

Diffusive Régime における密度成層の鉛直混合に関する研究

Study on Vertical Mixing of Stratified Fluid in Diffusive Régime

大阪大学工学部 正員 室 田 明

大阪大学工学部 正員 ○道 奥 康 治

要 旨

熱対流がもたらす物質輸送機構を解明するために底面加熱された塩分成層の鉛直混合現象に関する研究を行なった。安定な連続密度成層を底面から加熱した場合、準一様密度の対流層と密度界面から成る多段階成層が形成される。本研究では密度界面を通過する熱量・塩分のフラックスが分子拡散によるものばかりでなく、大規模な水塊の取りこみによる移流的物質輸送が存在しそれが極めて重要である点に着目して実験および解析を行なった。まず熱対流と移流的物質輸送量との関係を考慮して対流層での物質保存則を誘導した。つぎにこれらを多段階密度成層に応用し任意の分布形を有する連続成層から対流構造が発達する過程のモデル化をおこなった。その結果、対流層厚の増減・層の融合現象さらに貯水池濁水層のごとく変曲点を有するような分布形での対流層の発達特性などこれまで明らかにされなかった現象を表現することが可能となった。模型実験は、(i)塩淡水二成層の底面加熱実験、(ii)連続密度成層の底面加熱実験の二種類を行ない解析モデルとの整合性を吟味し良い一致を得た。とくに複数界面に対しても連行による層体積の変化を考慮すれば界面位置の移動特性を巧みに表現できることを示した。

1. 二重拡散現象

熱-塩成層に限らず一般に拡散性の異なる二つ以上の物質によって密度成層が構成されるとき、二重拡散現象を生ずることが知られている。実際には濁水流入のある貯水池や海水の侵入する河口湖での温度成層がこのような場と言える。二重拡散現象は成層の状態によって全く異なる2つの形態をもつ。いま熱-塩成層を例にとる。鉛直上方が高温・高塩分、下方が低温・低塩分の成層においては細かなブリューム群が上・下方向に侵入する混合形態が生じる。逆に上方が低温・低塩分の場合には局部的に大きな密度勾配を有する境界面とそれらをはさむ対流層が形成される。前者はその形状から Finger Régime の二重拡散と呼ばれ、後者は形成された密度界面において分子拡散による物質輸送が行なわれることから Diffusive Régime の二重拡散と呼ばれる。本研究では熱が不安定要因となり物質輸送を誘起するような後者の密度分布を対象とする。

Diffusive Régime の熱-塩対流においては、不安定な塩分密度成層が温度による逆密度勾配によって対流へ遷移する際の安定限界条件と密度界面での熱-塩輸送量の評価が2つの大きな問題となる。

(1) 安定限界条件

線型安定解析によれば厚さ d の領域内での熱-塩成層の安定限界は一般に次式であらわされる。

$$R_T = AR_S + B \quad (1)$$

ここで R_T , R_S は d の範囲内での温度・塩分濃度の Rayleigh 数であり $R_T = \alpha \Delta T g d^3 / \kappa_T \nu$, $R_S = \beta \Delta S d^3 / \kappa_T \nu$ で定義される (α, β は温度差 ΔT 、塩分濃度差 ΔS に対する密度換算係数、 κ_T は熱拡散係数、 ν は動粘性係数)。また A , B は一般に境界条件・流体の物性および分布形によって変化する係数である。

底面加熱された連続成層がステップ構造に変遷していくのは対流層上部でこのような不安定が生じ所定の対流層が形成された後、再びその上に境界層が発達し対流層に遷移するという過程が繰り返されるためとされている。Turner¹⁾ は d として、境界層下端の温度と温度勾配から定義される長さスケールを用い線型分布・自由端条件のもとで(1)式を対流層の形成限界に適用した。

(2) 熱-塩輸送量

二成層界面での温度・塩分フラックス則に関して Huppert²⁾ は Turner の実験値を整理し、次式を得た。

$$\beta F_S / \alpha F_T = r (R_\rho) \quad (2a)$$

$$F_T / F_{TP} = 3.8 R_\rho^{-2} \quad (2b)$$

$$F_{TP} = 0.85 (\alpha g K_T^2 / \nu)^{1/3} (\Delta T_P)^{4/3} \quad (2c)$$

$$r(R_\rho) = \begin{cases} 1.85 - 0.85 R_\rho & (1 \leq R_\rho \leq 2) \\ 0.15 & (2 \leq R_\rho) \end{cases} \quad (2d)$$

ここに、 $F_T \cdot F_S$ は各々温度・塩分フラックス、 R_ρ ；界面での重力安定度 ($R_\rho = \beta \Delta S / \alpha \Delta T$, $\Delta T \cdot \Delta S$ は各々界面での温度差・塩分濃度差)、 F_{TP} ；加熱平板上の温度フラックスである。

(2a) 式において $R_\rho \geq 2$ の範囲における $\beta F_S / \alpha F_T = 0.15$ なる値はほぼ理論値と一致するが、 $1 \leq R_\rho \leq 2$ では R_ρ の減少とともに飛躍的に増加することがわかる。これに対し Linden³⁾ は総輸送量が連行と拡散フラックスの線型和であるとの仮定のもとで $\beta F_S / \alpha F_T$ の理論値を求め、 $R_\rho = 1$ 付近の急増が連行フラックスに起因するとの結論を得た。これらは連行過程の重要性を指摘しており興味ある事柄であるが移流による物質輸送または体積収支を考慮した鉛直混合過程の推測を行なうまでには到っていない。

2. 多段階密度成層の発達過程

$S_0(z)$ なる初期塩分濃度分布を底面加熱した場合に形成される N 段階のステップ状の分布形は図-1のように模式化される。⁴⁾ 最上層(第 N 層)より上方では塩分濃度は変化せず、温度は熱伝導的に変化すると仮定する。

第 i 層での物質保存則を考えよう。

先の議論から、第 i 層への移流的な物質の出入りを考えるために連行速度をまず求める必要がある。

一般に二層界面での連行は片方の層のみ乱れている場合他方の静止層内の流体をとりこむ一方的な連行となり、また両層を同じ強度で攪乱した場合界面位置は移動せず、上・下方向の流体の取り込みは相等しくなる。したがって連行速度の鉛直上方向成分 U_e^U と下方向成分 U_e^L を想定すれば連行速度比 U_e^U / U_e^L は上・下層内の乱れ強度の比 u_{i+1} / u_i (u_i, u_{i+1} は各々第 $i, i+1$ 層内での乱れ強さ) と正の相関をもつと仮定できる。密度界面での浮力差 εg 、界面近傍の特性長 l 、乱れ強度 u を用いて定義された Richardson 数と連行係数の関係 $U_e^U / U_e^L \propto Ri^{-n} = (u^2 / \varepsilon g l)^n$ を介して U_e^U / U_e^L は次式のようにおくことができる。

$$(U_e^U / U_e^L) = \{ u_{i+1}^{2n+1} / \varepsilon g l \} / \{ u_i^{2n+1} / (\varepsilon g l)^n \} = (u_{i+1} / u_i)^{2n+1} \quad (3)$$

u_i は対流層厚 h_i と流出入する熱量に関係すると考えられ厳密には密度界面での(移流) + (拡散)による熱供給量と乱れとの関係とから推定する必要がある。しかし、熱-塩対流場においては乱れの定量的な評価が確立されていないと同時に熱供給量と連行速度比がともに求めるべき未知数であるため陽な関数関係が得られない。そこで各界面を平板と見なし平行平板間の熱対流で得られた乱れ強度の経験式⁵⁾ $u = (\kappa_T / h) \times (\alpha \Delta T g h^3 / \kappa_T \nu)^{1/2}$ を各対流層に適用する。この場合、 h は層厚 h_i 、 ΔT は第 i 層をはさみこむ第 $(i-1)$ 層、 $(i+1)$ 層の温度差 ($T_{i-1} - T_{i+1}$) に相当する。(第一層については(2c)式に底面熱供給量 F_{T0} を代入し、等価な T_{i-1} を逆算する。) 以上から連行速度比について次式が得られる。

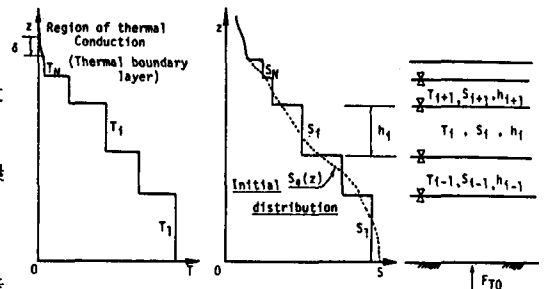


図-1 ステップ構造の模式図

$$\frac{U_{ei}^u}{U_{ei}^L} = \left\{ \frac{h_{i+1} (T_i - T_{i+2})}{h_i (T_{i-1} - T_{i+1})} \right\}^{(2n+1)/2} = \eta \quad (4)$$

つぎに U_{ei}^u , U_{ei}^L を求めよう。まず (2a)~(2d) 式において $1 \leq R_\rho \leq 2$ のフラックス増分が連行によるものとして αF_T , βF_S を次式であらわす。

$$\begin{pmatrix} \alpha F_T \\ \beta F_S \end{pmatrix} = U_e \delta(R_\rho) \begin{pmatrix} \alpha \Delta T \\ \beta \Delta S \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha F_T^d \\ \beta F_S^d \end{pmatrix} \quad \delta(R_\rho) = \begin{cases} 1 & (1 \leq R_\rho \leq 2) \\ 0 & (2 \leq R_\rho) \end{cases} \quad (5)$$

ここに F_T^d , F_S^d は拡散フラックスをあらわす。(2a)~(2d) と (5) 式より U_e , αF_T^d , βF_S^d は次式のようにになる。

$$\left. \begin{aligned} U_e &= \frac{r(R_\rho) - 0.15}{R_\rho - r(R_\rho)} \frac{F_T^d}{\Delta T} \\ \alpha F_T^d &= 3.8 R_\rho^{-2} F_{TP} \frac{R_\rho - r(R_\rho)}{R_\rho - 0.15} \\ \beta F_S^d &= 0.15 \alpha F_S^d \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

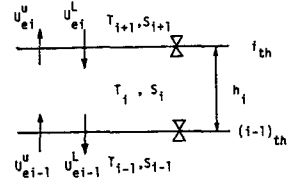


図-2 保存則の説明図

(5) 式であらわされる U_e は $U_e = (U_e^u + U_e^L)/2$ であるので (4) 式における η を用いれば U_e^u , U_e^L に関して次式が得られる。

$$U_e^u = 2\eta/(\eta+1) \cdot U_e \quad U_e^L = 2/(\eta+1) \cdot U_e \quad (7)$$

このように求められた各フラックスを用いれば、第 i 層での温度・塩分・体積に関する保存則は次式のようになる。(図-2 参照)

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} h_i T_i \\ h_i S_i \\ h_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{ei-1}^u T_{i-1} - U_{ei}^u T_i - U_{ei-1}^L T_i + U_{ei}^L T_{i+1} + F_{Ti-1}^d - F_{Ti}^d + F_{To} \delta_{ji} \\ U_{ei-1}^u S_{i-1} - U_{ei}^u S_i - U_{ei-1}^L S_i + U_{ei}^L S_{i+1} + F_{Si-1}^d - F_{Si}^d \\ U_{ei-1}^u - U_{ei}^u - U_{ei-1}^L + U_{ei}^L \end{pmatrix} \quad (8)$$

これに加えて

- (i) フロントにおいては熱伝導方程式を数値計算し、対流層発生には Turner¹⁾ の限界条件を用いる。
- (ii) フロントから上方への塩分の出入りは無視し、熱は分子拡散によって損失される。
- (iii) フロントにおいては $\alpha T_N = \beta \{S_N - S_0(d_N(t))\}$ が成立する。(T_N , S_N は第 N 層の温度と塩分濃度)

の条件のもとに (8) 式を積分すればステップ構造の時間変化が得られる。

以上の諸式を用いるにあたって次の点に留意すべきであろう。

- $R_\rho = 1$ 付近においては界面変動が大きく二層界面としての取扱いに限界がある。また (4) 式を誘導する際、平行平板間の乱れ強度に関する式を使っている点でも同様のことが言える。
- 模型実験でのフラックス則 (2) 式を用いた関係上、(6) 式には以然として κ_T , U の項が含まれており、このままの形では実水域スケールの現象にまで適用できない。

〔解析例〕

図-3 は初期分布が tanh-型の塩分成層を単位面積あたりの熱供給量 $F_{To} = 0.05 (\text{cm}^2/\text{sec})$ で加熱した場合の計算例である。上端は断熱され $R_\rho = 1.5$ で界面が消滅し、対流層が融合するとしている。図-3(a) には温度・塩分浮力分布の時間変化を、(b) には界面の位置・対流層数の時間変化を示している。比較的高濃度の濁水中間層が貯水池内に成層化している時にはこのような変曲点を有する形状を呈していると思われる。

底面加熱は表層冷却と見なせる。フロントの発達速度は中央の密度急変部で低減しており、その後増加して上端に達することがわかる。また、界面が突然消滅したり (type-A)、たがいに接近し融合する (type-B) 場合があり層数を減少させている。これら2つの対流層融合形式はこれまで観察されていたがその原因は明らかではなかった。このモデルによって type-A は層体積の減少に比較して界面での密度差の減少が大きい場合に生じ、type-B は逆に比較的大きな R_ρ を保ったままで行きにより層体積が減少する場合に生ずることがわかる。

3. 実験装置および方法

前節での解析モデルを検証するために次の二種類の模型実験を行なった。

- (1) 塩淡水二成層の底面加熱実験；密度界面での混合現象の可視観測と成層侵食過程の観測を行なう。
- (2) 連続密度成層の底面加熱実験；多段階成層の形成・発達過程を観測し、解析結果と照合する。

実験装置を図-4に示す。水槽は $20\text{cm} \times 8\text{cm} \times 40\text{cm}$

の透明アクリル製である。塩水および淡水はタンク④、③より供給される。特に連続密度成層を作成する場合においてはバルブ①を開き2つのタンクを連通させた後、タンク③内を攪拌しながら水槽内に給水した。水面底下とともに流入水は密度が増加し、2つのバルブ調節によって任意の分布形の塩分成分層が得られた。加熱は水槽底部に取り付けられたラバーヒーターに一定電圧を荷し、一定熱供給量を水平方向に一樣に与える。図-5は水槽内の貯熱量の時間変化を示したものである。ほとんど線形的に増加することがわかり、底面熱供給量はこの勾配より求めた。水面は必要に応じて断熱材で覆った。また、Case T-3は高温の対流層の厚さが大きいため側壁からの熱損失が認められる。この場合は、熱交換係数 K を用いて次式のように熱損失量 H_L を評価した。

$$H_L = \int_0^d K \{ T(z, t) - T_a \} L dz$$

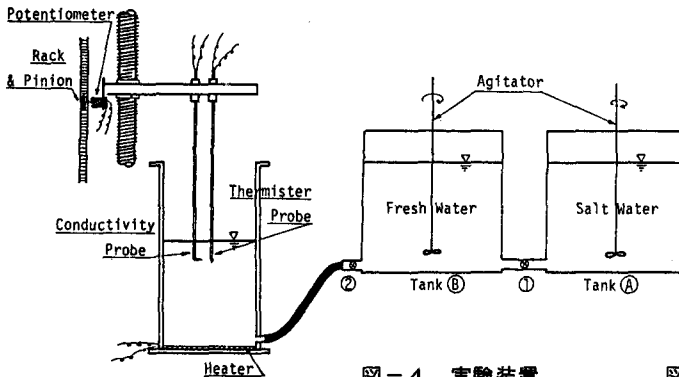


図-4 実験装置

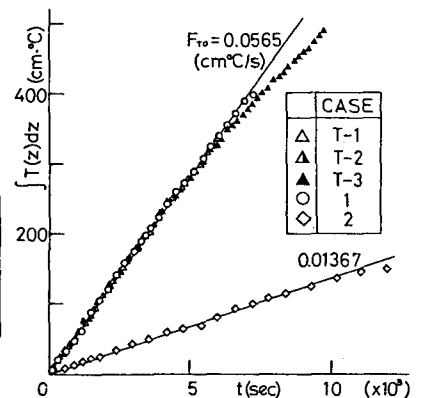
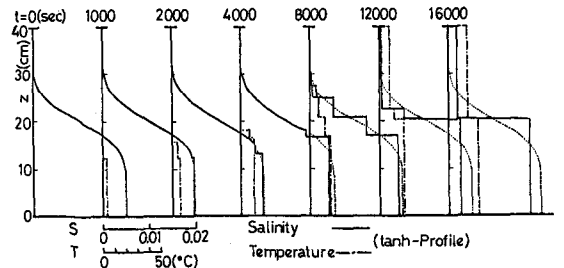
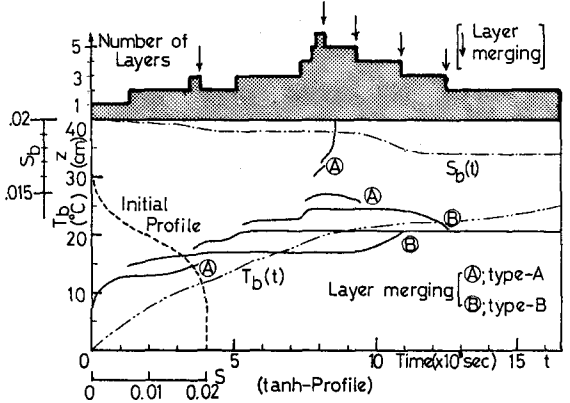


図-5 貯熱量の時間変化と底面熱供給量



(a) 温度、塩分浮力分布の時間変化



(b) 界面位置・層数の時間変化

図-3 多段階成層発達過程の計算例

ここに、 $T(z, t)$; 高さ z ・ 時間 t における水温、 T_a ; 周囲温度、 L ; 水槽の周長 である。

塩分濃度および温度の測定には、電気伝導度計・サーミスタ温度計を用い、プローブ位置はポテンショメータによって求めた。

4. 塩淡二成層の底面加熱実験

対流層内では層厚スケールの対流が生じ、また界面での混合現象は層内の乱れスケールと相関があると予想される。したがって、層厚が界面混合に与える影響を調べる意味から三種類の上・下層水深比の場合について塩淡二成層の加熱実験を行なった。加熱開始時には界面が不明瞭であるが温度の上昇とともに上・下層は一樣に混合し始め、しだいに明瞭となる。さらに加熱を続けると密度差が減少して微弱な界面変動が生じ始め、しだいにその振幅を増大させていく。やがて層内の乱れの影響で局所的かつ間歇的な連行現象が生じ始める。写真-1は上・下層等水深の場合 (Case T-1) の密度界面の様子をシャドウグラフ法で可視化したものである。写真に見られるように浮力流体が上・下方向へ激しく連行されており分子拡散によるフラックスより大きな規模および混合量を有することがわかる。またこのケースでは、上層流体が下方に取りこまれる頻度の方が高く、かつ混入塊も大きいことが観察された。さらに混合が進み有効密度差が0付近に到ると密度界面の変動が激しくなりやがて一樣に混合する。

図-6は二層界面位置の時間変化を3ケースの初期比水深に対して示したものである。同図から熱対流による成層侵食過程が明確に認められる。初期下層水深が10cm (Case T-1), 15cm (Case T-3) の場合には界面位置が時間とともに上昇していることから、上層流体が下層に取りこまれる下向きの連行の大きいことを示している。これは前述の可視観測の結果を裏づける事実である。一方、初期下層水深の小さなCase T-2 については他の2 ケースと異なり、界面がわずかに低下する傾向が見られ、上向きの連行がより卓越していることを示している。図中の実線は(8)式を積分して得られた計算値をあらわす。(3)式において $n = 1$ とおいた場合計算値が実験値に最も良く適合した。これはRichardson数の-1 乗則に相当している。界面の消滅は計算値の方が少し早い、いずれのケースも実験値と比較的良好一致しており本実験の範囲においては2 節での議論がほぼ妥当であることを示している。成層侵食は対流層体積の収支を考慮しない従来のフラックス則あるいは拡散的表現では説明し得ない現象であり、移流の物質輸送が混合現象に極めて大きな役割を果たしていることが明らかとなった。

5. 連続密度成層の底面加熱実験

図-7に示すような初期塩分濃度分布を有する2 ケースの密度成層を底面から加熱する実験を行なった。これらの結果を解析モデルの結果と比較し検討する。

図-8・9はそれぞれCase-1の温度および塩分濃度分布の時間変化

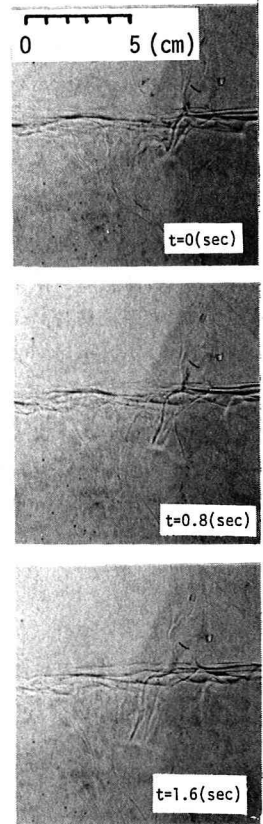


写真-1 二層界面での混合現象

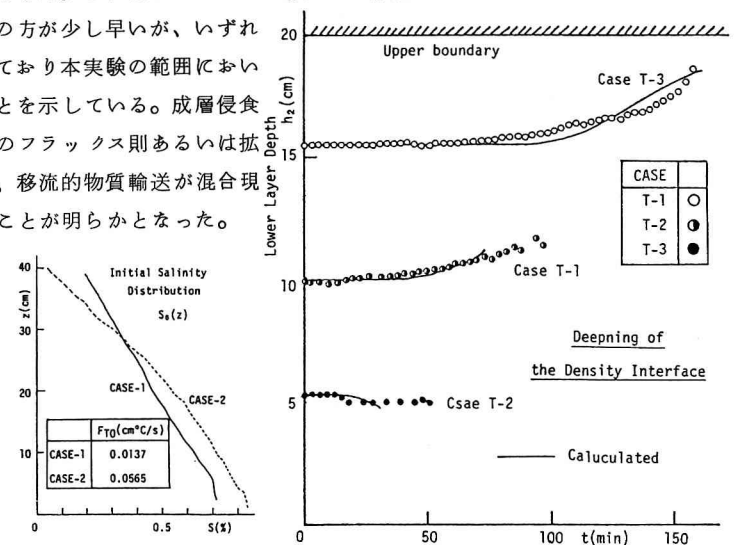


図-7 初期塩分濃度分布

図-6 界面位置の時間変化

を示す。実測値は、温度・塩分濃度ともに比較的明瞭なステップ構造を呈しており、矩型分布で模式化することはほぼ妥当であると思われる。概略の形は計算値と一致しているが界面位置の変化については少し差異が見られる。これは対流現象自体がランダム性を有する乱れであること、フロント付近の微弱な密度界面にまで二成層のフラックス則を適用することの問題、等に起因していると思われる。

図-10 はフロントおよび最下界面の位置を示す。フロント位置は実験値と計算値で比較的良く一致しており、対流層が断続的に形成されていく過程が示されている。Case-2 の方が初期分布の安定度は高いが(図-7参照) それにも増して大きな熱供給があるため(図-5参照) 対流層の発達はやい。最下界面位置については両ケースとも計算値の方が小さ目の値を示している。しかし、最下層は熱源に最も近く

乱れにともなう上層流体のとりこみが激しいため、その層厚を増大させていくことが計算値・実験値ともあらわれている。これより多段階成層においても対流による連行を考慮する必要性が認識される。

図-11 は比較的密度差の大きな最下界面での温度・塩分密度差の時間変化を Case-2 について示したものである。融合過程を繰り返しながら上昇していくため、両図に見られるように大きく波打ちながら密度差が増加していることが、実測値・計算値ともあらわれている。温度密度差についてはほぼ両者は一致しているが、塩分密度差は計算値の方が小さ目の値を示している。この原因が(2)式に起因しているのか連行速度の評価の問題であるのかは定かではない。

次に温度境界層内の温度分布を片対数紙上に示したのが図-12 である。対流層部での分布形と大きく様相が異なり、実測値・計算値のいずれもほぼ指数関数形である。計算値と実験値の比較からフロント上部では熱拡散のみ生じていることがわかる。

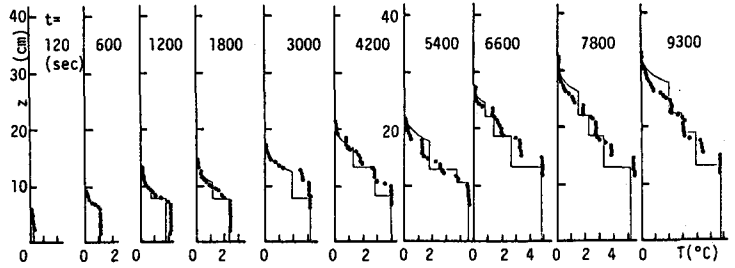


図-8 温度分布の時間変化 (Case-1)

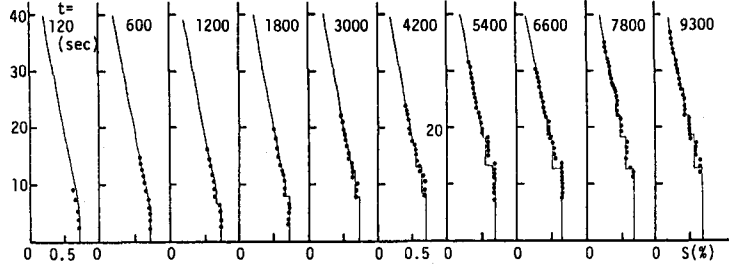


図-9 塩分濃度分布の時間変化 (Case-1)

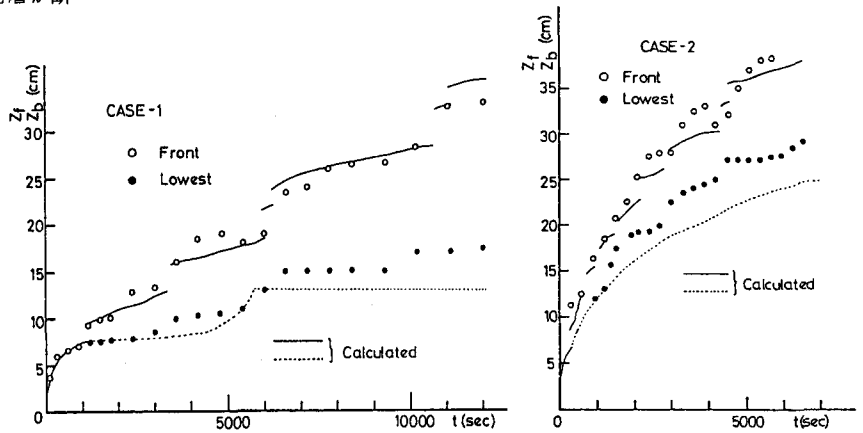


図-10 フロントおよび最下界面位置の時間変化 (Case-1, 2)

6. 結 語

Diffusive Régimeの熱-塩対流における混合特性を連行による移流的物質輸送という観点から検討した結果、以下のことが明らかになった。

(1) Diffusive Régimeの密度界

面における熱量・塩分のフラックスは分子拡散に加えて界面連行による移流的な輸送から構成され、かつそれが重要であるとの考えのもとで、熱-塩対流層での物質保存則を導いた。連続成層を底面加熱した場合の多段階成層の形成過程に対して、上記保存則の適用を試み対流層体積の増減・二種類の対流層融合形式等を定性的に明らかにすることができた。

(2) 二成層の底面加熱実験を行ない、

密度界面での水質混合現象を可視観測した。その結果、大規模な連行現象が観察され、上記の仮説が裏づけられた。同じく二成層の侵食過程に対して物質保存則を適用し、その妥当性を検証した。

(3) さらに連続成層を底面加熱する実験を行ない、多段階成層の発達過程について実験値と計算値とを比較して良好な結果を得た。

以上のように模型実験の範囲においても連行による移流的物質輸送が重要であることがわかる。実水域スケールの現象においては乱れによる輸送が拡散的

輸送に比べてより顕著になるであろうと考えられ、現象の規模を考慮した熱対流の研究が必要であることが示唆される。

なお、本研究を遂行するにあたって文部省科学研究費試験研究(1)(室田明代表)の補助を受けた。

参考文献

- 1) Turner, J.S.; J.F.M., **33**, 1968.
- 2) Huppert, H.E.; Deep Sea Res., **18**, 1971.
- 3) Linden, P.F.; Deep Sea Res., **21**, 1974.
- 4) Huppert, H.E. et al.; J.F.M., **95**, 1979.
- 5) Deardorff, J.W. et al.; J.F.M., **28**, 1967.

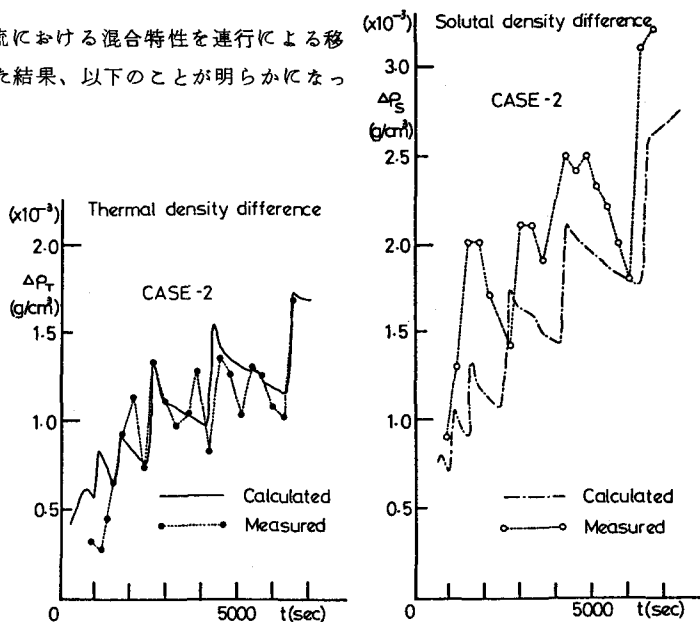


図-11 最下界面での温度・塩分密度差 (Case-2)

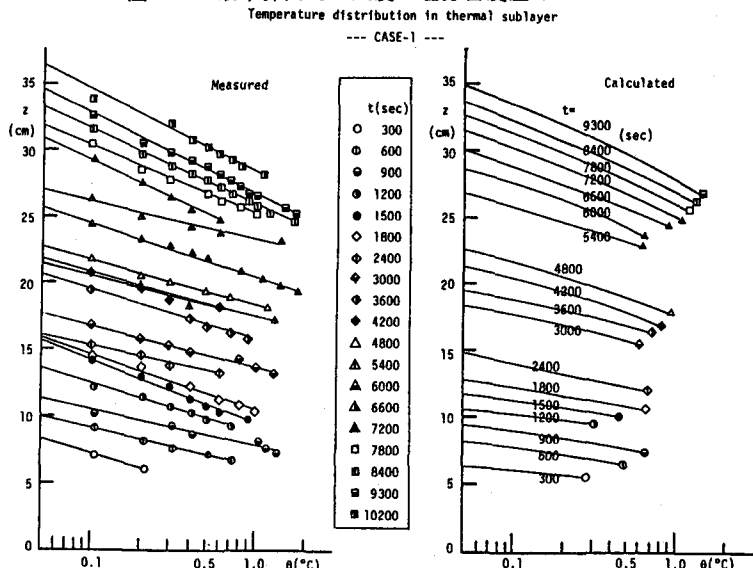


図-12 温度境界層での温度分布 (Case-1)