

密度、運動量の分散を考慮した塩水くさびの解析法について

Salt-Water Wedge with Pseudo Diffusion Terms in Mass and Momentum

東京大学工学部 正員 玉井 信行
 芝浦工業大学 正員 O 菅 和利

1. はじめに

河口密度流現象の解析においては、2層流として取り扱われることが多い。しかし多くの河川では緩混合になっていることが多く²⁾、このような現象を解析する場合には2層流としてよりも中間層の存在を考慮した3層流モデルの方がより実際に近く、優れていると思われる。玉井¹⁾は、流速分布、密度分布を考慮し運動方程式を各層で積分することにより、連行及びこれに伴う付加的な応力を考慮した積分型の運動量方程式を導いた。

本研究においては3層流モデルによるシミュレーションの前段階として、この基礎方程式を2層流に適用し、密度、流速分布の相関による見掛けの密度、運動量の分散の効果を考慮し、定常な実験について再現計算を行い、検討を行ったものである。従来の研究では、エネルギーの式を用いる須賀²⁾らの研究、又密度、流速分布形をも未知なものとして取り扱った日野、灘岡³⁾の区界積分法の研究等があるが、本研究では、実際の密度、流速分布の相似形を与えて各項のオーダー比較を行い、できるだけ複雑にならない範囲で微小項を取り入れて解析を行った。また、慣性項の相関を詳細に考えることにより、連行に伴う付加せん断力および他の分散項の内容を合理的に評価することができた。

2. 密度、運動量の分散を考慮した基礎方程式

図-1のように流速分布、密度分布を考える。界面の位置としては、簡単な量であり河川においても使えることを眼目として、密度分布より定める。密度差の90%だけ淡水より密度が増大した点を界面とする。従って、中間層は上層に含まれると考える。図-1のb, h, sはそれぞれ、底面、界面、水面の座標を示し、添字b, h, sはそれぞれの位置での諸量を示す。従って次式が成立する。

$$\rho_h = \rho_s + (\rho_b - \rho_s) \times 0.9$$

厳密な意味で成立する方程式は質量保存則と運動量保存則であるが、密度、流速の分布関数を与えると未知量はs, hの位置、 ρ_b , ρ_s , u_s , u_h の6個であるので、近似的に体積保存則が成立するとして、1, 2層で質量保存則、体積保存則、運動量保存則を用いる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} (K_x \frac{\partial C}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_z \frac{\partial C}{\partial z}) \quad (2)$$

淡い混合溶液では $\rho = \rho_0 (1 + (C - C_0)/\rho_0)$ と表わせるので式(2)の右辺は $\partial (K_x \partial \rho / \partial x) / \partial x + \partial (K_z \partial \rho / \partial z) / \partial z$ と書ける。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho w \frac{\partial u}{\partial z} = X - \frac{\partial p}{\partial x} + \rho \frac{\partial}{\partial x} (\epsilon_x \frac{\partial u}{\partial x}) + \rho \frac{\partial}{\partial z} (\epsilon_z \frac{\partial u}{\partial z}) \quad (3)$$

K_x , K_z , ϵ_x , ϵ_z はそれぞれx, z方向の渦動拡散、渦動粘性係数である。

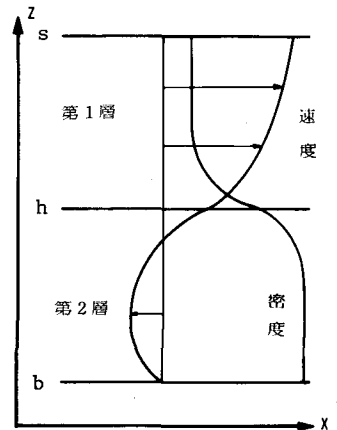


図-1 密度、流速分布

2-1 流速分布, 密度分布形

成層場での流速分布, 密度分布についての研究としては, 混合距離理論を成層場において適用した江頭⁴⁾の研究, Monin・Obukhov の相似則を適用して上層での流速分布を導いた日野⁵⁾の研究, 又上層での密度分布を拡散方程式より求めた須賀²⁾の研究がある。しかし, 塩水くさび全域にわたってこれらの結果を適用することは困難であり, 又不明な点も多いので, 本研究においては河川への適用性を考慮して相似な分布形を用いることとする。

まず第1層についての密度分布, 流速分布を次式のように記述する。

$$\rho = \rho_s + m_1'(z)(\rho_h - \rho_s), \quad u = u_s + f_1'(z)(u_s - u_h) \quad (4)$$

ここに $m_1'(z)$, $f_1'(z)$ は上層での密度, 流速分布形の相似関数である。さらに実際の演算では層平均量を用いて行うので, 速度, 密度をそれぞれの層平均量とそれからの偏差によって記述する。

$$u = U_1 + (u_s - u_h) f_1(z), \quad \rho = \rho_1 + (\rho_h - \rho_s) m_1(z) \quad (5)$$

ここに $U_1 = \int_h^s u dz / (s-h)$, $\rho_1 = \int_h^s \rho dz / (s-h)$ であり, $f_1(z)$, $m_1(z)$ は式(4)の相似分布関数 $f_1'(z)$, $m_1'(z)$ を用いて次のように記述される。

$$f_1(z) = f_1'(z) - \int_h^s f_1'(z) dz / (s-h), \quad m_1(z) = m_1'(z) - \int_h^s m_1'(z) dz / (s-h) \quad (6)$$

第2層についても第1層と同様に相似分布関数 $m_2'(z)$, $f_2'(z)$, $m_2(z)$, $f_2(z)$ を用いて分布形を記述することができる。

2-2 界面での連行現象について

界面での鉛直速度成分 $w(x, h, t)$ は

$$w(x, h, t) = \frac{\partial h}{\partial t} + u(x, h, t) \frac{\partial h}{\partial x} + w_e \quad (7)$$

と記述され, w_e は界面における鉛直連行速度を表わす。連行は両層の間で相互に生じると考え, 第1層から第2層への移動速度を w_{e12} , その逆の場合を w_{e21} と書く。このように2方向の連行を考えた場合には, w_{e12} と w_{e21} とは独立に平均流速と関係付けるのが順当と考えられ, 経験的な連行係数をを用いて次のように表わされるものとする。

$$w_e = w_{e12} - w_{e21} = E|U_1| - E|U_2| \quad (8)$$

また質量保存則においては各層の平均密度で流体塊を代表させ, 次式を用いる。

$$\rho w_e = \rho_1 w_{e12} - \rho_2 w_{e21} \quad (9)$$

2-3 渦動粘性項, 渦動拡散項について

x 方向の渦動粘性項の積分量はオーダー比較によると, 慣性項の積分より出現する見掛けの運動量の輸送項に比して小さいので無視することとする。 z 方向の渦動粘性項の積分量は, 界面あるいは底面でのせん断応力として, 慣用的な抵抗係数を用いて記述する。渦動拡散項は, 水面からの空中への塩分の放出はなく, 界面での輸送は連行型で記述するので省略することとする。

2-4 積分形で記述した基礎方程式

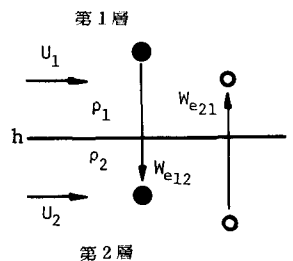


図-2 界面連行現象

2-1, 2-2, 2-3において記述した条件下で体積保存則, 質量保存則, 運動量保存則を図-1の各層にわたって積分を行うと以下の式が得られる。

第1層に関する積分型基礎方程式

$$\frac{\partial h_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(U_1 h_1) = E(|U_1| - |U_2|) \quad (10)$$

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + U_1 \frac{\partial \rho_1}{\partial x} + \frac{I_1}{h_1} \frac{\partial}{\partial x}(\Delta \rho_1 \Delta u_1 h_1) = \frac{\rho_2 - \rho_1}{h_1} E|U_1| \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_1}{\partial t} + U_1 \frac{\partial U_1}{\partial x} = & \frac{1}{\rho_1 h_1} \left[-\frac{1}{2} g \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 h_1^2) - g \frac{\partial}{\partial x}(\lambda_1 \Delta \rho_1) - \rho_1 g h_1 \frac{\partial h}{\partial x} \right. \\ & - \frac{\rho_2}{\rho_1 h_1} (U_1 - U_2) E|U_1| - \frac{1}{2 h_1} f_i |U_1 - U_2| (U_1 - U_2) \\ & \left. - \frac{1}{\rho_1 h_1} \left[I_1 \frac{\partial}{\partial t} (h_1 \Delta \rho_1 \Delta u_1) + I_1 U_1 \frac{\partial}{\partial x} (h_1 \Delta \rho_1 \Delta u_1) + 2 I_1 h_1 \Delta \rho_1 \Delta u_1 \frac{\partial U_1}{\partial x} \right. \right. \\ & \left. \left. + I_2 \frac{\partial}{\partial x} (\rho_1 h_1 \Delta u_1^2) + I_3 \frac{\partial}{\partial x} (h_1 \Delta \rho_1 \Delta u_1^2) \right] \right] \quad (12) \end{aligned}$$

第2層に関する積分型基礎方程式

$$\frac{\partial h_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(U_2 h_2) = -E(|U_1| - |U_2|) \quad (13)$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + U_2 \frac{\partial \rho_2}{\partial x} + \frac{II_1}{h_2} \frac{\partial}{\partial x}(\Delta \rho_2 \Delta u_2 h_2) = -\frac{\rho_2 - \rho_1}{h_2} E|U_2| \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_2}{\partial t} + U_2 \frac{\partial U_2}{\partial x} = & \frac{1}{\rho_2 h_2} \left[-\frac{1}{2} g \frac{\partial}{\partial x}(\rho_2 h_2^2) - g \frac{\partial}{\partial x}(\lambda_2 \Delta \rho_2) + h_2 \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 g h_1) \right. \\ & - \rho_2 g h_2 \frac{\partial b}{\partial x} + \frac{\rho_1}{\rho_2 h_2} E|U_2| (U_1 - U_2) \\ & + \frac{\rho_1}{2 \rho_2 h_2} f_i |U_1 - U_2| (U_1 - U_2) - \frac{f_b}{2 h_2} |U_2| U_2 \\ & \left. - \frac{1}{\rho_2 h_2} \left[II_1 \frac{\partial}{\partial t} (\Delta \rho_2 \Delta u_2 h_2) + II_1 U_2 \frac{\partial}{\partial x} (\Delta \rho_2 \Delta u_2 h_2) + 2 II_1 \Delta \rho_2 \Delta u_2 h_2 \frac{\partial U_2}{\partial x} \right. \right. \\ & \left. \left. + II_2 \frac{\partial}{\partial x} (\rho_2 h_2 \Delta u_2^2) + II_3 \frac{\partial}{\partial x} (h_2 \Delta \rho_2 \Delta u_2^2) \right] \right] \quad (15) \end{aligned}$$

ここに, $I_1, I_2, I_3, II_1, II_2, II_3$ は分布関数に関する係数項で次式で表わされる。

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_0^1 m_1 f_1 d\eta_1, \quad I_2 = \int_0^1 f_1^2 d\eta_1, \quad I_3 = \int_0^1 m_1 f_1^2 d\eta_1 \\ II_1 &= \int_0^1 m_2 f_2 d\eta_2, \quad II_2 = \int_0^1 f_2^2 d\eta_2, \quad II_3 = \int_0^1 m_2 f_2^2 d\eta_2 \end{aligned} \quad (16)$$

$$\eta_1 = \frac{z-h}{s-h}, \quad \eta_2 = \frac{z-b}{h-b}$$

λ_1, λ_2 は密度係数であり, h_1, h_2 はそれぞれ第1層, 第2層の層厚である。又 f_i, f_b は界面, 底面での抵抗係数である。

$$\Delta \rho_1 = \rho_h - \rho_s, \quad \Delta \rho_2 = \rho_b - \rho_h, \quad \Delta u_1 = u_s - u_h, \quad \Delta u_2 = u_h$$

$$\lambda_1 = \int_h^s \int_z^s m_1(z) dz dz, \quad \lambda_2 = \int_b^h \int_z^h m_2(z) dz dz$$

式(11), (14)の分布係数の掛った項は, 見掛けの密度の拡散を, 式(12), (14)の分布係数の掛った項は, 運動量の見掛けの分散による付加応力を評価した項である。又式(12)中の右辺第4項は連行に伴う付加せん断力を評価したものである。従来のエネルギー方程式において連行による付加摩擦係数として $2E$ を f_i に加えて連行による付加せん断力を評価しているが, 式(12)の右辺第4項において $U_2 = 0$ のときのみ $f_{ie} = 2E$ となることが分かる。また $U_2 = 0$ のときには連行による下層への付加応力を示す式(14)の右辺第5項 $= 0$ となり, $f_i' = f_i + 2E$ の抵抗係数 f_i' を第1, 第2層の抵抗係数として用いる従来の方法は妥当でないことを示している。さらに, これらの式は見掛けの密度の拡散, 運動量の分散による付加応力等も表現されており, 従来の式では未だ不十分であったことが分かる。

3. 具体的な相似分布関数による基礎方程式の書き直し

密度流現象では式(10)~(13)の各項は総じて微小であり, 分散項の働きは重要であると考えられる。しかし, 実用的観点より, 余り複雑だと得策でないので, 実際の分布形を用いて各項のオーダー比較を行い計算に用いる際の基礎式を定める。

定常実験, 現地観測資料より図-3(a)のように, 中間層が第1層の下部1割を占めるとし, これより上層では密度は一樣, 第2層ではその厚さの半分までは密度は一樣とした。流速分布は図-3(b)のように上層では乱流として, $0.1h_1$ より上層では一樣, それより界面までの間では直線的に減少し界面で u_h に一致, 下層は $\eta_2 = 1$ で $u = u_h$, $\eta_2 = 0$ で $u = 0$, $\eta_2 = 0.78$ で $u = 0$ の条件で2次曲線を当てはめた。関数形は次式となる。

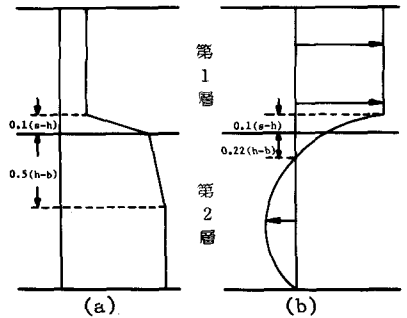


図-3 密度分布, 流速分布

$$m_1(\eta_1) = \begin{cases} 0.95 - 1.0\eta_1 & 0 \leq \eta_1 \leq 0.1 \\ -0.05 & 0.1 \leq \eta_1 \leq 1.0 \end{cases}$$

$$f_1(\eta_1) = \begin{cases} -0.95 + 1.0\eta_1 & 0 \leq \eta_1 \leq 0.1 \\ 0.05 & 0.1 \leq \eta_1 \leq 1.0 \end{cases}$$

$$m_2(\eta_2) = \begin{cases} 1.25 - 2\eta_2 & 0.5 \leq \eta_2 \leq 1.0 \\ 0.25 & 0 \leq \eta_2 \leq 0.5 \end{cases}$$

$$f_2(\eta_2) = 4.545\eta_2^2 - 3.545\eta_2 + 0.258$$

(17)

式(17)の分布関数を用いて分布係数 $I_1, I_2, I_3, \Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$ を計算し, 式(10)~(13)の見掛けの分散項のオーダー比較より, 移流項, 慣性項, 連行項に5%以上の寄与をする項以外は微小として省略する。定常場合についての基礎方程式が以下のように得られる。河口外での考察も行うので幅の変化 $\partial B / \partial x$ を取り入れておく。

$$U_1 \frac{\partial h_1}{\partial x} + h_1 \frac{\partial U_1}{\partial x} = E(|U_1| - |U_2|) - \frac{h_1 U_1}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \quad (18)$$

$$U_1 \frac{\partial \rho_1}{\partial x} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{h_1} E|U_1| \quad (19)$$

$$U_1 \frac{\partial U_1}{\partial x} + \frac{\partial h_1}{\partial x} (1.0762g - 0.0762 \frac{\rho_2}{\rho_1} g) + g \frac{\partial h_2}{\partial x} + \frac{\partial b}{\partial x} + 0.5381 \frac{gh_1}{\rho_1} \frac{\partial \rho_1}{\partial x} - 0.0381 \times$$

$$\frac{gh_1}{\rho_1} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} + \frac{f_i}{2h_1} (U_1 - U_2)|U_1 - U_2| + \frac{\rho_2}{\rho_1 h_1} (U_1 - U_2) E|U_1| = 0 \quad (20)$$

$$U_2 \frac{\partial h_2}{\partial x} + h_2 \frac{\partial U_2}{\partial x} = -E(|U_1| - |U_2|) - \frac{h_2 U_2}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \quad (21)$$

$$U_2 \frac{\partial \rho_2}{\partial x} = -\frac{(\rho_2 - \rho_1)}{h_2} E |U_2| - 0.0533 U_2 \frac{\partial \rho_2}{\partial x} + 0.0533 U_2 \frac{\partial \rho_1}{\partial x} - 0.0533 (\rho_2 - \rho_1) \frac{\partial U_2}{\partial x} \\ - 0.0533 (\rho_2 - \rho_1) \frac{U_2}{h_2} \frac{\partial h_2}{\partial x} \quad (2)$$

$$(6.95 U_2 + 5.192 \epsilon) \frac{\partial U_2}{\partial x} + \frac{\partial h_1}{\partial x} (1 - \epsilon) g + (g + 2.975 \frac{U_2^2}{h_2} + 2.596 \frac{\epsilon U_2^2}{h_2} + 0.00336 \epsilon g) \\ + \frac{\partial \rho_1}{\partial x} (\frac{g h_1}{\rho_2} + \frac{0.00336 g h_2}{\rho_2} - 2.596 \frac{U_2^2}{\rho_2}) + \frac{\partial \rho_2}{\partial x} (0.50336 \frac{g h_2}{\rho_2} + 5.571 \frac{U_2^2}{\rho_2}) + g \frac{\partial b}{\partial x} \\ + \frac{f_b}{2 h_2} |U_2| U_2 - \frac{\rho_1 f_i}{2 \rho_2 h_2} (U_1 - U_2) |U_1 - U_2| - \frac{\rho_1}{\rho_2 h_2} E |U_2| (U_1 - U_2) = 0 \quad (3)$$

ここに $\epsilon = (\rho_2 - \rho_1) / \rho_1 \div (\rho_2 - \rho_1) / \rho_2$, B は流れの幅である。

式(2)~(3)より微係数について整理を行う。又第1層, 第2層についての密度フルード数 F_1, F_2 を $F_1 = U_1 / \sqrt{\epsilon g h_1}$, $F_2 = U_2 / \sqrt{\epsilon g h_2}$ と定義する。

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial x} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{U_1 h_1} E |U_1| \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial x} = 0.95 \left[\frac{0.0533 (\rho_2 - \rho_1)}{U_1 h_1} E |U_1| + \frac{0.0533 (\rho_2 - \rho_1)}{U_2 h_2} E (|U_1| - |U_2|) - \frac{\rho_2 - \rho_1}{U_2 h_2} E |U_2| \right] \quad (5)$$

$$\frac{\partial h_1}{\partial x} = \frac{K_1 \times K_2 - K_3}{K_1 \times (\epsilon F_1^2 - 1 + 0.0762 \epsilon) + 1 - \epsilon} \quad (6)$$

$$\frac{\partial h_2}{\partial x} = -K_2 + \frac{(K_1 \times K_2 - K_3)(\epsilon F_1^2 - 1 + 0.0762 \epsilon)}{K_1 \times (\epsilon F_1^2 - 1 + 0.0762 \epsilon) + 1 - \epsilon} \quad (7)$$

$$\frac{\partial U_1}{\partial x} = \frac{E (|U_1| - |U_2|)}{h_1} - \frac{U_1}{h_1} \frac{K_1 \times K_2 - K_3}{K_1 \times (\epsilon F_1^2 - 1 + 0.0762 \epsilon) + 1 - \epsilon} \quad (8)$$

$$\frac{\partial U_2}{\partial x} = -\frac{E}{h_2} (|U_1| - |U_2|) - \frac{U_2}{h_2} \left[-K_2 + \frac{(K_1 \times K_2 - K_3)(\epsilon F_1^2 - 1 + 0.0762 \epsilon)}{K_1 \times (\epsilon F_1^2 - 1 + 0.0762 \epsilon) + 1 - \epsilon} \right] \quad (9)$$

ここに K_1, K_2, K_3 は以下の関数を示す。

$$K_1 = 1 - 2.596 \epsilon^2 F_2^2 - 3.985 \epsilon F_2^2 + 0.00336 \epsilon$$

$$K_2 = \frac{U_1}{g h_1} E (|U_1| - |U_2|) - \frac{U_1^2}{g B} \frac{\partial B}{\partial x} + \frac{\partial b}{\partial x} + \frac{f_i}{2 g h_1} |U_1 - U_2| (U_1 - U_2) + \frac{\rho_2}{\rho_1 g h_1} (U_1 - U_2) E |U_1| \\ + 0.5381 \epsilon E \frac{|U_1|}{U_1} - 0.036 [0.0533 \epsilon E \frac{|U_1|}{U_1} + 0.0533 \frac{\epsilon h_1}{U_2 h_2} E (|U_1| - |U_2|) - \frac{\epsilon h_1}{h_2 U_2} E |U_2| \\ + 0.0533 \frac{\epsilon h_1}{B} \frac{\partial B}{\partial x}]$$

$$K_3 = \frac{\epsilon E |U_1|}{U_1} + 0.00336 \frac{h_2 |U_1|}{h_1 U_1} \epsilon E - 2.596 \frac{\epsilon^2 h_2 |U_1|}{U_1 h_1} \epsilon F_2^2 + \frac{\partial b}{\partial x} + \frac{f_b}{2 g h_2} U_2 |U_2| \\ - \frac{\rho_1 f_i}{2 \rho_2 g h_2} |U_1 - U_2| (U_1 - U_2) - \frac{\rho_1}{\rho_2} E |U_2| (U_1 - U_2) - \frac{U_2}{g h_2} \left[E (U_1 - U_2) + \frac{U_2 h_2}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \right] \times (6.95 + 5.192 \epsilon) \\ + \frac{1}{1.0533} (0.497 \frac{h_2}{\rho_2} + 5.571 \frac{U_2^2}{\rho_2 g}) \times [0.0533 \frac{\rho_2 - \rho_1}{U_1 h_1} E |U_1| + 0.0533 \frac{\rho_2 - \rho_1}{U_2 h_2} - \frac{U_2 h_2}{B} \frac{\partial B}{\partial x} - \frac{\rho_2 - \rho_1}{U_2 h_2} E |U_2|]$$

(3)

下流端での境界条件を与えて式(4)~(9)を連立して計算を行う。

4. 支配断面での水理条件

下流端での境界条件について須賀は内部ジャンプ渦との関連において $F_1=1$ の点の出現する位置を支配断面としており、この点は河口最狭部より海側に存在し、安定していることを実験より示している。この $F_1=1$ の条件は、従来のエネルギー式での $\partial h / \partial x$ の分母 $= 0$ より得られるものである。式(2)において分母、分子 $= 0$ が支配断面での条件であり、このときの水理量の間に成立つ関係を求める。

式(2)の分母 $= 0$ より ϵ^2 のオーダーを無視すると次式が得られる。

$$F_1^2 = \frac{-3.985 F_2^2 - 2.9 \epsilon F_2^2 + 0.93}{1 - 3.985 \epsilon F_2^2 + 0.00336 \epsilon} \quad (3)$$

下層の流量は連行に伴う補償流のみであるので、 F_2^2 は微小であるとし無視すると、 $F_1=0.96$ が得られる。式(3)の結果は図-3(a)のような密度分布形の場合での関係式であるが、支配断面の近傍では、混合が激しく、この場合には上層の密度分布形は、界面から水面に直線的に変化する分布形に近くなると考えられる。このような場合について、式(3)と同様な関係式を求め $F_2=0$ とすると $F_1=0.91$ が得られる。

河口部において $F_1=1$ の条件を用いて解析を行うことが多いが、須賀²⁾による実験及び利根川での実測によると、 $F_1=1$ の位置は河口より少し海に出た所にあり、又この付近で内部ジャンプが生じていることが知られている。式(3)及び混合が激しいとして得られる結果 $F_1=0.9 \sim 0.96$ の値は、見掛の分散を考慮した式(3)から得られる支配断面での条件である。 $F_1=1$ の内部ジャンプの生じる位置はこの条件の生じる位置より海側であることを示しており、現象と傾向的には一致している。この支配断面の位置は分子 $= 0$ から求めることができる。式(2)の分子はこのままでは複雑であるので、海洋部及び河口近くでは $U_2 \neq 0$ 、下層密度の縦断勾配 $\partial \rho_2 / \partial x$ は小さいと予測されるので無視する。すると次式が得られる。

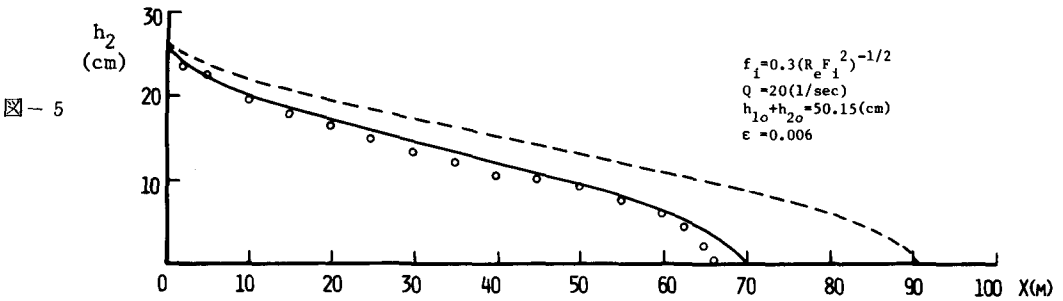
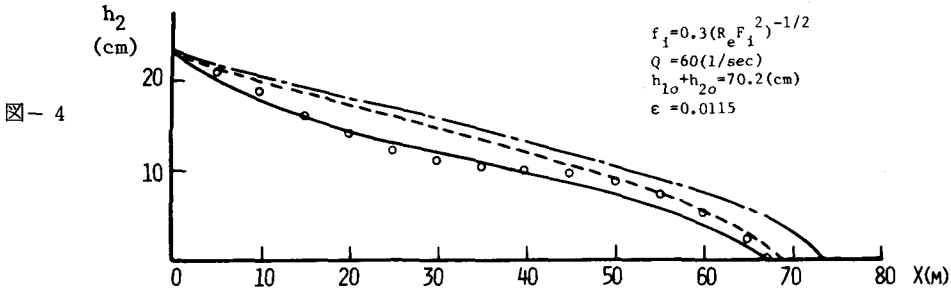
$$E(2F_1^2 + \epsilon F_1^2 - 0.00336 \frac{h_2}{h_1} - 0.46) - \frac{h_1}{B} \frac{\partial B}{\partial x} F_1^2 + \frac{f_1 F_1^2}{2} \left[1 + (1 - \epsilon) \frac{h_1}{h_2} \right] = 0 \quad (4)$$

河口流出の拡がりについてのポテンシャル流としての解析、あるいは実測の資料より $\partial B / \partial x$ を便宜的に決めて支配断面の出現位置を求めることができる。又この場合には水面は水平である条件を用いる必要があるが、河口では水面勾配は必ずしも小さくなく、この付近での界面勾配を求める際には $\partial s / \partial x \approx -\partial b / \partial x$ とすることは妥当ではないが、式(4)の h_1 / h_2 の関係を求める場合にはさしつかえないと思われる。従って式(4)と $F_1^2=0.9$ より支配断面の位置を計算することができる。須賀の実験によると内部ジャンプの位置と、 dB/dx との間には強い相関があり、又式(4)を用いて支配断面の位置を試算した場合にも dB/dx の取り方によって、結果が変化する。現時点では、河口流出の $\partial B / \partial x$ を正確に予測することが困難であるので、式(4)を用いて支配断面位置を求めることは任意性を帯びることとなり、又不明な点も多いので妥当ではない。そこで現段階では、河口あるいは河口幅程度沖合の範囲に支配断面の位置があり、その付近では混合が激しく密度フルード数は 0.9 であるとして取り扱うこととする。又境界での U_1 は河川流量より決定し、 ρ_2 は海水の密度を与え、 ρ_1 としては清水に海水が $1 \sim 2\%$ 混入した密度を与え、 h_2 は水面が水平の条件より求め、 U_2 については式(4)を参考にしながら適当な量を与える。このような境界条件の下で、くさび先端で U_2 が消失するように (10^{-2} cm 程度)、又ある位置における h_1 、 U_1 、 ρ_1 等の既知量がある場合にはそれらと合致するように試算を行う。

5. 定常計算

基礎方程式の適用性を検討するために式(2)～(4)を4節の支配断面での水理条件を用いて連立して計算を行い、土木研究所の大型水路での定常実験との比較を行った。計算の手法は4次のRunge-Kutta法と予測子修正子法とを併用した陰解法を用いた。計算結果を示したのが図-4、5である。図中実線は本方法による計算結果、破線は従来の方法において連行を考慮した結果、又1点鎖線は従来の方法において連行を考慮し

ない結果をそれぞれ示したもので白丸印が密度分布より求めた実測の界面位置を示す。図-4のケースでは流量が大きく、水路末端部での密度フルード数が小さくこの場合には海での条件が満たされておらず、支配断面の位置はかなり海側に寄る傾向にあるので、水路下流端での実測水理条件を与えて計算を行ったものである。図-5は、流量が比較的小さく、実験水路においても海の条件に近い状態が再現されていると思われるので、4節での境界条件を用いて計算を行った結果である。図-4、5から分るように、従来の方法よりも実測値に良く合っており、上層、下層での縦断方向の密度の変化及び連行に伴う付加応力、下層での流速、見掛けの分散等を考慮した本方法は優れていると思われる。



6. 結論

- 1) 流速分布、密度分布の相似形を仮定し、運動量保存則を各層について積分することにより、見掛けの分散による付加応力及び連行に伴う付加応力の項を導き、界面でのせん断応力と同時に考慮した基礎式を導いた。
- 2) 具体的な分布関数により各項の係数を決定し、オーダー比較により実際の計算を行う基礎方程式を決定し、その式より支配断面での水理条件として $F_1 = 0.9$ を得た。
- 3) 界面での連行量を各層毎の独自の連行量の総和として記述することにより、連行に伴う付加応力の内容がより明確にされた。
- 4) 定常な場合について数値計算を行い、従来の方法との比較より、本方法は実際現象を良く表わし、優れていることが示された。

参考文献

- 1) 玉井信行：連行を考慮した漸変成層流の基礎方程式，土木学会論文報告集，投稿中
- 2) 須賀堯三：感潮河川における塩水くさびの水理に関する基礎的研究，土木研究所資料，1537号，1979
- 3) 日野幹雄：密度流の流速分布および界面抵抗について，第23回水理講演会論文集，1979
- 4) 江頭進治：密度成層場の流れと混合機構に関する基礎的研究，京都大学学位論文，1980
- 5) 日野幹雄，灘岡和夫：区界積分法による塩水くさびの一般解法(1)，第24回海岸工学講演会論文集，1977