

洪水流量の実時間予測に関する検討
Study on On-Line Real-Time Predictions of Flood Runoff

山梨大学工学部 正 員 砂 田 憲 吾

1. はじめに

河川の洪水流量の実時間予測をフィルタリング理論などにより進める場合、検討すべきいくつかの点が考えられる。大きく分けると、i) 採用される流出モデルの良否、ii) 予測システムの構成方法、iii) システムノイズの設定や予測・推定誤差の提示、などが挙げられる。これらの点は当然相互に関連し合っており単純に分離して議論し難いだけに、系統的に比較され考察される必要がある。まず第1の点については、筆者はこれまでに線型非定常流出系とする場合について線型定常系とする場合との対比を行った。¹⁾その結果、系の非定常特性を考慮すると効果は小さいが着実に予測性の向上することが判った。本論文では、これに続き非線型系とする場合について調べるものである。第2の点は、降雨予測との連動、流域分割、リードタイムのとり方など、流出モデルそのものというより流量予測を支援する各種の情報の合理的な組合せや処理について検討を要すものである。本論文では、降雨の空間的分布をできるだけ考慮するための予測法について基本的な考察を行う。第3の点については、大枠の予測方式が定められたのち、予測システムのいわば“磨き上げ”の形で予測精度との関連で検討されてもよい。ここでは主に前2者に関して議論するが、いずれも単一流域（流域平均降雨）線型系とする場合との対比により進められる。

2. 採用流出モデルによる予測の比較（単一流域）

降雨に対する流出の非線型性は従来から指摘され、提案されている非線型モデルも多いが、ここでは線型モデルの数学的な自然の拡張としての非線型応答モデルで調べる。流出応答系を Volterra series の式(1)で表わすとき、直接に線型フィルターが使える。

$$Q = h_0 + \int_{-\infty}^{\infty} h_1(\tau) r(t-\tau) d\tau + \iint_{-\infty}^{\infty} h_2(\tau_1, \tau_2) r(t-\tau_1) r(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \dots \quad (1)$$

ここに、Q は流量、r は降雨、h₁、h₂ はそれぞれ線型、非線型核である。

h₀ = 0とし、第4項以下を省略し
τ を有限で打ち切れば、状態方程式
(2)に対する観測方程式(3)を得る。

$$h_{k+1} = Ah_k + u_k \quad (2)$$

$$Q_k = m_k h_k + V_k \quad (3)$$

ただし、u_k、V_k はノイズであり、

$$h_k = [h_{1,k}, h_{1,k-1}, \dots, h_{1,k-\tau}, h_{2,k,k}, \dots, h_{2,k-\tau_1,k-\tau_2}, \dots]^T$$
$$m_k = [r_k, r_{k-1}, \dots, r_{k-\tau}, r_k r_k, \dots, r_{k-\tau_1} r_{k-\tau_2}, \dots]$$

である。

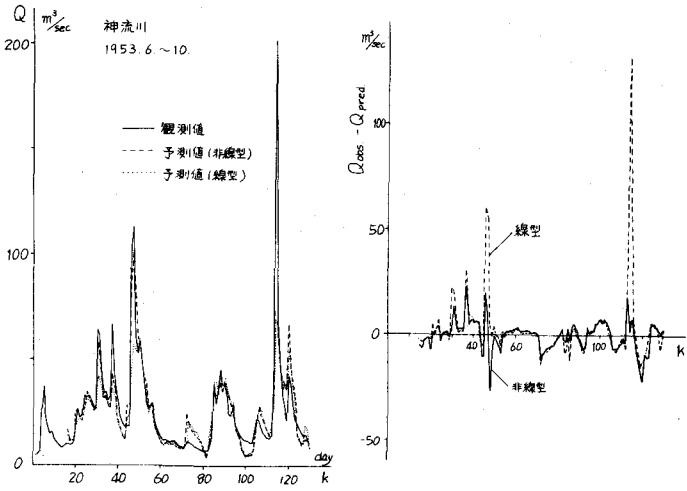


Fig.1 流量予測結果(1ステップ先) Fig.2 予測値と観測値との差

日本の河川では特に時間的な予測が必要となるが、実河川への適用では他の解析法（遅延相関法²⁾）による h_2 の比較のためと、 τ の最大が小さいまでの非線型モデルの効果の把握のために神流川日データを用いた。Fig.1 は 1 ステップ先の流量予測の結果であり、Fig.2 は観測値との差を示している。非線型モデルの場合の予測性の高いことが顕著であり、他のケースも含めて h の初期値の設定に大きく影響されることはなかった。Fig.3 は $k = 80$ ステップにおける推定された非線型核 h_2 であり、Fig.4 は遅延相関法により同定された非線型核 (K_2) である。 K_2 と推定過程にある h_2 とは遅れ τ に関する分布のパターンが若干異なるが、オーダー的にはほぼ等しくなっている。

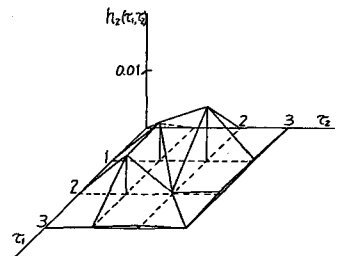


Fig.3 h_2 の推定値 ($k=80$)

なお、他の代表的なモデルとして Chow ら³⁾ の General Hydrologic System Model についても簡単に調べてみた。その基本式を変形すれば、 a_i 、 b_i をモデルパラメタ、 $(\cdot)$ を時間微分として、

$$Q = [r \quad \dot{r} \quad \ddot{r} \quad \dot{Q} \quad \ddot{Q}] [a_1 \ a_2 \ a_3 \ b_1 \ b_2 \ b_3]^T$$

のようになり、式 (2)、(3) の形式で表わされる。 $\dot{r}$ などを後進差分で近似してフィルタリング予測を試みたところ、結果は線型モデル以上に向上せず、特に初期値の設定にも大きく影響され、解析の不十分な流域への単純な適用には問題のあることが知れた。

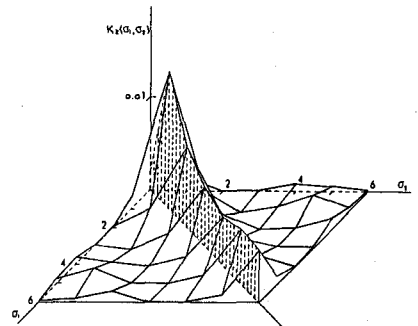


Fig.4 遅延相関法²⁾による非線型核
(神流川：1952 通年)

3. 流域分割予測システム

3. 1 流域分割とその意義

実時間洪水流量予測を効果的に進めるには、最近増設整備されつつあるレーダー雨量計などによる情報が有効で、その方向は降雨予測と結びついてより高度な予測システムを期待し得る。この場合、単一流域モデルとする立場だけでは不十分なことも考えられ、降雨の空間分布を予測システムにどのように組み込むかについて検討を要する。それには降雨分布特性に応じた面積の程度にまで流域を分割して、各分割流域からの流量の合成により予測を行うことがまず考えられるが、同時に未知の状態量も増すことになる。このときその予測は、流域規模にもよるが、「全体を単一流域として平均雨量を用いる場合に比較してどうか」である。計画論では流域分割・流量合成が explicit な形で吟味されるが、洪水時の実時間予測ではそのまま適用しにくい。基本的には、各分割流域からの流量予測を行ったのちそれらを合成追跡していく方法と、予め合成過程を含んだ形で構成して分布降雨に対する末端流量を予測する方法が考えられる。前者では各分割流域ごとに流量観測値があれば、田村ら⁴⁾の提案する Sequential フィルタなどが有力な手段となり得て、大水系の流量予測にとり入れられる可能性があるが、通常の中小流域では流量観測値の入手は困難である。本論文では降雨の空間的分布に大きな差があり、ある程度の大きさの面積（数 100 km^2 ）をもつ基準地点での流量予測を考えることにする。後述するように、本論文での検証例は神流川であり、現在の利根川の洪水予報法の例⁵⁾では分割流域の要素にすぎない。しかしレーダー雨量計メッシュが 7 km^2 程度であること、降雨セルの直径が 10 km 程度はしばしばあることから中小規模の流域での局所的な予測にも役立ち、かつ予測の構成方法はより大流域にも拡張し得るものと考えている。

3. 2 予測システムの構成

流域分割による洪水流量予測の対象として、上述のように流域中間地点で流量観測が行われない場合を考える。中間地点に流量観測値があればそれを考慮して発展的にシステムの改善が行える。

状態量に各分割流域での単位図をとることにすれば、状態方程式、観測方程式は式(2)、(3)と同形である。ただし、式(3)における $m_k h_k$ の内容は単一流域とする場合、流域分割した場合で異なる。

単一流域の場合： r を流域平均降雨として、

$$m_k h_k = [r_k, r_{k-1}, \dots, r_{k-\tau}] [h_k, h_{k-1}, \dots, h_{k-\tau}]^T \quad (4)$$

流域分割の場合：

$$m_k h_k = m_{1,k} h_{1,k} + m_{2,k} h_{2,k} + \dots + m_{i,k} h_{i,k} + \dots + m_{n,k} h_{n,k} \quad (5)$$

である。ここに、 n は流域分割数であり、 $h_{i,k}$ は k ステップでの i 番目分割流域での単位図、 $m_{i,k}$ は i 番目分割流域での降雨時系列で全体流域末端への到達時間を考慮してセットされる。

式(5)は分割流域の構成が直列、並列を問わない形式で柔軟性をもつが、問題は $m_{i,k}$ を指定する到達時間の推定にあり、流量合成の仮定により次のような方法が考えられる。

- ①. h_i の初期推定値のみに各分割流域からの到達時間を考慮する方法。— 最も単純で、流量集中に要する時間の推定値を初期値のみに与えて、以後は各分割流域への降雨を対応させてフィルタリング理論による状態量の更新を進める。(このケースに限り、 $h_{i,k}$ は i 番目分割流域降雨に対する全体流域末端基準点についての単位図をとることにする。)
- ②. 各分割流域からの流出について常に一定の到達時間を考慮して合成する方法。— 線型河道のもとで各区間ごとに到達時間を固定して設定する。
- ③. kinematic wave 法を近似的に用いて、区間、ステップごとに到達時間を推定していく方法。
— 以下の計算手順による。

kinematic wave 理論における基礎式は河道系において式(6)で表わされる。

$$\frac{1}{m \alpha^{\frac{1}{m}}} Q^{\frac{1}{m}-1} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = g \quad (6)$$

ここに、 Q は河道の流量、 g は河道単位長さ当りの横流入量、 m は抵抗則に関する定数(

Manning 則で $5/3$)、 α は S を河床こう配 B を河幅、 n を粗度係数として $\alpha = \sqrt{S}/n B^{2/3}$ 。

特性曲線は次式(7)、(8)で表わされ

$$\frac{dQ}{dx} = g \quad (7), \quad \frac{dx}{dt} = m \alpha^{\frac{1}{m}} Q^{1-\frac{1}{m}} \quad (8)$$

により洪水伝播特性が示される。

式(7)、(8)を近似的に用い、Fig.5を参照して、

$$\Delta t_n = \frac{\Delta x_n}{m \alpha^{\frac{1}{m}} Q_n^{1-\frac{1}{m}}} \quad (9)$$

$$\Delta Q_n = g \cdot \Delta x_n \quad (10)$$

Fig.5 到達時間の算定

$$Q_{n-1} = Q_n - \Delta Q_n \quad (11)$$

を得る。いま、 k ステップまでの流域末端観測流量 Q_n が与えられたとすると、その時点までで推定されている分割流域からの流出量を ΔQ_n に対応させることにより、式(9)、(10)、(11)から順次上流区間の Δx_i を定めることができ、その結果上流各分割流域から末端地点までの到達時間が求められることになる。計算では、フィルタリング理論による k ステップまでの一連の状態推定が済んだのち、別個に上式から各到達時間を求め、次の $k+1$ ステップでの対応する降雨時系列を各分割流域ごとにセットして新たな状態推定に移る。

3. 3 実河川への適用

神流川流域を対象として流域分割による予測方法を適用した。流域の分割は地形・降雨特性から Fig.6 のように分割している。降雨資料はレーダー雨量計によるものではないが密度の高い観測点のデータから、例えば Fig.7 のような空間的な分布の差が見られる。(同図では見易さのため流域1つ飛びで例示)

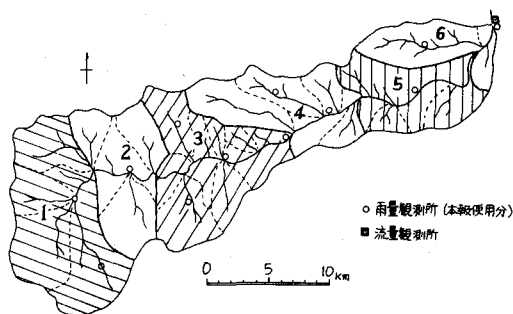


Fig.6 神流川流域の分割 ($A = 373 \text{ km}^2$)

まず、前節の方法①:初期値のみに到達時間の差を考慮する場合についての予測誤差の分散は Fig.8 のようになる。第2ステップ以後に自動的に妥当な状態推定・流量予測を期待したが、単一流域とする場合と予測の程度は変わらず、特に Fig.9 のように最遠地点分割流域も最近地点のものと遅れの点で差のなくなる不合理さも見られた。

次に方法②:常に一定の到達時間を与える場合(線型河道)と、方法③: kinematic wave 法による到達時間を与える場合(非線型河道)とについて一連の比較を行った。方法①では Rziha の式により到達時間を $0 \text{ hr} \sim 7 \text{ hr}$ 洪水期間中固定したものである。方法②では、式(9)~(11)において以下の数値を仮定した。 $n = 0.05$ 、 $m = \frac{5}{3}$ 。こう配 S は地形図より与え、河幅は推定・試算により全区間で一定 $B = 60 \text{ m}$ とした。式(2)のノイズは想定される単位図の10%程度のズレの分散としてひとまず $U_k = 0.0001$ (一定)を基準とした。

Fig.10 は1953年出水についての1時間先流量予測の方法②,③の場合、流域分割しない場合の結果である。Fig.11、Fig.12 はそれぞれ予測誤差とその分散である。これらの結果によれば、流域分割による予測への効果はみられるが、②・③の流量合成方法に差がない。

一方、降雨強度の比較的強い1959年のデータについて予測を比較したものが Fig.13 であり、その予測誤差の分散は Fig.14 に示されている。結果の差は顕著で、流域分割による場合、とりわけ到達時間を近似的にせよ kinematic wave 法で考慮することの有効性を検証しており、その効果は非線型性の強い大出水時に大きいものと考えられる。

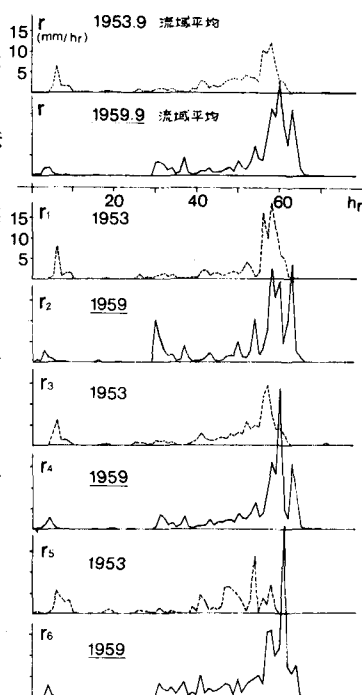


Fig.7 降雨空間分布の例

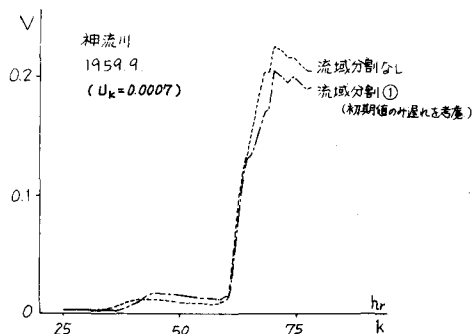


Fig.8 予測誤差の分散

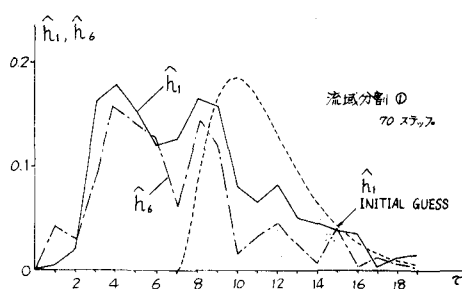


Fig.9 単位図推定結果 (No.1、No.6 分割流域)

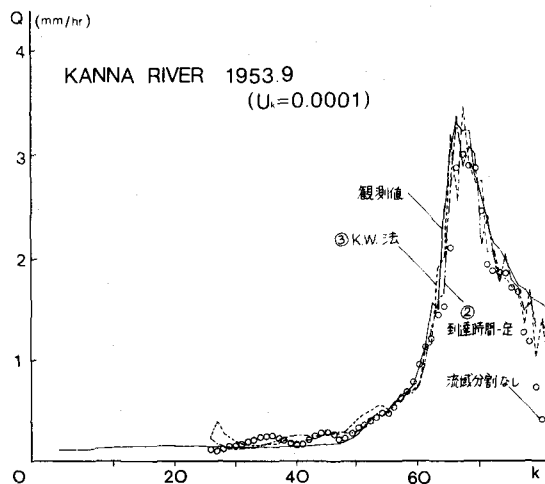


Fig. 10 流量予測結果 (1時間先)

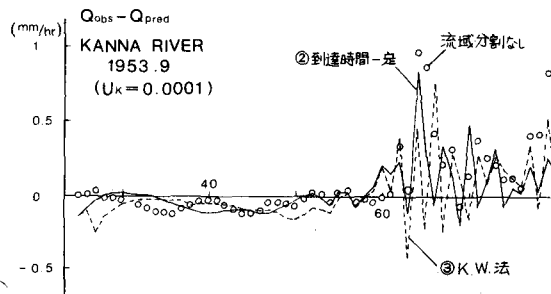


Fig. 11 予測値と観測値との差

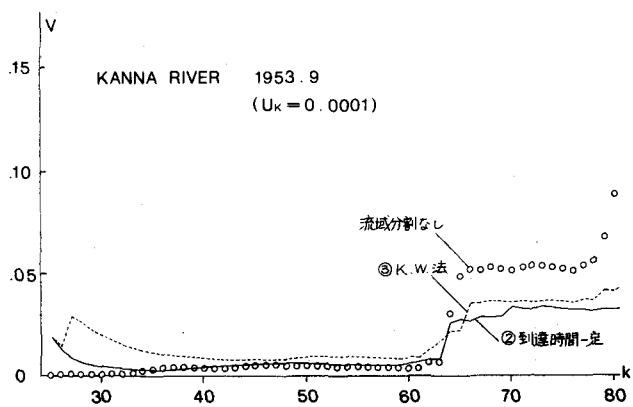


Fig. 12 予測誤差の分散

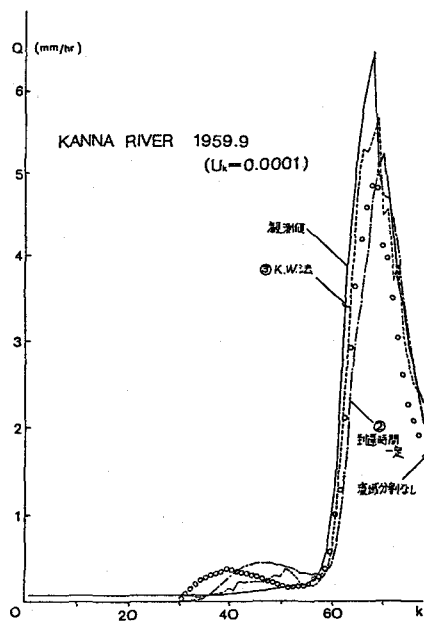


Fig. 13 流量予測結果 (1時間先)

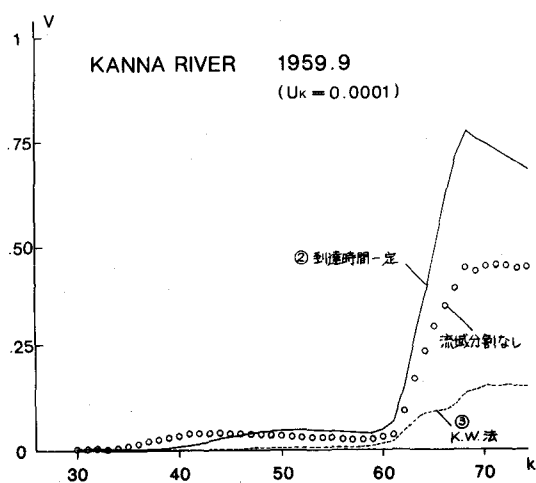


Fig. 14 予測誤差の分散

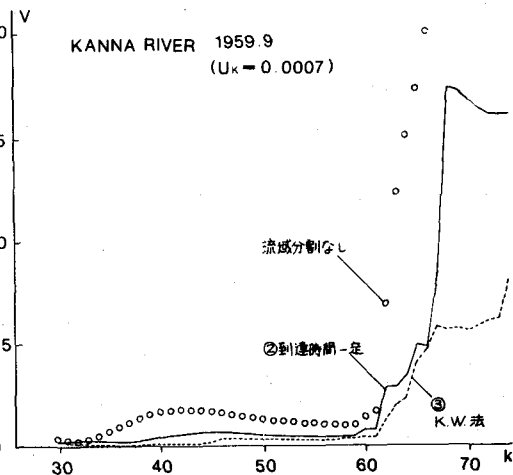


Fig. 15 予測誤差の分散

Fig. 15 はノイズのレベルを上げてみた場合の予測誤差の分散である。Fig. 14、Fig. 15 の結果から河道流量合成に関する仮定が流域分割予測システムに反映されていることが判り、非線型河道のもとでは状態推定もより妥当に進められているようである。この点について、最遠地点 №1 流域に対応する流量ピーク付近のステップでの状態変数の推定過程を調べたのが、Fig. 16、17 である。（同図の単位図は Fig. 9 とは異なり分割流域末端についてのものである。） №1 流域の（真の）単位図は不明であるが、Fig. 17 のパターンは一般に類推される形状に近いものとなっている。単に流量予測精度だけでなく、同時に推定される状態量が物理的に合理性をもつものとなっていることが必要であり、この点からも結果はほぼ満足すべきものと考えられる。

4. おわりに

単一流域線型モデルとの比較において、非線型モデル、流域分割システムによる洪水流量予測について検討を行った。非線型応答モデルでは予測性の向上が顕著であるが、時間データの場合には変数の次元の増大に問題が残されている。一方流域分割システムでは各流域からの流出の到達時間の非線型性の導入により予測の向上が示されたが、本論文では一部に推定や仮定に基づく値が用いられた。このことは逆に、分割流域に採用するモデルや河道特性などさらに明らかにされることにより、一層高精度な予測が得られるものと期待される。大流域への拡張の場合には特に中間地点での流量観測値も得られることから、むしろ問題は緩和される面もあると考えている。

最後に、本研究は昭和 57 年度文部省科学研究費（試験研究）代表者・筆者）の補助を受けて行われたもので深く感謝致します。また、計算・資料整理に協力された佐藤吉一氏（開発技研）、中島郁史氏（日本技術開発）および大沢健二君（山梨大学生）に心から感謝の意を表わします。

参考文献

- 1) 砂田 : 非定常流出系の実時間洪水流量予測、水理講演会論文集、№ 26、PP. 373 - 378、1982. 2
- 2) 砂田・日野 : 遅延相関法による非線型流出核同定法の一般化について、水理講演会論文集、№ 24、PP. 45 - 50、1980. 2
- 3) Chow, V.T. and Kulandaiswamy, V.C. : General Hydrologic System Model, Proc. ASCE, HY6, PP. 791 - 804, 1971. 6
- 4) 田村・上野 : 直列構造をもつ分布おくれモデルの Sequential フィルタとその河川水質の状態推定への応用、計測自動制御学会論文集、Vol. 11 - 4、PP. 337 - 383、1975. 8
- 5) たとえば、木下 : 利根川洪水予報の例、第 19 回自然災害科学総合シンポジウム講演要旨集、PP. 51 - 54、1982. 11
- 6) 建設省土木研究所 : 神流川水文観測資料、土木研究所資料、№ 324、1968. 1

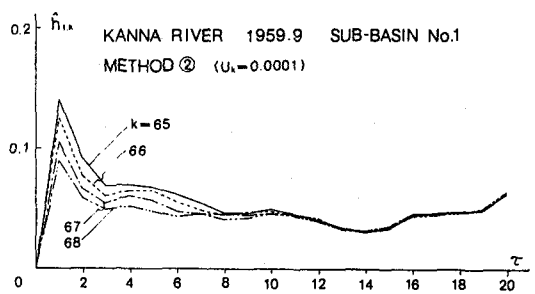


Fig. 16 単位図推定結果（②：到達時間一定）

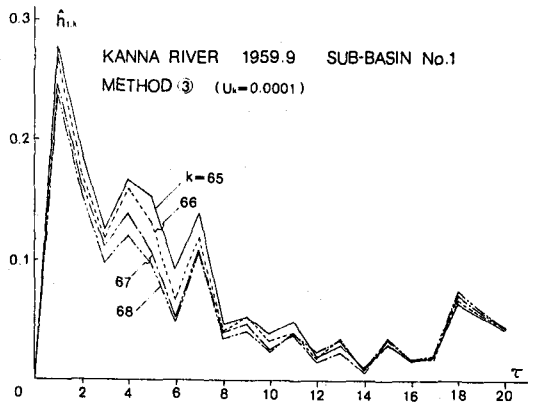


Fig. 17 単位図推定結果（③：K.W.法）