

段 落 ち 部 の 水 理

Characteristics of the free over fall

早稲田大学理工学部 学生員 ○片山 道夫

早稲田大学理工学部 学生員 田中 等

早稲田大学理工学部 正 員 吉川 秀夫

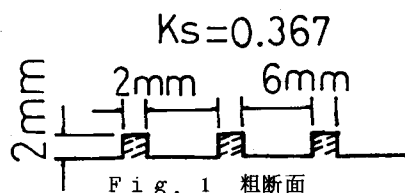
東洋大学工学部 正 員 福井 吉孝

1. はじめに

開水路において、掃流砂量の決定要素の1つである掃流力は水面形に依存している。ここで、水面形が等流状態のものであれば、 $\tau_0 = \rho g R I$ で掃流力が示されることは一般に知られてきた。しかし、流れが等流でない場合、例えば、ダム、セキ近傍のセキ上げ状の領域や、水路端よりの自由落下点の近傍では、流線の急激な曲がりが生じ、上式によって表現しえない。そこで、我々は上記の例の内、水路端よりの段落水流に着目し、模型実験を行い、その諸特性を知るとともに、流れをポテンシャル流れの領域と、粘性の領域に分けて考えることにより、底面のせん断力を決定することを試みた。

2. 実験装置

本実験は、幅40cm、長さ10mの可変勾配、矩型水路の末端に底面の静圧を測定できるようにした、幅37cmの段落部を設け、滑面、粗面2通りについて行った。粗度条件はFig 1に示す。水路端は両端をアクリル製とし、ナップ形状の写真撮影を行った。圧力、せん断力の測定には、静圧管及び、外径2mmのビトー管、外径1mmの動圧管を用い、せん断力の算定には、プレストンの⁶⁾手法を用いた。

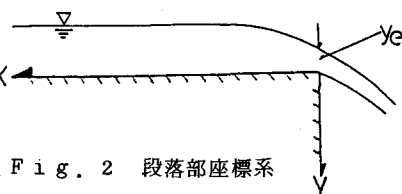


3. 諸特性

段落部の座標系をFig 2のように設定し、過去の研究と実験結果Xを対比させながら、段落水流の諸特性に対し、考察を加える。

(1) 水面形状及び圧力分布

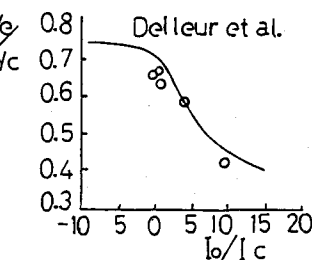
水面形状を決定する値としては、段落点の水深 y_e がある。 y_e の値としては、Rouse³⁾の $0.715 y_c$ が著名であるが、Delleur⁴⁾らは、 y_e/y_c と I_o/I_c の関係をFig 3のように示している。Fig 3には、 y_e/y_c 今回の実験値をあわせてプロットしてあるが、 y_e は、 y_c と I_o/I_c の関数として表わせることがわかる。流れは段落点通過後、自由落下を始め、ナップを形成する。ナップの形状に対しては、岩崎の近似式²⁾を参考にしたので、以下に示す。



$$\text{上側ナップ} \quad \frac{x}{H} = 1.316 \left(\frac{y}{H} + 0.467 \right)^{0.5863} \dots\dots(1)$$

$$\text{下側ナップ} \quad \frac{x}{H} = 1.309 \left(\frac{y}{H} \right)^{0.6074} \dots\dots(2)$$

$$H = \frac{3}{2} \left(\frac{\alpha g^2}{g} \right)^{1/3}$$



上式は、Hによる無次元化によって、流量の変動の影響を受けない形となっており、 $y_e = 0.724 y_c$ と決め

ている分のずれはあるものの、今回の測定値と、 $Fr < 1$ の場合に比較よく一致していた。ここで、両ナップを完全放物線落下と比較してみると、まったく異なっていることがわかる。これは、後に示すように段落点においてナップ内の静圧がゼロになっておらず、圧力勾配が存在するためであり、そのためナップの形状を解析的に決めることが困難となっているのである。そこで試みに、両ナップの法線方向に働く、重力加速度成分を除いた値を岩崎式から算出し、これを Fig 4 に示した。これは、重力落下に微小時間、法線方向加速度を加え、岩崎式と一致するような値を探し、それを順次繰返したものである。Fig 4 からわかるように、 αn は段落点で最大値をとり、その後減衰して、 $0-0'$ 点でゼロになる。これはすなわち、法線方向の圧力勾配を示すものであり、 $0-0'$ 点でナップ内の静圧がゼロになると見てよいであろう。

以上の点を考慮し、Markland⁵⁾ の Relaxation の手法を用いて、水面形状及び流線網を決定し、以後の解析に用いる。Fig 5 に、静圧分布の静水圧からのずれを、Fig 6 に縦断方向の変化を示す。Fig 6 からわかるように、静圧分布は段落点に近づくにつれやせていき、静水圧分布からはずれていくことがわかる。そして、段落点の下端の気触れ点で静圧ゼロとなり、内部は Fig 6 のような分布を示す。段落点の静圧分布に対して Rajaratnam⁴⁾ は、 $y/y_e = 0.30$ の点において、 $P/\rho y_e = 0.28$ という最大値をとるという実験値を示している。ただし、これは流れが常流の場合であり、今回の実験でも Fr 数が大きくなると、さらにやせた、ランダムな分布を示す傾向がみられた。又、Fig 6 を見るとわかるように、段落点からの距離が比較的短い点で、ほとんど静水圧とみなせる分布になっている。次に、縦断方向の底面の静圧変化を、流線網から算出された理論曲線とともに、Fig 7 に示す。底面は静圧の変化が最も激しく、せん断力の算出に最も影響する部分であるが、静圧分布に関しては、流線網がかなり忠実に表わしていることが、Fig 7 よりわかる。

(2) 流速分布

滑面における底面から 1 mm の縦断方向流速分布を流線網から算出された理論曲線とともに、Fig 8 に示す。理論曲線は大体の傾向は示しているものの、

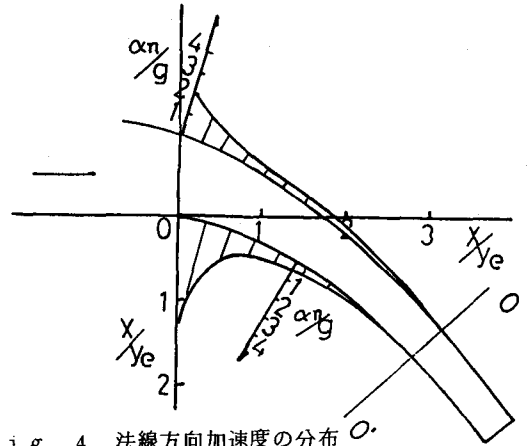


Fig. 4 法線方向加速度の分布

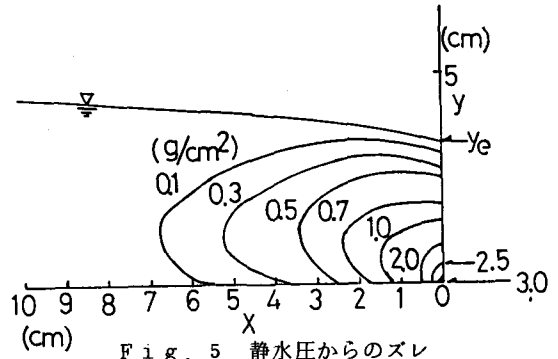


Fig. 5 静水圧からのズレ

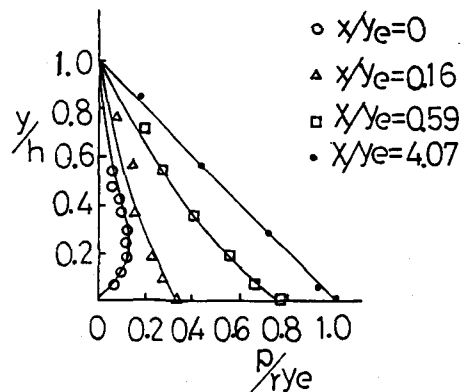


Fig. 6 静圧分布の縦断方向変化

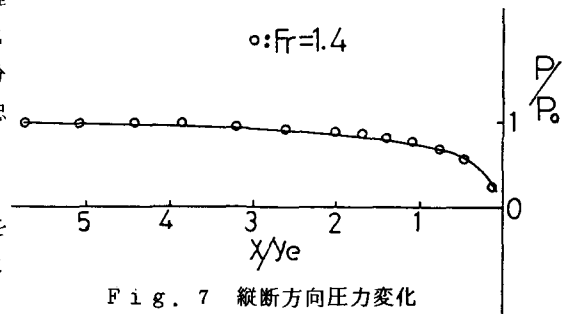


Fig. 7 縦断方向圧力変化

段落点に近づくにつれ実験値の方が大きな値を示すようになる。これは、後に述べる排除厚が段落点に近づくにつれて薄くなっていること。つまり、粘性が流れに影響を及ぼす層の厚さが変化していることに起因していると思われ、以後のせん断力の算定にはこの点を考慮しなくてはならないことを意味している。次に、 y 方向の流速分布を、対数分布則と比較する形で、Fig 9 に示す。Fig 9 を見ると、静圧分布がほとんど静水圧とみなされる、 $x/y_e = 7.63$ の点においては

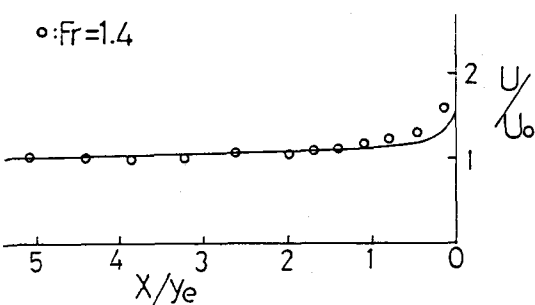


Fig. 8 縦断方向流速分布

粘性底層近傍の 0.5 mm から、水深全域にわたって対数分布則に従っていることがわかる。しかしながらこの分布は段落点に近づくにつれ、 y の値が大きい領域において、対数分布則からずれるようになる。これは、動圧測定をピトー管に頼っており、流線の曲がり角が大きい部分においては、正確な流速測定に難があるものの、ポテンシャル流れとして、実際、かなり Fig 9 に近い分布を示すものとみなせる。又 Fig 9 より、 $y < 3.0\text{ mm}$ の領域においては、

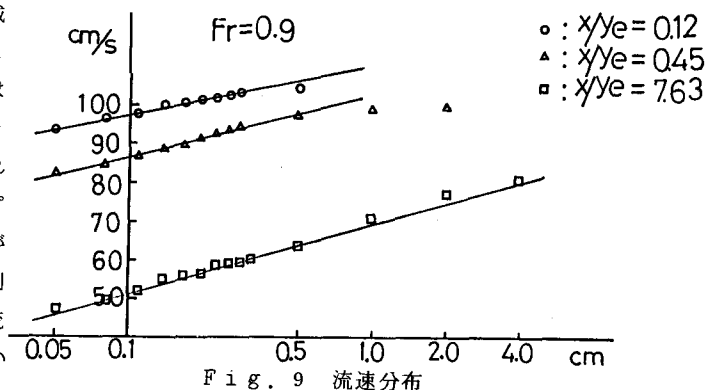


Fig. 9 流速分布

段落点近傍においても対数分布則に従っており、各定数の値を定めれば、せん断力を決定しうることがわかる。

(3) せん断力分布

縦断方向の底面せん断力の分布を Fig 10 に示す。等流部において $\tau_0 = \rho g R I$ で表わされたせん断力は段落点に近づくにつれ増大し、段落点で最大値を示す。これは、段落点近傍の洗掘現象から当然予想されたことであり、この値を一義的に定めることが、本研究の主題となっている。Fig 10 は、 $Fr = 0.4, 0.9, 1.4$ の 3 ケースについてプロットしてあるが、変化の割合は Fr 数と逆の傾向を示し、 Fr 数が大きいほど小さい。これは、 Fr 数が大きくなるほど、流線の曲がり角が小さくなるからである。ここで、流線網から得られる $d\phi/dx$ と τ の間に、

$$\tau \propto (d\phi/dx)^2 \quad \dots\dots(3)$$

の関係があるとし、これによって求まる値を理論曲線として実験値と比較したものを Fig 11 に示す。両者にはかなりよい対応関係がみられるものの、当然のことながら、Fig 8 の流速分布図と同じ傾向を示し、ここでもやはり、排除厚の変化を考慮した形の式が待たれることになる。

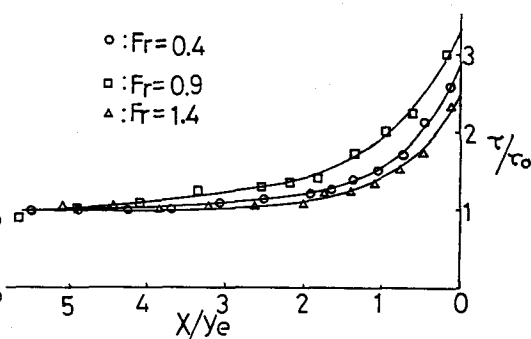


Fig. 10 底面せん断力分布

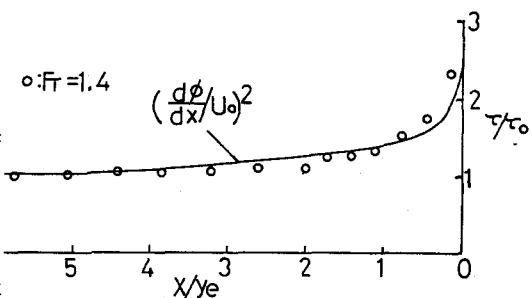


Fig. 11 底面せん断力分布

(4) 排除厚

段落水流においては、充分に発達した乱流境界層が段落点に近づくにつれて薄くなり、上側にポテンシャル流れの領域が現われるとみなすことができる。流れをポテンシャル流の領域と、粘性の領域の2つに分けて考えるためには、排除厚の算定が必要となり、排除厚の変化が、間接的に境界層の厚さの変化を示すことになる。そこで我々は、滑面、粗面、両域の流速分布から排除厚を計算し、Fig 12 にその結果を示した。

計算に際し、 U_∞ の値としては、その流速分布の最大値を用いた。Fig 12 を見ると、排除厚 δ^* は等流状態の δ_0^* から、段落点に近づくにつれて減少し、段落点ではほとんどゼロに近づいている。ここで δ_0^* は、滑面、粗面それぞれの対数分布則の式に、その時の等流水深を代入することにより計算することができる。

Fig 12 からわかるように、 δ^* は全域にわたって、滑面より粗面の方が大きい値を示している。又、滑面、粗面それぞれについて傾向をみると、 Fr 数が

大きい方が段落点付近での立ち上がり急になっている。ここで、 δ^* を一義的に定めるために、 δ^*/δ_0^* と $(U_{*0}x/\nu)Fr\delta^2$ という無次元化によって整理し、両対数グラフにプロットしてみると、Fig 13 に示すような傾向が得られた。そこで、最小自乗法によってこのプロットを直線で表わすと、4) 式の様な結果を得た。

$$\frac{\delta^*}{\delta_0^*} = 0.0054 (R_x \cdot Fr_\delta^2)^{0.542} \dots\dots 4)$$

$$R_x : \frac{U_{*0} x}{\nu}$$

Fr_δ : 等流水深から δ_0^* を除いた時の Fr 数

この無次元化は再考の必要があるが、適切なパラメータを選べば排除厚は一義的に定まることがわかった。本研究では、以後 4) 式を用いて δ^* を計算していくことにする。

4. 底面せん断力の計算

これまでのところで、段落水流の静圧、流速、せん断力等の諸特性を実験的にたしかめることができ、又流れをポテンシャル流として考えるために必要な排除厚を一義的に求めることができたことがわかった。そこで我々は、流れをポテンシャル流の領域と、粘性の領域の2つに分けて考えることにより、流線網から底面せん断力を算出する方法を考えた。

前述の様に、 y 方向の流速分布は、縦断方向各点において、底面近傍で対数分布則に従っていることがわかった。ここで、各定数が不変のものと仮定すれば、周知の様に、滑面、粗面の対数分布則は、5), 6) 式の様になる。5), 6) 式に y 及び $U(y)$ を代入すれば、 $\tau = \rho U_*^2$ の関係より、滑面、粗面それぞれのせん断力を求めることができる。これは、基本的にはプレストンの手法と同じ考えにもとづくものであり、事実、滑面の場合に 5) 式より得た値は、プレストン管によって求めた値とほとんど一致する。まったく同様に、粗面の

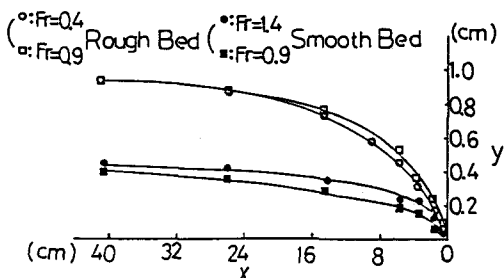


Fig. 12 排除厚(1)

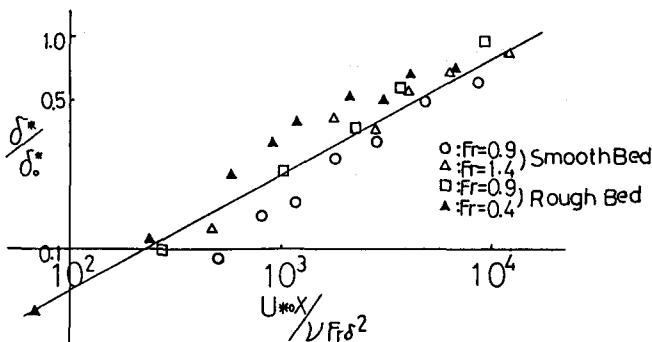


Fig. 13 排除厚(2)

場合も6)式より求めることができるはずであるので、それによって求めたせん断力の縦断方向の分布を、Fig 1 4に示す。Fig 1 0とFig 1 4を比較すると、粗面の方が、滑面よりかなり大きい値をとることが明らかである。

$$\frac{U(y)}{U_*} = 5.75 \log \frac{U_* y}{\nu} - 5.5 \quad (\text{滑面}) \quad \dots\dots 5)$$

$$\frac{U(y)}{U_*} = 5.75 \log \frac{y}{\kappa_s} + 8.5 \quad (\text{粗面}) \quad \dots\dots 6)$$

ポテンシャル流で考える場合、Fig 1 5 -①に示すように、底面を δ^* だけ底上げして考えることになる。この時、排除厚の内部に、つまり、ポテンシャル流の下に対数分布則に従う流れを設定し、それによりせん断力を計算してみた。Fig 1 5 -②に示す様に、ポテンシャル流の底面、つまり δ^* における流線網から読んだ流速を $U(\delta^*)$ とする。この値を用いてせん断力を計算するために、対数分布則の基点を、 δ' の高さまで引き上げることとする。排除厚の計算において、 U_∞ を U の最大値に定めてあるので、この場合の排除厚の定義式を7)とし、5), 6)式に代入することにより、 δ' は8), 9)式の様な形で表わせる。

$$\delta^* = \int_0^{\delta'} \left(1 - \frac{U(y)}{U(\delta^*)}\right) dy \quad \dots\dots\dots 7)$$

$$\delta' = 0.4 \delta^* \left(5.75 \log \frac{U_* \delta'}{\nu} + 5.5\right) \quad (\text{滑面}) \quad \dots\dots 8)$$

$$\delta' = 0.4 \delta^* \left(5.15 \log \frac{y}{\kappa_s} + 8.5\right) \quad (\text{粗面}) \quad \dots\dots 9)$$

つまり、 δ' とは本来の流速分布が近似的にポテンシャル流と一致したとみなせる点を意味し、排除厚の変化から逆に、この δ' を算出しようというわけである。ここで、 δ^* の変化はすでに4)式より求めることができるので、8), 9)式にその値を代入する。その後再び、 δ' と $U(\delta^*)$ を5), 6)式に代入し、 τ を決定するわけである。この様にして求めた τ を、Fig 1 6、Fig 1 7に曲線で示す。Fig 1 6は滑面。Fig 1 7は粗面の場合であり、各々、流速分布から算出した τ を実験値としてプロットしてある。ここで、次の点に注意しなくて

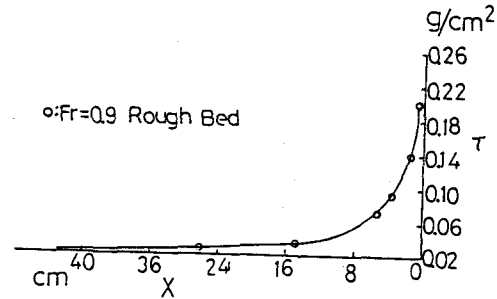


Fig. 1 4 粗面のせん断力分布

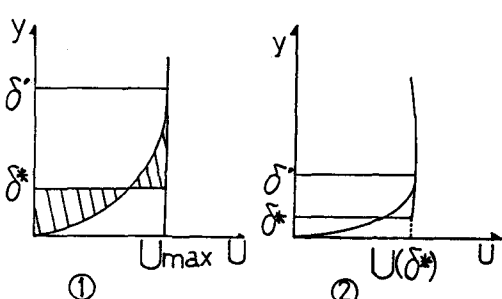


Fig. 1 5 δ' と δ^* の関係

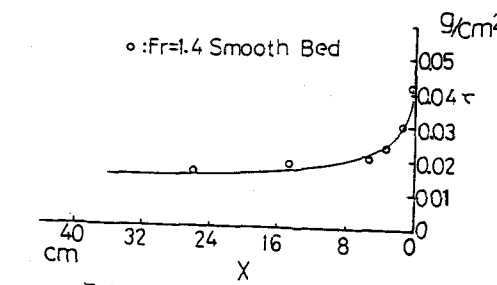


Fig. 1 6 滑面せん断力分布

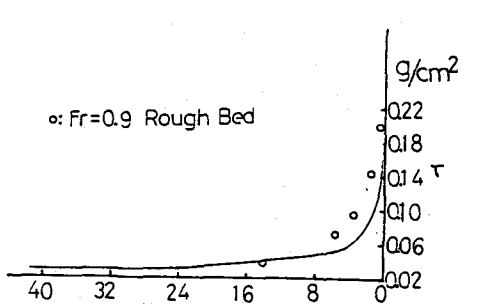


Fig. 1 7 粗面せん断力分布

はならない。水面形を決定し、流線網を描く際に、本研究では河床面をポテンシャル流の底面としたままであった。しかし、ポテンシャル流として考える以上、縦断方向全域にわたって排除厚分だけ底上げしなくてはならない。つまり、底面は平面ではなく、滑面、粗面、各々について Fig 14 の様な形状をしているわけである。特に粗面の場合は、排除厚が厚く、立ち上がりが急であるため、平面とした場合との差が大きくなる。Relaxationを用いた本研究では底面の変化を正確に表わし得なかったため、Fig 17 の流線網として Fig 16 の場合に描いた流線網と同じものを用いた。これは、両ケースの実験条件が、粗度の有無を除くと同一であったことにもよる。以上の点から、滑面の Fig 16 は比較的良好に実験値と一致しているのに対し、粗面の Fig 17 は、段落点に近づくにつれ、ずれが生じているのである。しかしながら、単にオーダーの比較のみを行った Fig 11 の場合よりも、かなり良い結果が得られている点を見ても、流線網さえ正確に描ければ、この手法はせん断力の算定に有用だと言える。

5. おわりに

段落水流の水理現象を考える際に、排除厚 δ^* を導入することにより、流れをポテンシャル流と粘性流れの2つの領域に分けて考えることができる。これにより、ポテンシャル理論から得られる流速を用いて底面せん断力を算出する手法を導き、その妥当性をたしかめることができた。

δ^* はパラメータ $R_x \cdot Fr_\delta^2$ を用いることによって一義的に定まり、このことが本研究の重要なポイントになっているが、今後さらに適確な表示ができるよう、研究を重ねていく予定である。又、水面形及び流線網の決定にも δ^* を導入することにより、さらに正確なせん断力の決定を試みる予定である。

最後に、本研究において多大な御助力を頂いた井筒庸雄、木下献一両氏に深甚なる謝意を表します。

記号説明

y_e : 段落点の水深	δ^* : 排除厚
y_c : 限界水深	δ_o^* : 等流状態の排除厚
I_o : 河床勾配	δ' : Fig 15 参照
I_c : 限界勾配	R_x : $\frac{U_{*o} X}{\nu}$
α_n : ナップの法線方向加速度	U : 流速
Fr : 等流状態のフルード数	ν : 動粘性係数
Fr_δ : 排除厚を除いた "	ρ : 密度
U_* : 摩擦速度	ϕ : 速度ポテンシャル
U_{*o} : 等流状態の摩擦速度	

参考文献

- 1) 足立昭平：人工粗度の研究 土木学会論文集 104号 (昭. 39. 4)
- 2) 岩崎敏夫：段落水流の水理現象に関する実験的考察 土木学会誌 38-6
- 3) H. Rouse : Engineering Hydraulics P 533
- 4) M. Rajaratnam : Characteristics of the free over fall
Journal of IAHR Volume 6-1968-No. 3
- 5) E. Markland : Calculation of flow at a free overfall by Relaxation Method, Proc. of the Institution of Civil Engrs, England Paper No. 686-1965
- 6) J. H. Preston : The determination of turbulent skinfriction by means of Pitot tubes J. Roy. Aero. Soc. 58. 109.