

合流点渦領域の流れに対するVortex Sheddingモデル

A Vortex Shedding Model for the Flows of Recirculation Zone at a Confluence

神戸大学工学部 正 員 神 田 徹
大成建設(株) 正 員 古 川 圭 三

1. まえがき

直線水路の流れにある角度で支流が合流するとき、支流側の側壁付近に循環流領域(本文では渦領域とよぶ)が形成されることはよく知られている。この渦領域の形状特性に関しては、cross flow中への噴流の流入として取扱ったRouse¹⁾、板倉²⁾の研究や、本流と支流の運動量フラックス比によって渦領域の形状が定まるとするMikhail³⁾の研究などがある。また、McGuirk-Rodi⁴⁾は渦領域を含む流れの流速、温度、および濃度分布を求めるために、2次元流を対象として $k-\epsilon$ 乱流モデルを用いた数値解析を行っている。

これらのいずれの取扱いでも、渦領域内では定常な循環流が存在し、したがって渦領域形状も時間的に変化しないものとされている。しかしながら、実験によればその流れは非定常で複雑な流況を呈し、渦領域の長さ(再付着点の位置)も変動することが明らかである⁵⁾。このような流れに対して本研究では2次元のvortex sheddingモデル(渦点法、または渦糸法)を適用し、実験で見られる非定常挙動の再現を試みた。vortex sheddingモデルは、物体の剥離点近傍において適当な時間間隔で非粘性ポテンシャル渦を非回転流れの中に導入し、後流の剪断層を渦点の配列で近似する方法で、本研究で取扱うような高レイノルズ数の流れに適するとされているが、従来その適用対象は主として流れの中に置かれた物体の後流に対するものである^{6)~8)}。

本研究では、まず支流出口で発生する小さい渦や渦領域内部の循環流の特性を実験的に把握した後、vortex sheddingモデルを適用してその流れをシミュレートし、水理特性を明らかにしようとするものである。

2. 水理実験による渦領域の特性

実験水路は、本流が幅40cm、長さ9m、水路床勾配1/1000で、支流は幅10cm、長さ3.5m、水路床は水平で、90°の角度で本流に合流している。流速測定には超小型可逆プロベラ式流速計を用い、水面流況はオガ屑と染料をトレーサーとして写真撮影によって調べた。

2.1 渦領域の概況

合流点下流には図-1のような渦領域が形成される。支流出口で小さい渦が発生し、出口近傍では剥離流線に沿って流れるが、流下とともにその何割かは渦領域内へまき込まれていく。一方、渦領域内部には緩やかに回転する循環流が2~3個観測され、それらは渦領域内を下流へ遅い速度で流下する。このように、渦領域内部ではRodi⁴⁾の計算などに示されるような1つの循環流(図-1(b))が定常状態で存在するのではなく、また渦領域の最大幅 Y_i と長さ L も変動する。 Y_i 、 L の時間平均値はいずれも流量比(Q_i/Q_0)の増加とともに増加し、 Y_i/L は本流と支流の運動量比に関係せずほぼ一定値(0.1前後)をとり、Mikhail³⁾の実験値ともよく対応している⁹⁾。

2.2 支流出口の渦の特性

写真-1は、支流出口において白い染料を注射針で

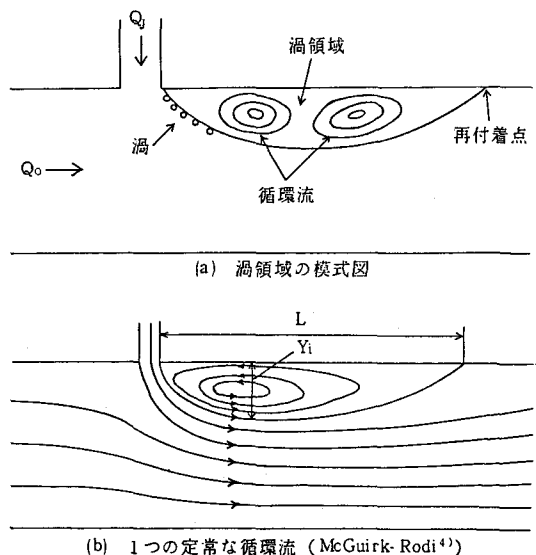


図-1 合流点付近の流れ

放出して撮影した水面の流況である。隅角部から本流水路内へ若干距離流入した点で渦が発生し渦領域境界に沿って流下することや、流下とともに境界からまき込まれて渦領域内部には小さい渦が多数存在していることがわかる。渦の発生時間間隔は一定ではなく、ある平均値のまわりにばらつく。図-2は、渦の平均発生時間間隔 $\bar{T}$ と支流、本流の流量比(Q_f/Q_o)との関係を示す。図中の H は合流点から4.5 m下流の水深である。 $\bar{T}$ は、下流水深が小さくなるほど、また流量比が大きくなるほど小さくなる。次に、発生時間間隔 T の頻度分布を示したものが図-3である。ただし、 T をその標準偏差 σ を用いて次式で標準化している。

$$T' = (T - \bar{T}) / \sigma \quad (1)$$

T' の分布は流量比、水深を変化させてもそれほど変わらず、ほぼ対称な分布形を示す。

2.3 循環流の特性

写真-2は、水面にオガ屑を散布し、シャッター・スピード1秒、時間間隔2秒で連続撮影したものである。循環流は渦領域内部を緩やかに流下するが、その間に2つの循環流に分裂したり、2つ以上の循環流が接近すれば合体が見られ、やがて下流のある位置で小さな渦に分解して消滅する。この位置がほぼ再付着点である。これらの写真と目視観測より循環流の実体が何であるかを推察すれば、次のようなモデルを考えることができる。すなわち、支流出口で発生した前述の渦が流下とともに渦領域にまき込まれ、それらが数個集まって全体として回転するような流れ、つまり循環流を形づくる。循環流が変形しながら移動するのは、それがこのように小さい渦の集合体であるとすれば一応の説明はつく。

2.4 渦領域の振動

渦領域の幅と長さは循環流の流下とともに変動する。すなわち、幅は循環流が上流側にあるときは大きく、流下して扁平になると小さくなる。また長さの変動は再付着点の位置の振動に関係する。再付着点位置は循環流の下流側にあるから循環流の流下とともに下流側へ移り、循環流の分解、消滅の直後に上流側にもどる。実験では、再付着点付近にフロートを浮かべることによりその平均振動周期を求めた。一方、連続写真より循環流の周期を求め、両者の周期を比較すれば図-4のようである。循環流の周期は再付着点の振動周期よりすべて短くなっている

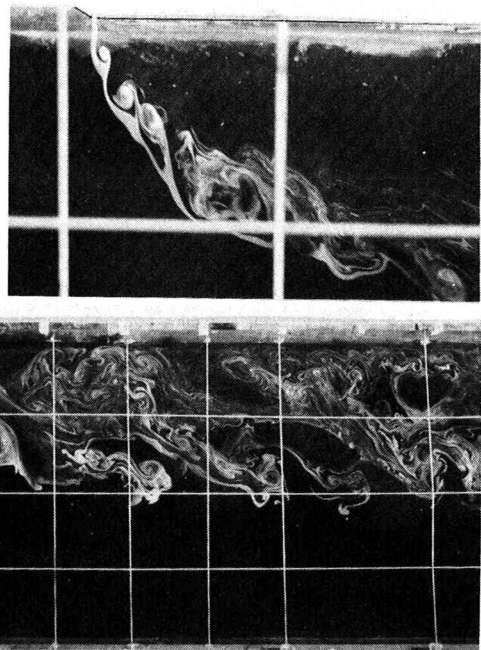


写真-1 支流出口での渦の発生 ($Q_o=1000, Q_f=600 \text{ cm}^3/\text{sec}$, $H=7 \text{ cm}$ (上の写真), $H=10 \text{ cm}$ (下の写真))

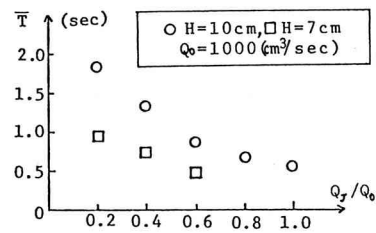


図-2 渦の平均発生時間間隔

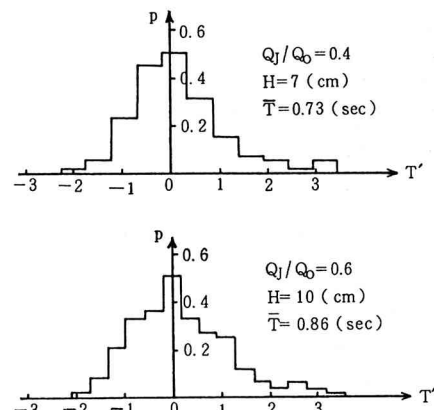


図-3 渦の発生時間間隔の頻度分布

が、これは流下する循環流の強弱の度合によりフロートの反応が明確でなかったと考えると、両者はよく対応している。

2.5 流跡線

支流にパンチ屑を落としてその移動を追跡した。支流に落としたパンチ屑の約半分が渦領域内へまき込まれ、残り半分は真直ぐに流下する。渦領域内へ入るものの軌跡を分類すると、図-5のような3つのパターンに大別できる。すなわち、(a)のように渦領域側面からまき込まれ、渦領域内で大きく回転するもの、(b)は再付着点付近から渦領域に入り、ゆっくりと逆流するもの、(c)は渦領域境界で短時間とどまった後、流下するものである。実際の流れはこれらの型が合わさったものであるが、どの場合でも常に細かく左回転をしていることが観察された。このような軌跡からも、渦領域内には小さい渦と大きい循環流が存在していることが認められる。

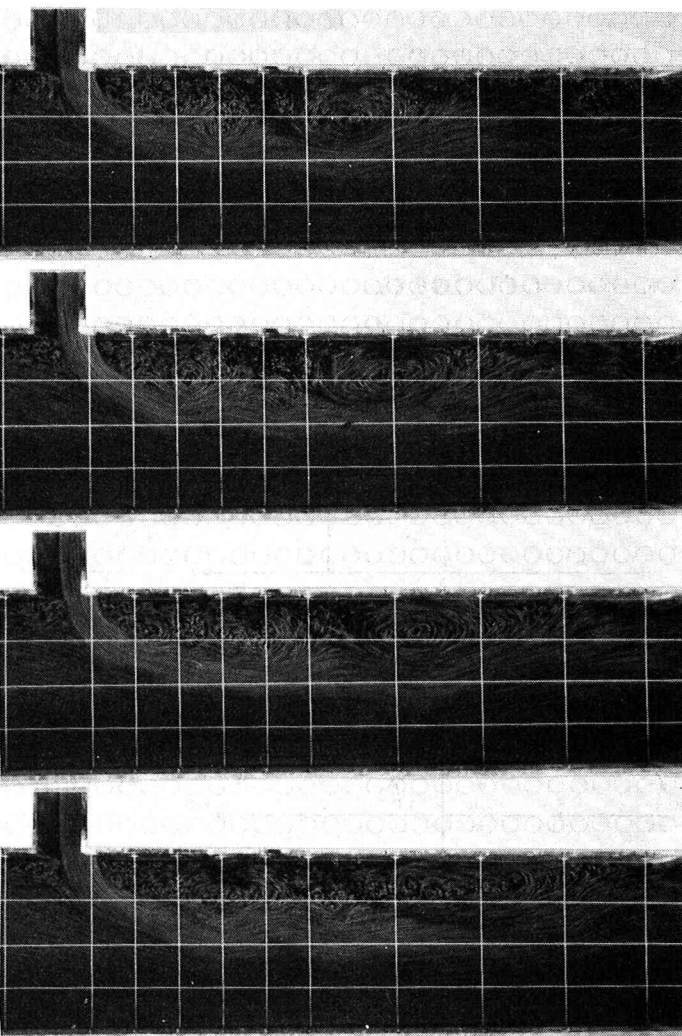
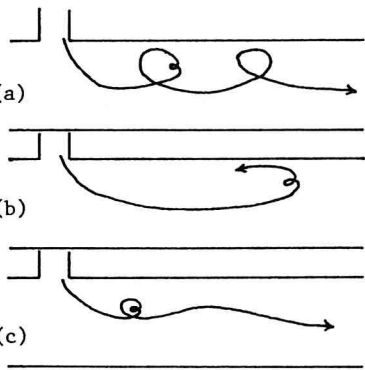


写真-2 循環流の挙動 ($Q_0=1000, Q_f=600\text{ cm}^3/\text{sec}, H=7\text{ cm}$
シャッター・スピード1sec, 時間間隔2secの連続撮影)

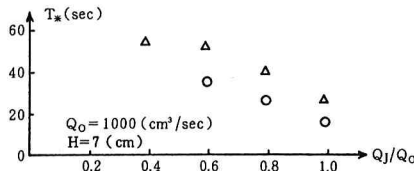
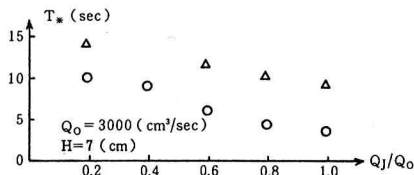
図-5 軌跡の
代表的パターン

3. Vortex Shedding モデル

3.1 合流部水域の写像と流れの複素ポテンシャル

図-6の合流水路 (z -平面) 内部は、次式のS-C変換により変換平面 (ζ -平面) の上半面に写像される。

$$\frac{dz}{d\zeta} = C \frac{\sqrt{\zeta^2 - 1}}{\zeta^2 - a^2} \tag{2}$$



△再付着点の振動周期, ○循環流の周期

図-4 渦領域の振動周期

ここに, $C = l_2 / (\pi i)$, $a^2 = l_2^2 / (4l_1^2 + l_2^2)$

上式を積分して次式を得る.

$$z = C' \sin^{-1} \zeta + C' \frac{\sqrt{1-a^2}}{2a} \log \frac{(1-a\zeta + \sqrt{1-a^2} \sqrt{1-\zeta^2})(\zeta+a)}{(1+a\zeta + \sqrt{1-a^2} \sqrt{1-\zeta^2})(\zeta-a)} + i C' \pi \frac{\sqrt{1-a^2}}{2a} \quad (3)$$

ここに, $C' = l_2 / \pi$

(3)式による z -平面と ζ -平面の対応関係の1部を図-7に示す. ζ -平面の直線 $p_1 \sim p_5$ が z -平面の曲線 $P_1 \sim P_5$ にそれぞれ対応する.

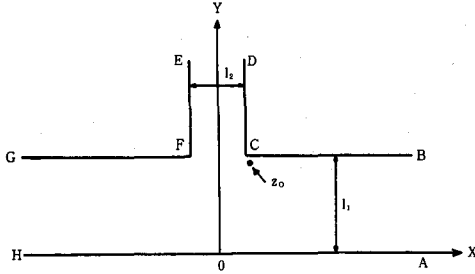


図-6(1) 合流水路(z -平面)

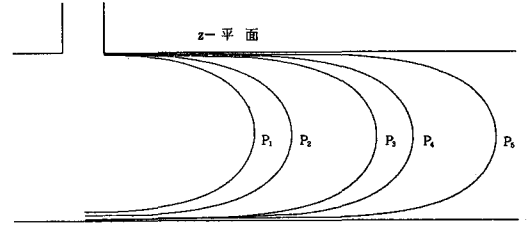


図-6(2) 変換平面(ζ -平面)

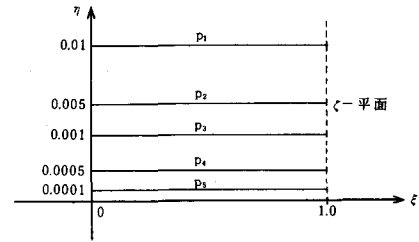


図-7 z -平面と ζ -平面の対応

ζ -平面(図-6(2))の点 $(a, 0)$ にsink, 点 $(-a, 0)$ にsourceを置き, 点 $(d, 0)$, $(-e, 0)$ にそれぞれ同じ強さのsourceを置いた場合の流れと, ξ -軸に関して鏡像の位置に複数組の渦対を置いた場合の流れとの重ね合わせによって合流する流れを表わすことにすれば, その複素ポテンシャルは次式で与えられる.

$$f = S_1 \log(\zeta+a) + \frac{S_2}{2} \log(\zeta+e) + \frac{S_2}{2} \log(\zeta-d) - (S_1+S_2) \log(\zeta-a) + \sum_{j=1}^N \left\{ -ik_j \log(\zeta-\zeta_{vj}) + ik_j \log(\zeta-\bar{\zeta}_{vj}) \right\} \quad (4)$$

ここに, S_1, S_2 はsourceの強さ, k_j は j 番目の渦の強度, ζ_{vj} は j 番目の渦の位置, N は渦対の組数, $d=e=10000$, $-$ は共役複素数を表わす.

3.2 渦点の追跡

渦点の位置を除く ζ -平面上の任意の点における複素速度は次のように与えられる.

$$u_\zeta - i v_\zeta = df/d\zeta = \frac{S_1}{\zeta+a} + \frac{S_2}{2(\zeta+e)} + \frac{S_2}{2(\zeta-d)} - \frac{S_1+S_2}{\zeta-a} + \sum_j \left(-\frac{ik_j}{\zeta-\zeta_{vj}} + \frac{ik_j}{\zeta-\bar{\zeta}_{vj}} \right) \quad (5)$$

ここに, u_ζ, v_ζ はそれぞれ, ξ -軸方向および η -軸方向の流速成分である.

次に, 渦点自身の複素速度は, その渦点を除いた残りのすべての流れによって起こされる速度である.

したがって、第 p 渦点の移動速度は次式で与えられる。

$$u_{zp} - iv_{zp} = df^*/d\zeta \\ = \frac{S_1}{\zeta + a} + \frac{S_2}{2(\zeta + e)} + \frac{S_2}{2(\zeta - d)} - \frac{S_1 + S_2}{\zeta - a} + \sum_j^* \left(-\frac{ik_j}{\zeta - \zeta_{vj}} \right) + \sum_j \frac{ik_j}{\zeta - \bar{\zeta}_{vj}} \quad (6)$$

ここに、asterisk* は $j=p$ の場合を除くことを意味する。

z -平面と ζ -平面における時間をそれぞれ、 t 、 τ で表わせば、それらの間には次式の関係がある。

$$d\tau/dt = |dz/d\zeta|^{-2} \quad (7)$$

上記の式を用いて、渦点の追跡を ζ -平面上で行う。時刻 τ での渦点の位置を ζ_τ とすれば、時刻 $(\tau + \Delta\tau)$ での位置 $\zeta_{\tau+\Delta\tau}$ は次式より求められる。

$$\zeta_{\tau+\Delta\tau} = \zeta_\tau + \overline{(df^*/d\zeta)_\tau} \Delta\tau = \zeta_\tau + \overline{(df^*/d\zeta)_\tau} |dz/d\zeta|_\tau^{-2} \Delta t \quad (8)$$

上式で得られる ζ を、(3)式により z -平面上の位置に変換すればよい。

また、 z -平面上の速度は、(5)、(6)式に対応してそれぞれ次式で与えられる。

$$u_z - iv_z = df/dz = \left(\frac{df}{d\zeta} \right) / \left(\frac{dz}{d\zeta} \right) \quad (9), \quad u_{zp} - iv_{zp} = df^*/dz = \left(\frac{df^*}{d\zeta} \right) / \left(\frac{dz}{d\zeta} \right) \quad (10)$$

3.3 渦点導入法

渦点を導入する際にはその発生位置と強度をいかに定めるかが重要なポイントであり、その方法には大別して2通りの方法、(a)渦発生点固定法 (MFP法)、(b)渦発生点可変法 (MVP法)がある。また一般に、導入する渦点としてポテンシャル渦を用いる場合は中心付近の流速が大きいため、2個以上の渦点が接近すると相互の誘起速度によって渦点が異常に遠くへ移動するという不都合が起きる。これを避けるために、Rankine渦のような粘性渦を用いたり、接近しすぎた数個の渦点をそれらと強さが等しい1個の渦に置き換えたり、あるいは渦点のうちのいくつかを消去するという方法などがとられている。

本研究ではMFP法、すなわち渦点発生位置を固定し、発生渦の強度はKuttaの条件より決める方法を用いたが、上述のような渦点接近時の処理のためにこの方法に若干の修正を加えた。

4. 適用結果

4.1 モデル・パラメータの決定

2で示した水理学的諸特性のうち、本研究では主として渦領域のマクロな特性に焦点を合わせてモデル構成を行った。すなわち、渦領域の規模および変動特性と渦点の配置の關係に注目し、実験資料を参考にしてパラメータの値を決定した。

本モデルで用いるパラメータは次の通りである。(i) 渦点導入位置: z_0 、(ii) 渦点強度係数: α 、(iii) 渦点制限個数: N 、(iv) 渦点導入時間間隔: Δt_i 、(v) sourceの強さ: S_1, S_2 。このうち、 S_1, S_2 は次の値とした。 $S_1 = 45.5$ 、 $S_2 = 27.3$ 。この値は前述の実験水路において、 $Q_0 = 1000$ 、 $Q_f = 600$ (cm^3/sec)、 $H = 7$ (cm)の場合に相当する。 z_0 と Δt_i は実験値に基づいてそれに近い値を用いた。シミュレートされた流れとパラメータの値の關係、およびその最適値は以下の通りである。

(1) 渦点導入位置 z_0

他のパラメータは同じ値にして z_0 の値のみ変えた場合、 z_0 が合流点から離れるにつれて渦領域の幅は広くなり、逆に合流点に近づけると渦領域は幅が狭くなり全体的に小規模になる。そこで渦領域幅が実験値にほぼ近くなるような値、 $z_0 = (7.00, 36.06)$ を採用した。

(2) 渦点強度

まず、図-6の点CにおいてKuttaの条件、 $|df/d\zeta|_{\zeta=c}=0$ を満足するように、新しく発生する渦点の強度 k_1 を計算する。すなわち、(5)式より

$$k_1 = \frac{\frac{S_1}{c+a} + \frac{S_2}{2(c-d)} + \frac{S_2}{2(c+e)} - \frac{S_1+S_2}{c-a} + \sum_{j=2}^N \left(-\frac{ik_j}{c-\zeta_{vj}} + \frac{ik_j}{c-\bar{\zeta}_{vj}} \right)}{\frac{i}{c-\zeta_{v1}} - \frac{i}{c-\bar{\zeta}_{v1}}} \quad (11)$$

ここに、 c は ζ -平面の点Cの座標、 ζ_{v1} は ζ -平面の渦点導入位置、 ζ_{vj} は ζ -平面の渦点の位置、 N はその時刻に既に存在する渦対の数である。

上式による k_1 を用いると、その強度が強すぎて実験に近い流れが再現できない。そこで、この k_1 に係数 α (<1.0)を掛けた値 k'_1 を発生渦点の強度とした。

$$k'_1 = \alpha k_1 \quad (12)$$

ある時間経過後の渦点位置を、 α の値の相異によって比較した1例が図-8である。ここに、渦点導入の時間間隔は、平均が1.0(sec)、標準偏差が0.2(sec)の正規分布に従うランダムな時間間隔としている(後述の(4)項参照)。一般的傾向として、 α を小さくすれば支流出口付近でのまき込みが少なく、また渦点の相互干渉が弱いので渦領域内の流れの乱れも小さい。これに対して、強度が強すぎるとまき込みが激しく、渦領域の長さがあまり伸びない。種々の α 値について流況を比較した結果、

$z_0=(7.00, 36.06)$ に対しては $\alpha=0.14 \sim 0.16$ が適当な値となった。

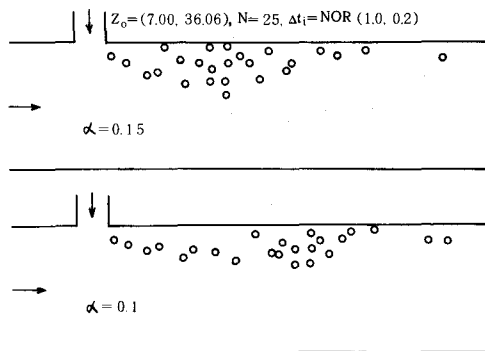


図-8 α の値による渦点位置の相異

(3) 渦点制限個数 N

計算を進めるとともに、発生させた渦点の何割かがまき込まれるため渦領域内の渦点の個数は無限に増加することになる。渦点が多くなると接近渦処理や莫大な計算時間を要するので、渦点の総数に制限を設けることにした。本研究では発生した渦点がある個数に達すれば、それ以後は新しい渦点の発生ごとに最も古い渦点から逐次消滅させ、存在する渦点を一定数 N に保つようにした。計算の結果、 $N=20 \sim 25$ が適当な個数であった。

(4) 渦点導入時間間隔 Δt_i

渦点の発生時間間隔をあまり長くすると次の渦点の発生時刻までに渦点は遠くへ移動するので、渦点間の相互干渉の度合いが少なくなり不適當である。逆に短くすると渦点間の相互干渉が強いので、まき込みだけが激しくなり渦領域の規模が小さくなる。いくつかの Δt_i で計算した結果、最適な(平均)時間間隔を $\Delta t_i=1.0$ (sec)と決定した。ただし、一定の時間間隔で渦点を導入した場合には、合流点直下流付近でのまき込みがなく、そこでの循環流をうまく再現できないので、実験における渦発生の不規則性を考慮して時間間隔はランダムで正規分布(平均値1.0sec、標準偏差0.2sec)に従うものとした。

4.2 計算結果 — 渦領域の流れの特性

(1) 循環流の挙動

図-9は、渦点導入を開始して t 時間後($t=93.16$ sec)における流速分布と同時刻の渦点の位置を示したものである。また図-10は、約1秒間の水粒子の軌跡を描いたもので、白丸は渦点の位置を示す。この軌跡は、写真-2のオガ屑の1秒間の軌跡と対応するので、両者の比較が循環流のメカニズム解明のために役立つ。

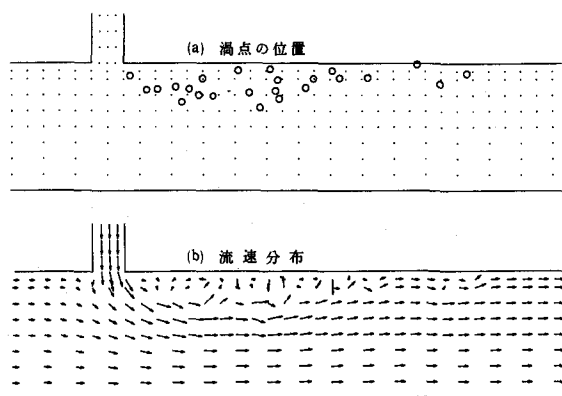


図-9 渦点の位置と流速分布

つと考えられる。図-10によれば、循環流に相当するものが渦領域内に存在し、それらが流下する過程で上流側の2つの循環流が混合し、下流側の循環流は離れていく状況が見られる。また、図中の渦点位置から、循環流は渦点が複数個集まって形成されていることがわかる。これらの個々の渦点の動きをしらべてみると、ほとんどの渦点は左回りに回転しながら流下する。そして循環流は連続的に回転しながら流下するのではなく、循環流を構成する渦が入れ替わることにより断続的に回転しながら渦点群とともに流下している。

循環流と渦点群のこのような関係から、写真-2に見られる循環流の合体・分裂・消滅などの現象もうまく説明できる。すなわち、渦点群の流下過程で、別々の循環流を構成している渦点群が接近すれば循環流は合体したかのように見え、また循環流を構成している数個の渦点が離散していくと循環流は分裂、または消滅したかのように見える。このように、渦点が集中・分散を繰り返しながら移動するのに伴って、循環流も合体・分裂・消滅をしつつ渦領域を徐徐に流下していくのである。

(2) 渦領域の変動

図-10の渦点位置からわかるように、渦領域の大きさは時間的に変動している。いま、最下流の渦点までの距離が渦領域の長さに対応していると考えて、その距離 L を各時刻ごとにプロットすれば図-11のようである。この図によれば、渦領域の長さはスムーズに伸びるが、最大限に伸びきった後、縮む段

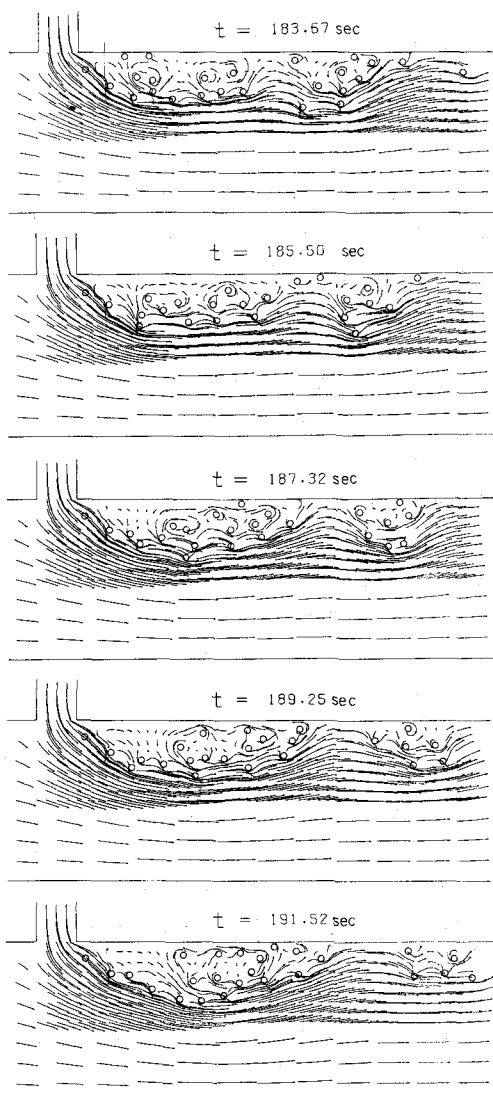


図-10 循環流の挙動

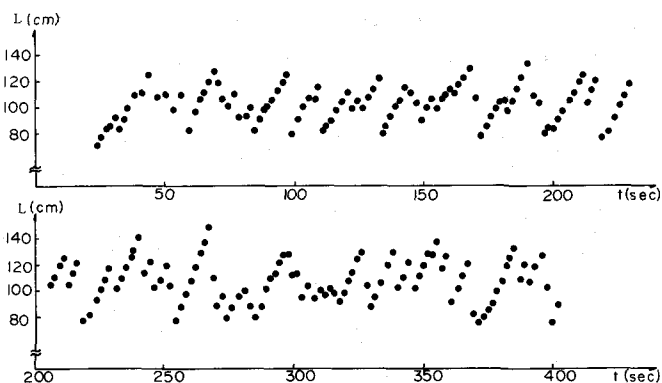


図-11 渦領域の長さの変動

階では大きくばらつき、急激に短くなる場合が多い。これは実験でみられるように、渦領域が伸びて最下流部の循環流が消滅した直後に渦領域が短くなる状況とよく似ている。

この L の変動について自己相関係数を求めると図-12のようであり、約30秒の有意な周期がある。これは実験における再付着点の振動周期の約6割の値で、循環流の周期とはほぼ対応している（図-4参照）。

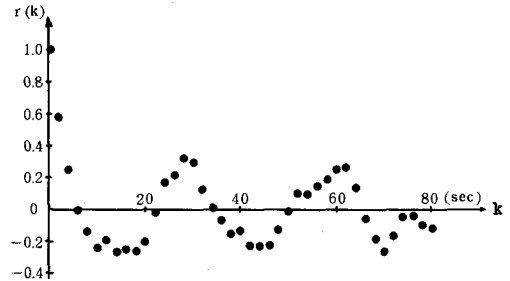


図-12 L の自己相関係数

(3) 平均流速分布

図-13は、各点における約100秒間の平均流速を示したものである。時間平均的には、渦領域内部の流れは1つの大きな循環流であり、その流速分布のパターンは実験で得られる平均流速分布やRodi⁴⁾の計算結果などと定性的に一致する。

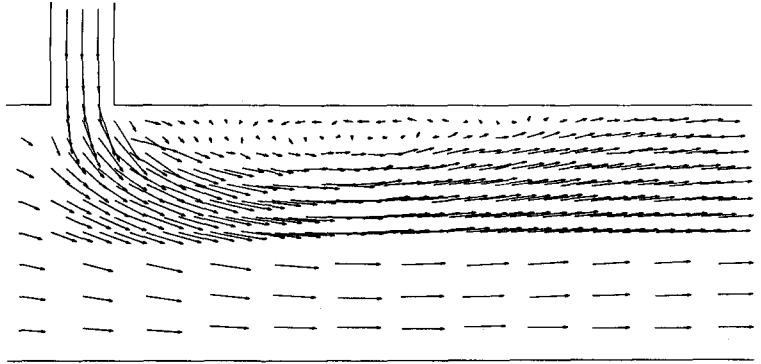


図-13 平均流速分布

5. あとがき

合流点下流部の流れに関する従来の解析では、定常かつ大規模な循環流が唯一つあるものとして取扱われている。本研究で提示したvortex shedding モデルは、実験で確認された複数個の循環流の非定常挙動や渦領域の変動特性などをかなりの程度まで再現することができる。実際の開水路流れでは、より複雑な水理特性、とくに3次元要素が加わるし、またモデル構成に関しても渦点導入法について改良すべき点もあると思われる、それらは今後の検討課題である。

参 考 文 献

- 1) Rouse, H.: Diffusion in the lee of a 2-dimensional jet, 9th Int. Congress of Applied Mechanics, 1957.
- 2) 板倉忠興, 他: 河川合流点における流れの機構の研究, 土木学会年講, 1969, 1970.
- 3) Mikhail, R., et al.: The reattachment of a two-dimensional turbulent jet in a confined cross flow, Proc. of 16th Congress of IAHR, 1975.
- 4) McQuirk, J. J. and Rodi, W.: A depth-averaged mathematical model for side discharges into open channel flow, SFB 80, Universität Karlsruhe, 1977.
- 5) 神田 徹・桑田明仁: 都市河川網における洪水追跡に関する二, 三の検討, 水理講演会論文集, 1978.
- 6) Clements, R. R.: An inviscid model of two-dimensional vortex shedding, JFM, Vol. 57, 1973.
- 7) Kiya, M. and Arie, M.: A contribution to an inviscid vortex shedding model for an inclined flat plate in uniform flow, JFM, Vol. 82, 1977.
- 8) Sarpkaya, T.: An inviscid model of two-dimensional vortex shedding for transient and asymptotically steady separated flow over an inclined plate, JFM, Vol. 68, 1975.
- 9) 神田 徹・勝楽敏彦・古川圭三: 合流部に生ずる循環渦の挙動, 土木学会関西支部年講, 1979.