

変動水圧による砂層の液状化に関する研究
Liquefaction of Highly Saturated Sand layer
under Oscillating Water Pressure

岡山大学工学部 正員 名 合 宏 之

1 まえがき

本研究は水理構造物周辺の局所洗掘機構を周辺地盤に作用する変動水圧との関連で把握しようとする研究の基礎として行なったものである。従来の局所洗掘に関する水理学的研究では、構造物周辺の流れに関しては詳細な検討がなされているが、洗掘される地盤の力学特性とくに洗掘に対する抵抗力に直接関係する地盤内応力についてはほとんど研究されていないようである。構造物周辺の流れは一般に強度の水面変動を伴う乱流状態にあり、地盤面に対しては絶えず変動水圧が作用している。この変動水圧により地盤内では間隙水圧が時間的に変化し、過剰間隙水圧が発生する。この過剰間隙水圧の上昇は土粒子の受けもつ有効応力の減少をもたらし、ある場合にはそれが0になる状態すなわち液状化状態が生起することもある。このような有効応力の減少は流れに対する地盤の抵抗力を低下させることになり、洗掘が容易に進行することが予想される。

著者は、さきに、鉛直1次元砂層モデルを用いた実験において、周期的な変動水圧が作用した場合の砂層内の間隙水圧の測定を行ない、有効応力の減少および液状化状態の発生を確かめている。¹⁾ ここではこのような現象の理論解析を試み、その妥当性について検討した結果について報告する。

2 砂層内水圧分布基礎式の誘導

図1に示されるような鉛直1次元砂層モデルを対象として解析する。不透水性地盤の上にある厚さDの均質な高飽和砂層の表面上に変動水圧 $\rho g h_s$ が作用している状態を考える。

砂層内の水および砂の運動は、弾性砂層内の浸透流問題の取り扱いと同様の手法で解析される。²⁾ すなわち、砂層および水は圧縮性を有しており、水の密度、空隙率および砂層の厚さは変化するものとする。ただし、砂層の水平方向への変形は無視するものとする。また、空隙は水および空気によって占められており空隙率 λ は水および空気の含有率 λ_w および λ_a の和によって表わされるものとする。

砂層の微小体積 $\delta V = \delta y \delta A$ 内の浸透流はつぎの連続式を満足する。

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \lambda_w \delta y \delta A) = - \frac{\partial}{\partial y} (\rho v \delta A) \delta y \quad (1)$$

ここに、 ρ は水の密度、 v は y 方向流速、 δA は砂層の水平断面積である。上式の左辺はつぎのように変形される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \lambda_w \delta y \delta A) \\ = (\lambda_w \frac{\partial \rho}{\partial t} \delta y + \rho \frac{\partial \lambda_w}{\partial t} \delta y + \rho \lambda_w \frac{\partial \delta y}{\partial t}) \delta A \end{aligned} \quad (2)$$

微小体積の高さ δy は鉛直方向の圧縮力(有効応力) σ_y によってつぎの式に従って変化する。

$$d(\delta y) = -\alpha \delta y d\sigma_y \quad (3)$$

したがって、次式の関係が得られる。

$$\frac{\partial(\delta y)}{\partial t} = -\alpha \delta y \frac{\partial \sigma_y}{\partial t} \quad (4)$$

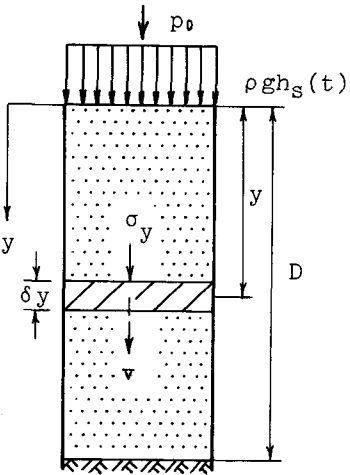


図1 鉛直1次元砂層モデル

ここに、 α は砂層の圧縮率である。

砂層構成材実質部分の体積変化は無視しうるので次式が成立する。

$$\{1 - (\lambda_w + \lambda_a)\} \delta A \delta y = \text{constant}.$$

両辺を時間で微分し、式(4)を用いると次式が得られる。

$$\frac{\partial (\lambda_w + \lambda_a)}{\partial t} = -\alpha \{1 - (\lambda_w + \lambda_a)\} \frac{\partial \sigma_y}{\partial t} \quad (5)$$

砂の慣性力を無視し、上載荷重が有効応力 σ_y と間隙水圧 $\rho g h$ の和と釣り合っているとすると、

$$\sigma_y + \rho g h = \gamma_s y + \rho g h_s \quad (6)$$

間隙水圧 $\rho g h$ および砂層重量 $\gamma_s y$ はそれぞれつぎのように表わされる。

$$\rho g h = \rho g (h_s + y + h') \quad , \quad (7)$$

$$\gamma_s y = \rho_s g y (1 - \lambda) + \rho g y \lambda_w \quad (8)$$

ここに、 h' は過剰間隙水圧、 ρ_s は砂の実質部分の単位体積重量、 g は重力加速度である。式(7)および式(8)を式(6)に代入し、 $\lambda_w \neq \lambda$ を考慮すると次式が成り立つ。

$$\sigma_y + \rho g h' = (\rho_s - \rho) g y (1 - \lambda) = \text{constant}. \quad (9)$$

したがって、

$$\rho g \frac{\partial h'}{\partial t} = - \frac{\partial \sigma_y}{\partial t} \quad (10)$$

式(4)および式(10)より次式が得られる。

$$\frac{\partial \delta y}{\partial t} = \rho g \alpha \delta y \frac{\partial h'}{\partial t} \quad (11)$$

式(5)および式(10)より次式が得られる。

$$\frac{\partial (\lambda_w + \lambda_a)}{\partial t} = \rho g \alpha \{1 - (\lambda_w + \lambda_a)\} \frac{\partial h'}{\partial t} \quad (12)$$

砂層中の気泡の体積はBoyleの法則に従って変化するものとすると次式が成り立つ。

$$\lambda_a \delta y \delta A (\rho g h + p_0) = \bar{\lambda}_a \delta y \delta A (\rho g \bar{h} + p_0) = \text{constant}. \quad (13)$$

ここに、 p_0 は大気圧、 $\bar{\lambda}_a$ は基準となる圧力状態 $(\rho g \bar{h} + p_0)$ に対する空気含有率である。

式(13)を時間 t で微分し、式(10)を用いると、

$$\frac{\partial \lambda_a}{\partial t} = - \frac{\lambda_a}{(h + p_0/\rho g)} \frac{\partial h}{\partial t} - \rho g \alpha \lambda_a \frac{\partial h'}{\partial t} \quad (14)$$

式(12)および式(14)より次式が得られる。

$$\frac{\partial \lambda_w}{\partial t} = \rho g \alpha (1 - \lambda_w) \frac{\partial h'}{\partial t} + \frac{\lambda_a}{(h + p_0/\rho g)} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (15)$$

水の圧縮率を β とし、水中の圧力を $p (= \rho g h + p_0)$ とすると、水の密度変化は $d\rho = \rho \beta dp$ と表わされるから次式を得る。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \beta \rho^2 g \frac{\partial h}{\partial t} \quad (16)$$

式(11), 式(15)および式(16)を式(2)に代入すると次式が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \lambda_w \delta y \delta A) = \rho^2 g \left\{ (\beta \lambda_w + \frac{\lambda_a}{\rho g h + p_0}) \frac{\partial h}{\partial t} + \alpha \frac{\partial h'}{\partial t} \right\} \delta y \delta A \quad (17)$$

砂層内の水の流速 v は Darcy の法則に従うとすると次式が成立する。

$$v = -k \frac{\partial h'}{\partial y} \quad (18)$$

ここに, k は透水係数である。

式(17)および式(18)を式(1)に代入すると結局次式が得られる。

$$\left(\beta \lambda_w + \frac{\lambda_a}{\rho g h + p_0} + \alpha \right) \frac{\partial h'}{\partial t} + \left(\beta \lambda_w + \frac{\lambda_a}{\rho g h + p_0} \right) \frac{\partial h_s}{\partial t} = \frac{k}{\rho g} \frac{\partial^2 h'}{\partial y^2} \quad (19)$$

上式をつぎの境界条件のもとで解くことにより, 砂層内の水圧および有効応力の分布を求めることができる。

$$\begin{aligned} y = 0 \quad & \text{で} \quad h' = 0 \\ y = D \quad & \text{で} \quad \frac{\partial h'}{\partial y} = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

液状化状態は次式の条件のもとで発生する。

$$\frac{\sigma_y}{(\rho_s - \rho) g y (1 - \lambda)} \left(= 1 - \frac{\rho g h'}{(\rho_s - \rho) g y (1 - \lambda)} \right) = 0 \quad (21)$$

なお, 変動水圧が周期的であり,

$$h_s = h_0 + a_0 \sin 2\pi f t, \quad (22)$$

と表わされる場合には, 式(19)はつぎのように変形される。

$$\left(\beta \lambda_w + \frac{\lambda_a}{\rho g h + p_0} + \alpha \right) \frac{\partial h'}{\partial t} + 2\pi f a_0 \left(\beta \lambda_w + \frac{\lambda_a}{\rho g h + p_0} \right) \cos 2\pi f t = \frac{k}{\rho g} \frac{\partial^2 h'}{\partial y^2} \quad (23)$$

ここに, h_0 は平均水圧水頭, a_0 は変動水圧の振幅, f は変動周波数である。

式(19)あるいは式(23)は非線型方程式であり, 解析的に解を求めることは困難であり, 一般には数値的に解析される。

3 実験的検討

3.1 実験装置及び実験方法

実験には図2に示されるような円筒型の鉛直1次元砂層模型を用いた。砂試料を入れる下部円筒の内径は89 mmであり, 高飽和状態の砂試料が容器の底から約65 cmの高さまで詰められている。砂層面上の水深 h_0 は約80 cmであり, 水面上に周期変動空気圧を作用させている。変動圧振幅は水頭で約95 cm, 周波数は1.37~5.66 Hzに変化させている。砂層材料としては50% 粒径が0.25 mmのほぼ一様とみなせる砂を用いている。基準状態の空気含有率 $\bar{\lambda}_a$ としてはほとんど脱気された状態および約0.5% 程度の2種を用いている。含水率 λ_w は約40%, 透水係数は約 2×10^{-2} cm/sである。水中および砂層中の圧力は拡散型半導体圧力変換器によって円筒側方から検出している。

3.2 実験結果および解析モデルの検証

図3には, (a) 煮沸によってほとんど脱気された試料および (b) $\bar{\lambda}_a$ が約0.5% ($\bar{h}=0.3m$) の試料の間隙水圧の時間変化が示されている。この図ではいずれの試料についても間隙水圧は砂層面から深くなるに従って減衰しかつ位相の遅れが生じていることがわかる。また, 減衰の割合および位相の遅れは空気含有率 $\bar{\lambda}_a$ が大きくなるほど著しいことがわかる。間隙水圧の波形についてみると, 試料(a)では砂層中の

各点の波形は砂層面に加わる変動水圧の波形（Pt.1の波形）とほぼ同様な正弦的波形を示しているのに対し、試料（b）では砂層面から深くなるに従って正弦波形から歪んできており、また、正圧側と負圧側の形が異なってくるのが認められる。

図4はそれぞれの試料の振幅減衰特性を示したものである。図中の記号aは砂層中の変動水圧の振幅を表わしている。試料（a）では変動周波数が多いほど振幅減衰が著しくなることがわかる。試料（b）では周波数に対する減衰特性が試料（a）と異なり一定の傾向が認められない。これは、図に示される減衰率は正圧側と負圧側の減衰率の平均を示したものであるが、試料（b）では、正圧側の減衰は試料（a）と同様の傾向を示すのに対し、負圧側ではむしろ逆の傾向を示すこともあるためこのような結果が得られたものである。

図5は有効応力の時間変化を示したものである。この図では、試料（a）については測点2および3の点で、また、試料（b）についてはすべての測点で有効応力が0になる状態、すなわち液状化状態が発生していることが認められる。また、図に示される結果より、液状化は表層部から進行し、空気含有率が高くなるほど液状化しやすくなることがわかる。有効応力の波形についてみると、試料（a）ではほぼ正弦的な波形を示すのに対し、試料（b）ではこれとかなり異なった波形になっていることがわかる。

図6、図7および図8はそれぞれ図3、図4および図5に対する計算結果を示したものである。計算にあたっては、砂層面に作用する変動水圧を正弦近似し、式（23）を用いている。また、 $\lambda w = 0.4$, $\alpha = 1.8 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{g}$, $\beta = 4.1 \times 10^{-8} \text{ cm}^2/\text{g}$, $p_0 = 1 \text{ atm}$, $k = 2 \times 10^{-2} \text{ cm/s}$ としている。なお、 λa については、試料（a）に対しては0.15%, 試料（b）に対しては0.50%を採用している。試料（a）に対する計算結果は、間隙水圧の時間変化、振幅減衰率および有効応力の変化すべてについて実験結果とよく一致しているとみなせよう。試料（b）に対する結果については、間隙水圧および有効応力の時間変化は正弦的变化を示しており実験結果とは異なっている。また、振幅減衰についても周波数に対する変化は試料（a）に対するものと同様な結果を与え実験結果とは異なっている。しかし、液状化の発生という点からみると、液状化発生時刻、液状化領域については実験結果をほぼ説明しているといえよう。波形および振幅減衰特性が実験結果と異なる原因としては、理論解析における液状化後の砂層内部の力学機構の取り扱い法に問題があると考えられる。すなわち、理論解析では液状化後も式（6）の関係が成立するとしているが、実際には砂層が振動し始めるため、この関係は成立せず、砂層の慣性力を考慮した取り扱いが必要となる。

以上述べたように、本研究で示した理論解析法は液状化後の砂層内部の状態を説明するにはさらに検討を必要とするが、液状化に至るまでの砂層内応力の変化および液状化の発生についてはほぼ妥当な解を与えるものと考えてよいであろう。

参考文献

- 1) 名合宏之, 古川修三, 寺岡朗裕: 変動圧作用下における砂層内の間隙水圧分布特性, 土木学会第35回年次学術講演会講演概要集, II-219, 1980
- 2) H. Rouse: Engineering Hydraulics, John Wiley & sons, New York, 1950, p. 326-331

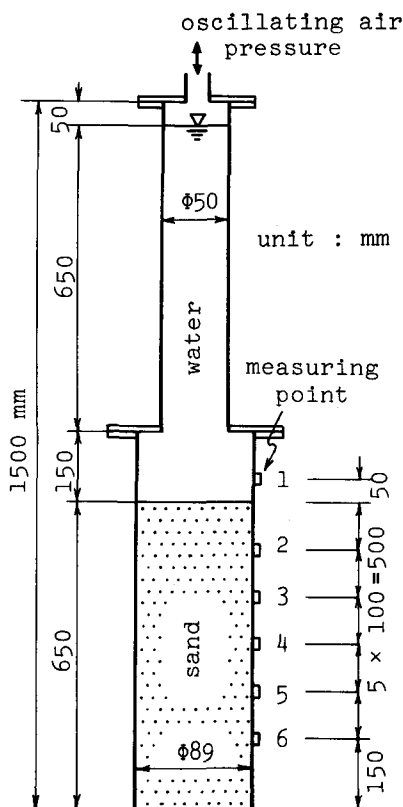


図2 実験に用いた砂層模型

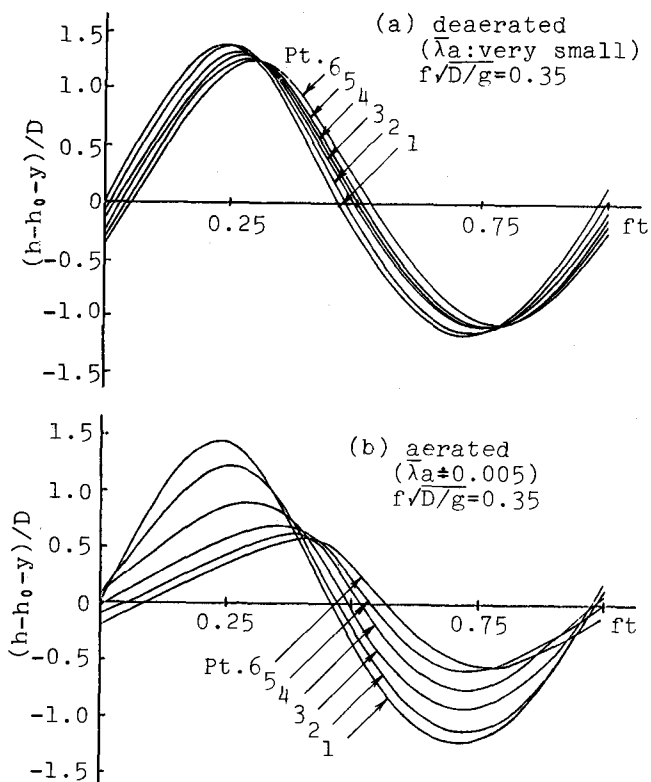


図3 間隙水圧 (実験値)

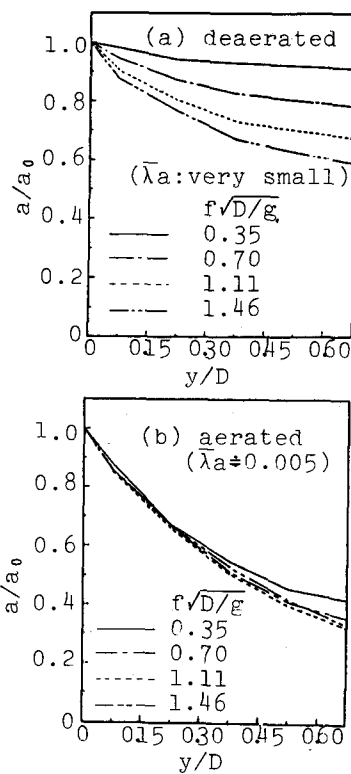


図4 振幅減衰率 (実験値)

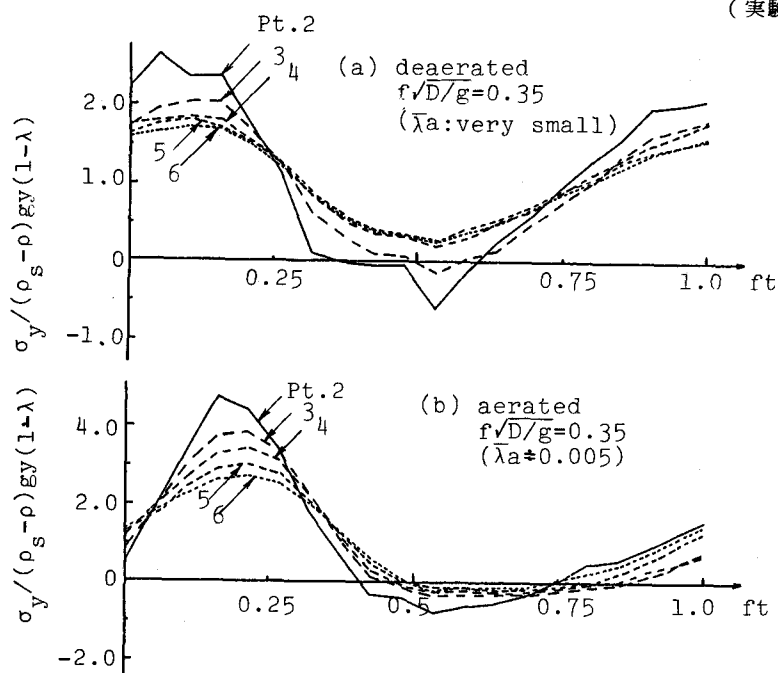


図5 有効応力 (実験値)

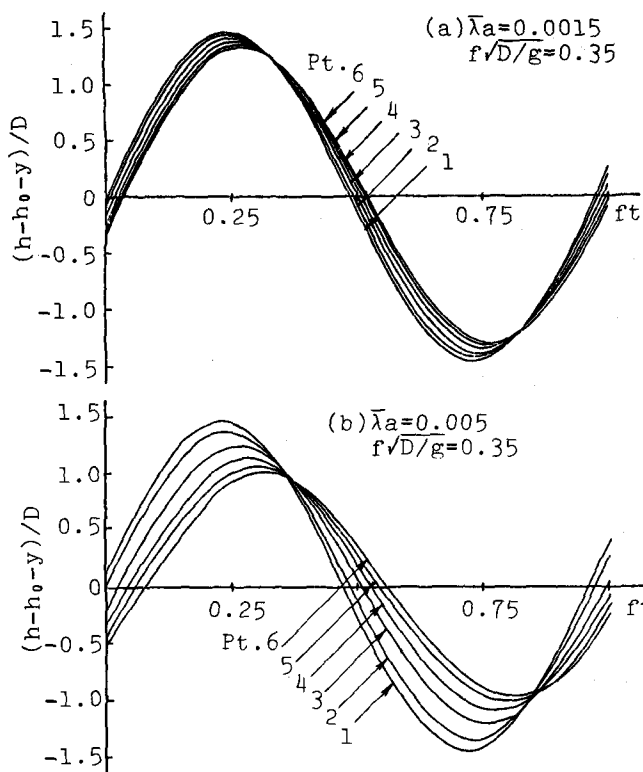


図6 間隙水圧 (計算値)

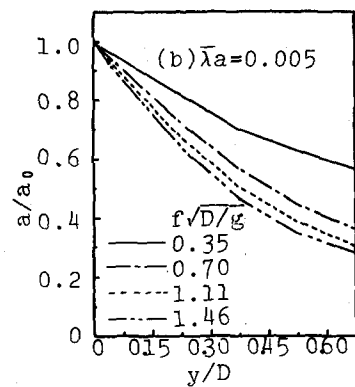
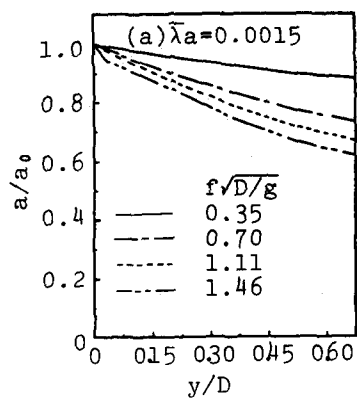


図7 振幅減衰率 (計算値)

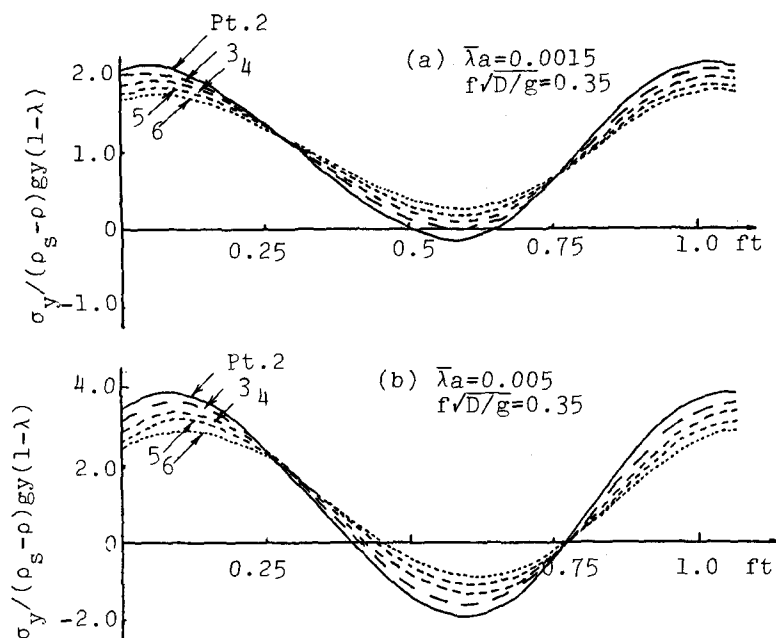


図8 有効応力 (計算値)