} = 0 \\ Q_y &= 0 \text{ (for } h_{y+\frac{1}{2}\Delta y} \leq 0 \text{) and } h_{y+\frac{1}{2}\Delta y} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 $h_{x+\frac{1}{2}\Delta x}$ 、 $h_{y+\frac{1}{2}\Delta y}$ は各々 x 、 y 方向の最先端部の水深計算点の水深を示す。これは水深計算点に実

際の地盤高を与えて、斜面を水平な階段状に近似したことになる。これに類似な形状的な考え方による先端条件の提案は岩崎等⁸⁾によりすでに津波の遡上計算でなされている。ところで、後退時にはPとQの計算において移流項の差分点が陸上にはみ出る場合がある。この場合には、移流項を無視して計算する。

3-2 流入条件

特に事例研究においては流入条件は重要である。それにより浸水高、河道内伝播波形や速度が大きく左右される。しかしながら、過去の日本のダムや天然ダムの破壊形態、破壊形状やその大きさは未知である。この調査は今後の課題である。よって、現段階では事例研究に対して正確な流入条件を与えることはできない。そこで、本研究では最も危険な場合を想定することにして次式で与えることにする⁹⁾これは瞬間的にダムが破壊したとするものである。ただし、まだ決壊幅Bやこの条件の経続時間等が問題として残っている。

$$\left. \begin{aligned} h &= \frac{4}{9} h_0 \\ P &= \frac{8}{27} h_0 \sqrt{gh_0} \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \\ Q &= \frac{8}{27} h_0 \sqrt{gh_0} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 h_0 はダム地点での初期貯留水深、 θ はダム堤のx軸となす角である。

4 犀川堰止決壊洪水の計算とその結果の考察

先ず、事例研究を行うに先だって問題になるのは本研究の先端条件の妥当性の問題である。進行時に対するそれは f_j を時間的に変化させることでほぼ妥当であることを確認している¹⁰⁾後退時に対するそれはまだ未検討である。しかし、岩崎等¹¹⁾は津波に対してではあるが形状の条件が非常に有効であることをすでに確認している。

本研究の事例研究として善光寺地震(1847年)による犀川堰止決壊洪水をとりあげる。これは記録に残る天然ダムの決壊事故としては日本最大のものである。

この洪水の氾濫域の一部の地形と座標系を図-2に示す。天然ダムは安庭のすぐ上流のP₁に形成されていた。少し下流のP₂点にも小さな天然ダムが形成されていたと記録にあるが、本研究ではそれを無視した。支川の一つである土尻川も堰止められていたとあるのでドライ・ベッドとして計算することにした。また、土尻川は犀川との合流点より500m上流で急勾配河川となつた。決壊条件は初期貯留水深 $h_0=56.25m$ 、決壊幅 $B=150m$ 、矩形の決壊断面形状、瞬間的に破壊してx軸に直角($\theta=0^\circ$)に流入するとした。初期条件はダム破壊後の非常に短い間はRitterの解が成立するとして与えた。計算条件はC.F.L条件を満足させるべく $\Delta x = \Delta y = 50m$ 、 $\Delta t = 1s$ とした。また、抵抗則としては便宜的に定常流の次式をx、yの両方向に用いることにした。本研究対象地域の底条件に対する非定常のそれは今後の課題である。

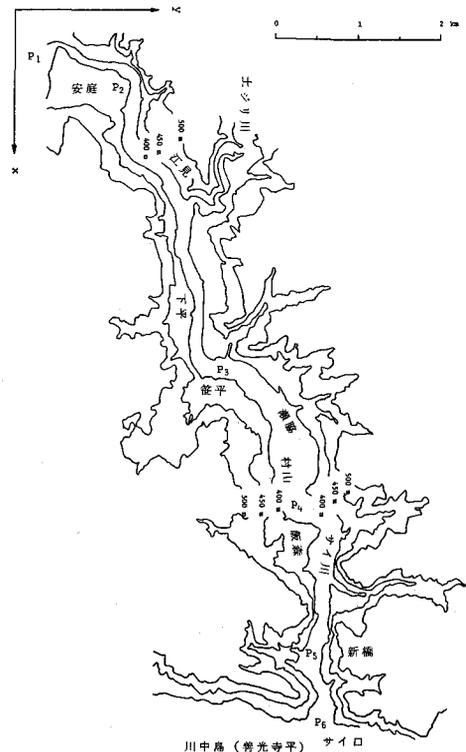


図-2 計算対象領域と座標系

$$f_j = \left[5.75 \log_{10} \left(\frac{H_j}{k_s} \right) + 6.0 \right]^{-2} \dots\dots\dots (12)$$

ここで k_s は砂粒相当粗度で $0.2m$ として計算を行った。ただし、 $f_j > 1.0$ のときは $f_j = 1.0$ となるよう

$t = 500 \text{ s.}$

$t = 1000 \text{ s.}$

$t = 1550 \text{ s.}$

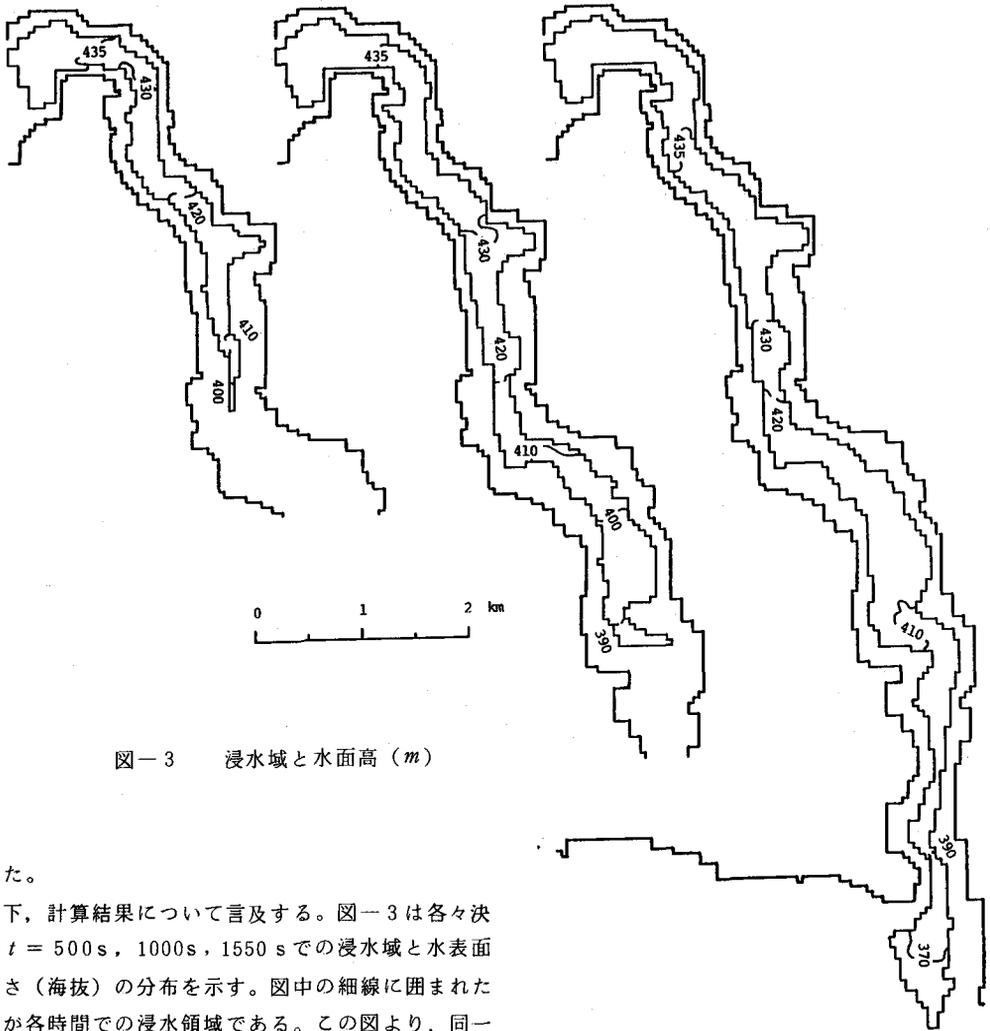


図-3 浸水域と水面高 (m)

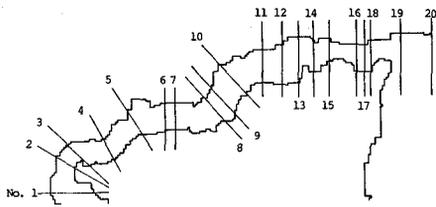
にした。

以下、計算結果について言及する。図-3は各々決壊後 $t = 500 \text{ s}$, 1000 s , 1550 s での浸水域と水表面の高さ(海拔)の分布を示す。図中の細線に囲まれた領域が各時間での浸水域である。この図より、同一横断面において時間の経過とともに浸水幅が増加して

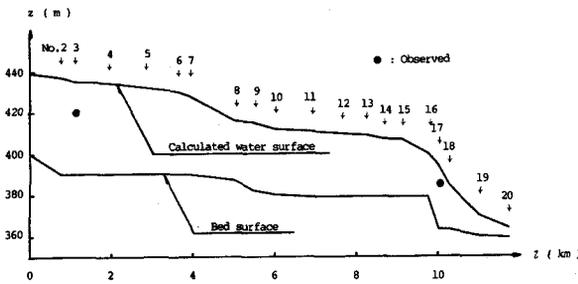
いく様子がよく判る。また、過去の記録通り 犀口へ流れ出た洪水が犀川の河道ばかりでなく善光寺平へも拡散していく様子がよく現われている。しかしながら、計算から得られる伝播速度は過去の記録から推定されるそれよりもかなり速い。察するに、記録の信頼性の問題もあるが、これは流入条件、決壊幅や地形条件等の不備が主たる原因と考えられる。

図-5は河床高とダム決壊後 $t = 1550 \text{ s}$ での水位の空間分布を示す。ただし、河床高は図-4に示す各横断面の中で最も低い地点を、水位はその点での水深を、そして水平距離 l はその点間の直線距離を示す。よって、この図は必ずしも実際の流況を直接示しているとは言えないが大よそのことは判る。また、同図中には記録に残っている浸水高が黒丸印で示されている。計算と記録との差はかなり大きい。このことから、計算における流入条件が不備であることが伺われる。

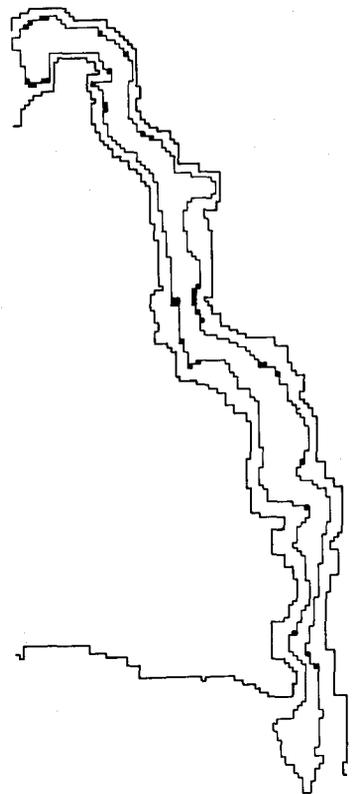
図-6はダム決壊後 $t = 1550 \text{ s}$ までに一度でも浸水した地域を示す。すなわち、最大浸水地域である。図-3に示す丁度 $t = 1550 \text{ s}$ の時の浸水域との差は図中で黒く塗りつぶされた部分である。この多くの部分は



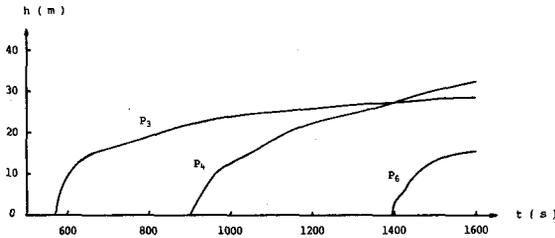
図一四 横断面位置



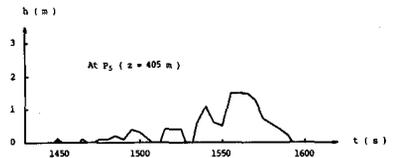
図一五 地盤高と水位の空間分布 ($t = 1550$ s)



図一六 最大浸水域
($t = 1550$ sまで)



図一八 水位の時間変化



図一七 浸水履歴

流れ先端が湾曲部等で対向する斜面を異常に高くかけ登って一

時的に浸水した地域である。このような地域が存在したことは記録にも残っている。このように、実際のダム破壊流れの問題においては、このような地域を推定するためにも、平地ばかりでなく河道部においても二次元解析が必要であることが判る。図一七は点 P_2 の新橋付近の地盤高 $z = 405$ m地点(付近の河道での最低地盤高 $z = 379$ m, $t = 1550$ sの時の付近の平均水面高 $z = 397$ m)での浸水履歴に関する計算結果である。このように、高所にある地域でも河道に対する位置により、短時間ではあるが浸水したりする可能性があることが判る。

図一八は流心部三地点 P_3 , P_4 , P_6 での水位の時間的変化に関する計算結果を示す。記録によれば、 P_6 点の犀口での流れ先端部は三つの波峰を有していたとある。しかし、計算結果にはその様子が見られない。その主な理由として次の三つが考えられる。その一つは流入条件の問題である。ダムの破壊形態やダム貯水池の平面形状によっては、流入条件が波状を呈することもありうる。二つ目は地形条件の問題である。本計算では P_2 点に形成されていた天然ダムを無視する等地形を単純化している。三つ目は基本式の問題である。本研

究の基本式には分散項が含まれていない。しかし、図-8は流れ先端が斜面を上下することによって生ずる擾乱で流れ先端部が分裂しないことを示している。

5 むすび

ダム破壊等によるドライ・ベッド上の急変不定流の二次元数値解析法を提案し、事例研究によりその有効性を確認した。しかし、その方法には一貫性がなく残された問題も多い。たとえば、前者は先端条件で、後者は抵抗則等である。これ等は今後の課題としたい。

謝 辞

本研究を遂行するにあたり、東北大学首藤伸夫教授、秋田大学浅田 宏教授と東北大学後藤智明助手より有益なる御教示と御助言を賜わった。また、地形データの読取りや図面の整理にあたり本学卒研究生大山良夫君、鈴木一彦君と松木仁君の助力を得た。ここに記して三先生ならびに三君に深甚なる感謝の意を表する。

参考文献

- 1) 高橋 裕 編：水のはなし I，技報堂出版，pp. 120 ~ 125，1982.
- 2) 首藤伸夫・松富英夫：塞止め堤の決壊，第17回自然災害シンポジウム，pp. 253 ~ 254，1980.
- 3) たとえば，Mahmood, K. and V. Yevjevich, ed., *Unsteady Flow in Open Channels*, Vol. II, pp. 657 ~ 665, 1975, Water Resources Publications.
- 4) 伊藤 剛 編：数値計算の応用と基礎，アテネ出版，pp. 1 ~ 27, 1971.
- 5) Mahmood, K. and V. Yevjevich, ed., *Unsteady Flow in Open Channels*, Vol. I, pp. 119 ~ 121, 1975, Water Resources Publications.
- 6) 松富英夫：津波の二次元遡上計算，第29回海講論文集，pp. 85 ~ 89, 1982.
- 7) Sakkas, J. G. and T. Strelkoff: Dam-Break Flood in a Prismatic Dry Channel, *Proceedings of ASCE*, Vol. 99, No. HY 12, pp. 2195 ~ 2216, 1973.
- 8) 岩崎敏夫・真野 明：オイラー座標による二次元津波遡上の数値計算，第26回海講論文集，pp. 70 ~ 74, 1979
- 9) Stoker, J. J.: *Water Waves*, Interscience Publishers, Inc., New York, pp. 333 ~ 341, 1957.
- 10) 松富英夫：ドライ・ベッド上のダム破壊流れの数値解析，第26回水講論文集，pp. 409 ~ 416, 1982.
- 11) 岩崎敏夫・真野 明・荒井 唯・吉田行伸：引波を含む津波の一次元遡上に関する実験的研究，第29回海講論文集，pp. 80 ~ 84, 1982.