

## 開水路流れ壁面領域における乱流構造の空間的特性

The spatial structure of the wall layer in an turbulent open channel flow

徳山 高 専 正 員 大 成 博 文  
徳山 高 専 正 員 ○佐 賀 孝 徳  
山口大学工学部 正 員 斎 藤 隆

### 1. 概 説

開水路流れの乱流構造は、せん断乱流を基本形式とした多重構造性を有する流れであり、最近、水深、水路幅等の外部パラメーターによって規定づけられた「大規模乱流構造」に関する究明のみならず、壁面付近の乱流構造に関する究明の必要性が明らかとなってきている。<sup>1)</sup>

その壁面領域内の乱流構造において最も重要なもののひとつが bursting 現象である。それは、bursting 現象が乱れの発生機構に直接関係する現象であり、壁面領域内の乱流構造の組織性を主要に担っていることからでもある。bursting 現象の最も基本的特徴は、それが一連の「組織性」を有する流れ構造であるとともに、「ランダム」に発生するという、いわば乱流現象の本質である「秩序性」と「偶然性」を同時に合わせ持つ二重構造性を有する点にあり、この高次の複雑性は現象理解の大きな障壁となっている。

bursting 現象に関する研究は、<sup>2)~4)</sup> kline らの一連の研究に始まるが、その後も数多くの研究者によって精力的に行なわれ、その ejection, sweep といった「組織性」、「三次元構造」、外部領域の流れに規定された「周期性」、レイノルズ応力への「寄与率」、組織乱流との「相互関係」等についての解明がなされてきている。<sup>5)~8)</sup> しかし、依然として未解明の部分も多く、その発生因、横断方向の組織構造、組織乱流との詳細な相互関係等の重要な課題が残されている。

本研究は、bursting 現象の横断方向構造に注目し、壁面領域内の乱流構造の空間的組織性を究明することを主要な目標としている。その手法は、可視化法を中心としたものであるが、コンデンスミルク法を改良した可視化法をはじめとして、従来のいくつかの方法を適用し、より詳細な現象理解に努めた。本論は、従来の bursting 現象に関する研究結果と本可視化法の結果を比較検討するとともに、ビデオカメラによる現象観察結果をその柱としている。

### 2. 壁面領域における乱流構造の可視化

#### 2.1 実験の主旨

<sup>9)</sup> Brodkey は、今日の乱流研究が第三期の構造的研究の時代に突入しているとして、いくつかの新しい視点の必要性を指摘しているが、筆者らは、それらの視点に学び、本研究において立体視法および可視化と流速計測の同時併用を用いている。

さて、本研究の目的は、可視化法を用いて開水路流れにおける壁面領域内の乱流構造を解明する事にあるが、それにはいくつかの問題点が存在する。その第一は、壁面領域内には、粘性底層、バッファー層、対数領域の一部という三様の流れ構造が存在し、従来のトレーサー法を用いた可視化法ではより詳細なそれぞれの層間の流体移動を含めた立体的挙動を明らかにすることが、かなり難かしい点である。第二は、平面的な水路床全体にわたる可視化法が従来の方法では、十分ではないと思われることである。しかも、この平面的可視化法は、バッファー層付近で横断方向も含めた水路床全体の空間で行なわれることが望ましく、従来多く用いられている水素気泡法では、流れの急激な混合、拡散作用に水素気泡の上昇成分が加わり、流下方向に安定した状態での可視化が困難である。第三は、発生・発達・消滅を繰り返す乱流構造の相互作用を連続的に追跡してゆくには、かなり高度な技術が要求される点である。

壁面領域の乱流構造を理解しようとする際には、常にこれら三つの困難が存在しており、より現象理解の

ためには、これらの困難を克服する事が、当然の事ながら必要条件となる。前述のように、bursting現象の特徴は、壁面領域内でのその構造が一定の組織性を有し、しかもその発生が時間的にも空間的にもランダムである点にある。これらは、固定点での条件付検出法の根拠ともなっている点であるが、同様の根拠は可視化法にも当てはまる。すなわち、三次元的組織構造の解明には、バッファー層付近のより立体的な可視化法が必要であり、ランダム性に関しては、水路床壁面全体の空間にわたる可視化法の確立が要求される。

筆者らは、これらの必要条件にある程度応えうる方法として、従来のコンデンスミルク法を改良した可視化法を確立し、その妥当性について検討を行なってきた<sup>10),11)</sup>。しかし、この可視化法が上記の必要条件に対しては利点でありえても、他の流れ構造の反映に関しては欠点となりうる場合も存在する。その意味からも、可視化法の適用限界について、厳密な検討が要求される。しかも対象とする流れ場において、それぞれ採用する可視化法の利点と欠点が明確にされねばならない。

## 2.2 実験装置および実験方法

実験水路は、幅60cm、深さ15cm、長さ10mの総透明アクリル樹脂製であり、路床勾配は、1/500である。実験条件を表-1に示す。

本研究における主要な方法は可視化法であり、なかでもコンデンスミルク法を改良した可視化法を中心としている。筆者らは、便宜上この改良可視化法を「AMD法」と呼んでいる。AMDとは、トレーサーとして用いるアルミ粉、コンデンスミルク、染料の頭文字をとったものであり、AMD液は、それぞれ三者の混合液(比重1.04)のことである。このAMD法は、従来の方法と比較していくつかの積極面を有している。その最も特徴的な利点のひとつは、混合された三つのトレーサーが個々に自分の持ち場で流れ構造の可視化に貢献し、流体中では、従来の方法よりも流れ場全体をより立体的に広い範囲にわたって可視化できる点にある。すなわちコンデンスミルクの水溶液が流脈的表現を可能とし、一方でアルミ粉がその流脈の立体化に貢献し、染料はその立体化の濃淡を識別しやすくするというそれぞれの役割が演じられている。

従来、これら三者の方法は、乱流境界層<sup>12)</sup>、turbulent spot<sup>18)</sup>等の方法でよく用いられている方法であり、本方法は、それらの利点を同時に抽出しようとしたものである。コンデンスミルクの水溶液を用いる方法が乱流境界層の解明に有効であるのは最近の林らの研究<sup>14)</sup>によっても示されている。

第二は、定常流内に注入するAMD液の粘性と比重をわずかに大きくする事によって、壁面近傍の広範囲にわたって薄い膜を形成させ、平均流とともにそれが流下してゆくことを可能とさせる点にある。また、このAMD液の注入量の調節を行なう事により、AMD液の壁面近傍での厚さをある程度変化させることができ、粘性底層外端、buffer層外端といった可視化の情報を得たい平面での流下方向および横断方向に可視化ができる点もそのひとつと言えよう。

しかし、AMD液の注入量が極端に増加すると、もはや別の二層流の流れへと移行することから、流体塊の運動によってAMD液がはがれ、壁面が露出する部分が存在する範囲をその適用範囲の目安とした。また、従来の水素気泡法とAMD法との比較検討を同一流れ条件下で

表-1 実験条件および各ケース記号

| Case | U <sub>m</sub><br>cm/s | H<br>cm | U <sub>k</sub><br>cm/s | Re   | R <sub>x</sub> | Mark |
|------|------------------------|---------|------------------------|------|----------------|------|
| 1    | 6.01                   | 4.49    | 0.47                   | 2608 | 204            | ○    |
| 2    | 4.28                   | 6.30    | 0.56                   | 2608 | 341            | ○    |
| 3    | 6.95                   | 3.88    | 0.69                   | 2608 | 259            | ○    |
| 4    | 5.76                   | 6.70    | 0.57                   | 3732 | 369            | ○    |
| 5    | 7.78                   | 4.96    | 0.76                   | 3732 | 365            | ○    |
| 6    | 4.53                   | 8.52    | 0.50                   | 3732 | 412            | ○    |
| 7    | 4.53                   | 11.01   | 0.60                   | 4633 | 614            | ○    |
| 8    | 6.23                   | 7.69    | 0.63                   | 4633 | 469            | ○    |
| 9    | 3.85                   | 12.45   | 0.55                   | 4633 | 662            | △    |
| 10   | 5.06                   | 9.46    | 0.41                   | 4633 | 375            | △    |
| 11   | 7.04                   | 6.81    | 0.73                   | 4633 | 480            | △    |
| 12   | 3.90                   | 5.94    | 0.48                   | 2106 | 259            | ▽    |
| 13   | 7.10                   | 5.14    | 0.62                   | 2807 | 245            | ▽    |
| 14   | 7.22                   | 5.11    | 0.84                   | 2838 | 330            | ▽    |
| 15   | 10.92                  | 5.05    | 0.67                   | 4242 | 260            | △    |
| 16   | 8.33                   | 4.26    | 0.46                   | 3226 | 178            | □    |
| 17   | 9.28                   | 5.12    | 0.61                   | 4319 | 284            | □    |
| 18   | 6.80                   | 6.98    | 0.65                   | 4319 | 413            | □    |
| 19   | 5.90                   | 6.36    | 0.47                   | 3411 | 271            | □    |
| 20   | 5.10                   | 3.32    | 0.36                   | 1539 | 109            | □    |
| 21   | 6.58                   | 4.33    | 0.38                   | 2590 | 150            | □    |
| 22   | 3.94                   | 5.77    | 0.48                   | 2067 | 252            | ■    |
| 23   | 7.93                   | 5.82    | 0.82                   | 3550 | 367            | ■    |

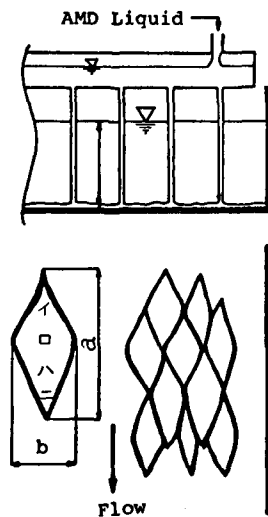


図-1 AMD液注入装置およびAMD形状の平面モデル

試み、それぞれの利点、欠点を導いた。各ケースの平均AMD厚さは1～2mm程度である。AMD法の注入方式について、図-1に示す。AMD注入器は、流下開始より1mの所に設定し、可視化および流速計測の地点は上流から7m付近である。

### 2.3 AMD鱗形状の評価における留意点

壁面領域内の乱流構造をAMD法によって可視化する場合、その評価にはいくつかの留意点が必要である。写真-1, 2, 3は、それぞれ異なる拡大率で可視化されたAMD鱗形状を示すものである。それらから壁面領域内の種々の乱流構造の複雑な瞬間的反映が読みとれる。筆者らは、これらの各種の空間的組織性が、各種各規模の渦の発生・発達・消滅というひとつの歴史的過程を経ながら、三次元的に運動してゆく過程で形成されると予測している。そこで、その解明のために以下のような段階的照査を踏まえることが重要と思われる。

(I) AMD鱗形状の全体的特徴の解明、AMD鱗形状の長さスケールの評価、水理条件および可視化条件の変化によるAMD鱗形状の挙動の解明、同一流れ条件下でのAMD法と従来の可視化法（本論では主として水素気泡法）との比較検討。

(II) AMD鱗形状の個々についての三次元的な運動パターンおよびそれらの相互作用の解明、および従来の可視化法との比較検討。

(III) AMD鱗形状の発生・発達・減衰・消滅サイクルの究明。

(IV) AMD鱗形状と粘性底層および組織乱流との相互関係の解明。

### 2.4 AMD鱗形状の特徴とその長さスケール

AMD注入器によって水路の上流より注入されたAMD液は流下とともに主としてバッファ層内の乱流構造の挙動を反映し、安定した鱗形状を示しながら、発生・発達・減衰・消滅のサイクルを繰り返しつつ、路床近傍の平均流とともに流下してゆく。個々の鱗の挙動は、一定のサイクルを有する点で不安定性を有すると言えるが、その鱗形状の基本パターンには変化がなく、強制的な擾乱を与えても、その擾乱塊の流下とともに鱗形状が流れ場の至る所に即座に出現する。写真-2, 3のAMD鱗形状のひとつに注目すれば、鱗片の白い部分がAMD液の隆起した部分であり、逆に黒く見える部分がAMD液の薄くなっている部分である。それらは、それぞれ低速部および高速部に対応している。図-1にAMD鱗形状の平面的なモデルを示したが、一個の鱗片に注目すれば、(i)の部分の掘れ込みが顕著であり、流下方向に、(ii)、(iii)と向うに

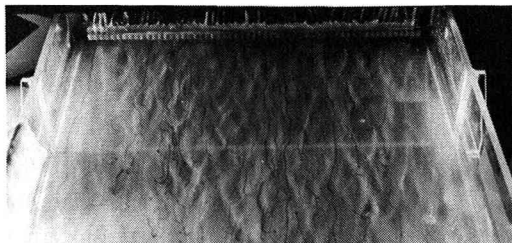


写真-1 AMD法によるAMD鱗形状

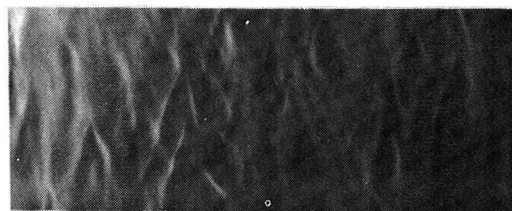


写真-2 AMD法によるAMD鱗形状（縮尺1/6）

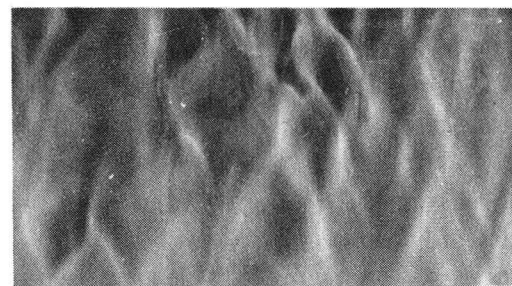


写真-3 AMD法によるAMD鱗形状（縮尺1/3）

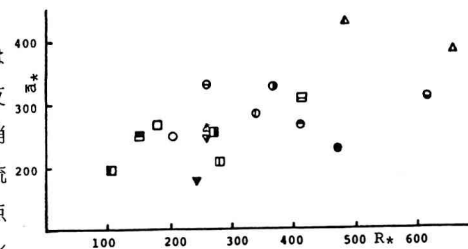


図-2 AMD鱗形状の流れ方向スケール

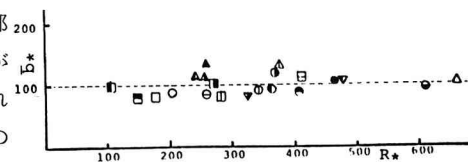


図-3 AMD鱗形状の横幅スケール

したがってAMD液も序々に厚さを増し、鱗の末端部では、かなりの局所的な隆起が存在する。

鱗片の縦、横の長さをそれぞれ $a$ 、 $b$ とし、それぞれの長さスケールを内部変数で無次元化し、その平均値と $R_*$ とを比較したものが、図-2,3である。また平均する際に用いたデータ個数は各ケースで100~300である。それぞれ $R_*$ の増加に対して $\bar{a}_*$ は序々に増加する傾向にあるが、一方 $\bar{b}_*$ は $R_*$ の変化に対してはほぼ一定値を示している。特に注目するのは、 $\bar{b}_*$ の広がり幅が粘性底層内の低速縞幅 $\lambda_z = \frac{100\nu}{u_*}$ と一致する点にあり、このことには重要な意味が存在するものと思われる。すなわち、粘性底層内の流れとバッファー層内の流れは平均的には横断方向に同規模の相互作用が存在していると言えそうである。しかも、バッファー層内の鱗形状が複雑で、それとは逆に粘性底層内の低速縞構造が比較的規則的であることの説明は、バッファー層内の乱流構造の粘性底層への伝達が横断方向に規則的かつ強い勢力の流体運動によってのみもたらされるとすることによって可能のように思われる。また $a_*$ はCantwell<sup>18)</sup>が示した $\lambda_z u_* / \nu$ に近い値と思われるが、その値がかなり異なっているのは $y_+$ のどの高さを反映した流体塊の挙動かによって決まることであり、その事は、AMD液が薄くなり粘性底層内の流れを反映すると低速縞の縦縞を形成することから、さらにはバッファー層から慣性底層へ突入するとより高速な流体によってAMD液の挙動が引きのばされること等によっても裏づけられそうである。

### 2.5 AMD鱗形状と低速縞特性

図-4は、低速縞幅を水深方向に比較したものであり、本結果においてもバッファー層までの $\lambda_z$ が $\frac{100\nu}{u_*}$ 前後を示している。図-5はその低速縞間隔の変動値の標準偏差値を示したものであり、 $y_+ = 20 \sim 30$ において、そのピークを示している点が興味深い。これは、Klineらの一連のbursting過程においての「横断方向の激しい揺れ」と説明する部分に該当すると思われる。また、宇民、上野<sup>15)</sup>が水深オーダーの解析に用いた低速縞の経時変化の軌跡を明らかにする手法を、壁面領域内の二点に適用したものが図-6(a),(b)である。それぞれ $y_+ = 20$ 、 $y_+ = 100$ では、その経時変化特性がかなり異なっている。この低速縞幅の違いは、 $y_+ = 20$ で頻繁な低速縞線の「継ぎかえ」現象が起きていることである。これらの低流速縞特性とAMD鱗形状特性とはどのように結びつくのだろうか。この両者によるバッファー層内の流体現象の可視化の一致点は以下のとおりである。

- 1) 低速縞幅とAMD鱗形状横幅が一致する。 $(\bar{b}_* \approx \bar{\lambda}_* \approx 100)$
- 2) 水素気泡列のバッファー層内での激しい横揺れは、AMD鱗形状と対応する。
- 3) バッファー層内での低速縞の顕著な「継ぎかえ」現象はAMD鱗形状を類推させる。
- 4) 低速縞の合体・分裂現象は、AMD鱗形状の挙動を用いて説明する事ができそうである。
- 5) 両者とも横断方向構造を有する。

### 2.6 AMD鱗形状とburst周期

burst周期に関する研究は、可視化法および条件付検出法の両方においてかなり行なわれてきているが、

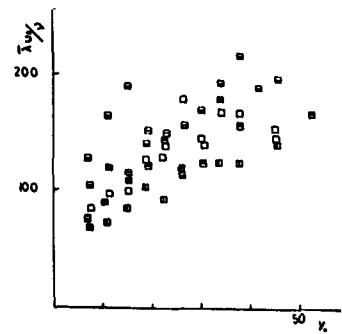


図-4 低速縞幅の水深方向変化

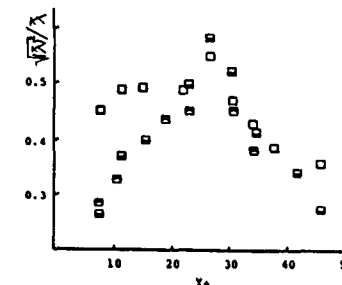
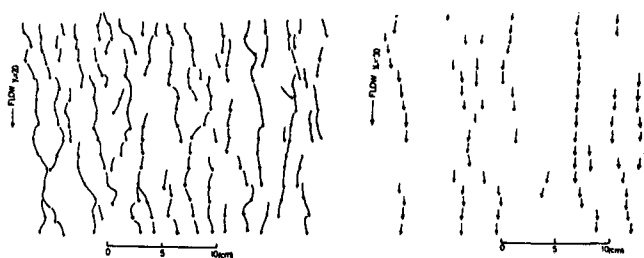


図-5 低速縞幅の変動特性



(a) (b) 図-6 低速縞配列の経時変化

その結果、その周期が外部変数によってスケール付けられるという点が明確になったものの、その周期に関する計測幅は、 $T_B U_{\infty} / \delta$  が2.5～10までとかなり散らばっていて一般的には、Raoらによる $T_B U_{\infty} / \delta \simeq 6$ が受け入れられているようである。また開水路流れについては、条件付検出法による中川、<sup>17)</sup> 瀬津らのものがあり、 $T_B U_{\max} / H = 3.0 \sim 5.0$ が示されている。

筆者らは、この散らばりがCantwell<sup>16)</sup>が指摘しているように、「横断方向におけるburstの空間的なスケール則が不明である」こともひとつの原因となっているのではないかと考えている。

A M D 鱗形状の挙動とbursting現象を直接結びつけるには、いまだ十分な段階とは言えないが、その比較を試みる。各ケースのA M D 鱗形状の縦長さの平均値 $\bar{a}$ をその地点の平均流速 $u_a$ で割り、 $\bar{a} / u_a$ を鱗の流れ方向の周期とした。そして、内部変数および外部変数を用いてその周期を比較したものが、図-7, 8である。これらは、従来のburst周期と言われている範囲内に存在し、両者ともかなりのよい一致を示している。

また図-9はA M D 鱗形状の可視化とプロペラ流速計による流速変動計測の同時併用結果の一部を示したものであり、可視化写真は写真-4に示されている。両者を比較検討すると、流れ方向流速変動 $u$ についてのみであるが、ejection, sweepといった一連のbursting現象における流速変動結果と定性的に矛盾しない。A M D 鱗形状の先端(◐)、および末端(◑)付近でのA M D 液が隆起している部分では、低流速となり、図-1のモデル図の(◐)、(◑)のA M D 液の薄い部分については高流速値を示している。また、同時併用がFalco<sup>18)</sup>によってもなされているが本結果と同様の傾向を示している。

### 3. 壁面領域における乱流構造の空間的組織性

#### 3.1 A M D 法と水素気泡法の利点および欠点

A M D 法による壁面領域の乱流構造の可視化が、いくつかの面で従来の可視化法よりも比較的優れている点は、平面的に安定してバッファー層内にトレーサーが留まり、平均流とともに移動し複雑な形状を呈するが、バッファー層のスケールでより立体的に可視化できる点にあった。しかし、同時に欠点も有する。それは、粘性の増大により、相対的に慣性力が小さくなる点、および二層流的流れの形成の危険性である。この点を克服するためにA M D 液の厚さを薄くすることにつとめ、顕著な鱗形状が出現するようにその都度A M D 液の注入量を調節して可視化に努めた。そのために、A M D 液厚は平均的に1～2 mm程度となった。しかし、それでもA M D 液によって最も顕著な立体観が可視できるのは高速流体の入り込み直後の部分である。したがって低速部では、その流体運動によってA M D 液の一部が持ち上がることは見えても厳密

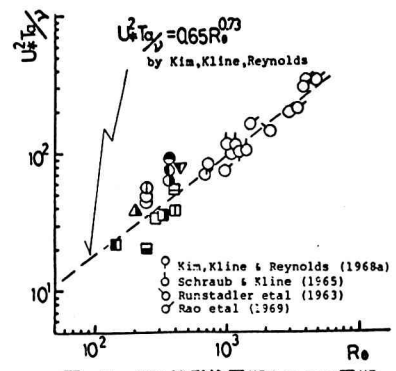


図-7 A M D 鱗形状周期とBurst周期

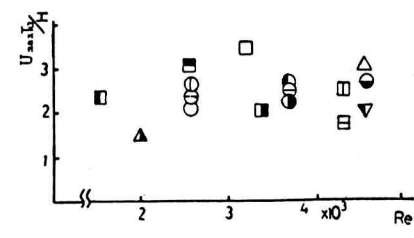


図-8 A M D 鱗形状周期とBurst周期

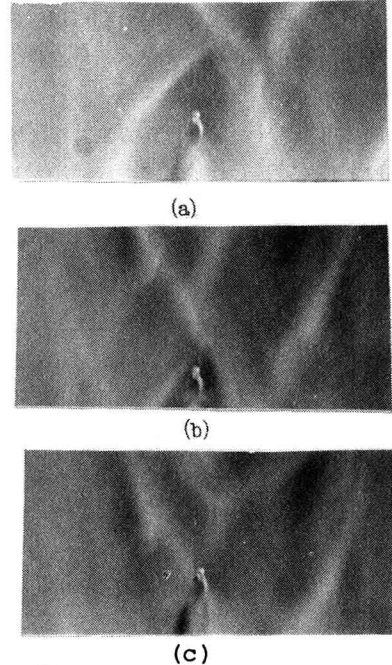


写真-4 A M D法と流速計測の同時併用

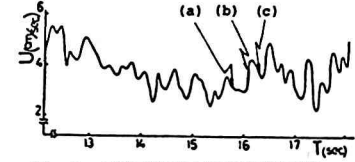


図-9 同時併用の流速変動結果

には流体運動の反映とはなりえない欠点を有する。したがってburst(ejection)現象については正確に識別しにくい基本的特性を有しているといえる。一方、水素気泡法ではその優劣が逆転する。当然の事ながら、水素気泡の上昇成分はburstのような上昇流の可視化には有利であるはずである。ところが、水素気泡のもうひとつの特徴であるパルスを発生させ、そのパルス間隔から瞬時の流速の分布を見つけ出す手法は、バッファー層のような急激な流体運動が存在する流れでは、流下とともに水素気泡の上昇と拡散作用によって可視化が困難であることから、可視化の範囲がある程度限定されてしまう。AMD鱗形状は、流下方向にも、横断方向にも平面的に安定したパターンを形成させる方法であり、水素気泡との比較検討をより密接に行うために、筆者らは、パルスによるタイムライン法に変えて、水素気泡膜を形成させる方法を採用した。この方法によって、平面的に水素気泡膜が発生し、気泡の量が増加したことも加わって、AMD鱗形状との類似性は一層強まったと言え、しかも流体塊の上昇の様子も、AMD法と比較して相対的によく観察できるようである。その可視化写真を写真-5に示す。

### 3.2 AMD鱗形状の空間的組織構造

バッファー層を中心とした乱流構造の空間的組織性を究明するためには、AMD法および水素気泡膜法の両者の欠点を相補う形で分析することが必要である。しかもその微細構造を連続的かつ動的に可視化する必要性から筆者らは接写ビデオカメラを可視化手段として適用した。本節では、最も基本的な鱗形状の立体的パターンについてその観察結果の一部を明らかにする。

AMD法では、高速流体が壁面近傍にはいりこむ際、AMD液を押しつけることにより「きのこ」状のくぼんだ現象が最も顕著に観察できる。この高速流体によって形成せられたきのこ状のくぼみは、その地点の平均流速よりも大きい速度で拡大し、一定の大きさになると高速流体によって二次的に形成される対のまきこみ渦が出現し、そのくぼみを覆いかぶさるようにして、その鱗片は、その発生、発達する速度と比較すれば相対的に遅く減衰してゆく。この過程は、Falco, Perryらによっても観察されている。<sup>18)</sup><sup>19)</sup> またその変形プロセスを図-10に示す。ところが、AMD鱗形状は、その一片が形成されるとその周辺に(最も基本的には斜め下流に)その相互作用の結果として派生的に新しい鱗形状を形成させる特徴を有している。この観点に立てば、図-10は鱗の上部のみの観察であり、下部の観察を含めると、図-11のように示される。このパターンでは、鱗の接点(B点)での比較的小さな流体塊の上昇が観察でき、この上昇流体塊はより上部の高速の平流的流速で流下、拡散してゆく。この流体塊の上昇現象はburst(ejection)現象と定性的に一致する点が多く見られ、またこの上昇

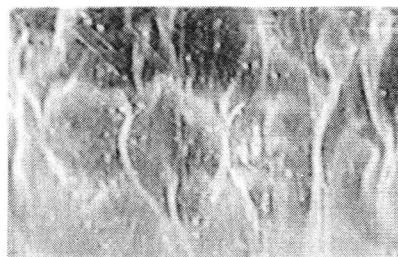


写真-5 水素気泡膜法による可視化

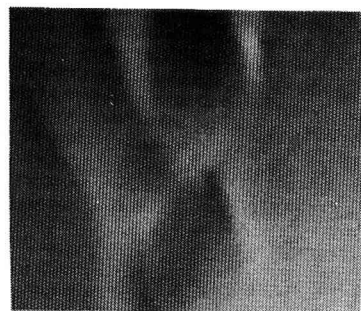


写真-6 AMD鱗形状の空間的挙動

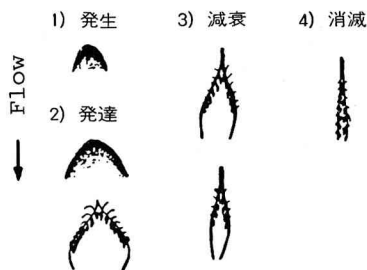


図-10 AMD鱗形状の生成・消滅プロセス

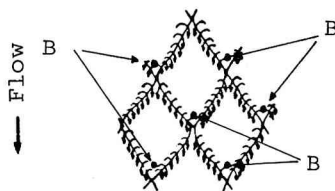


図-11 AMD鱗形状の基本的立体モデル

する流体塊の発生にも鱗形状によって大小の規模があるようである。これらの過程を写真-6に示す。

#### 4. 結 論

本研究は、壁乱流において最も重要な現象のひとつとされるbursting現象に注目しながら、壁面領域内の乱流構造の空間的組織性を解明しようと試みたものである。本論文において、その到達点は全く初歩的なものと言え、2.3で示した本研究の研究課題に照らし合わせれば、(I)と(II)の極一部のみの考察に留まっている。以下、本研究の結論を示す。

(1) 可視化されたAMD鱗形状は、バッファー層およびその近傍の乱流構造のなんらかの反映現象として生じたものであり、一定の規則的組織性を有しながら、発生・発達・減衰・消滅というひとつの歴史過程を繰り返し、水路床全体に安定して出現する。

(2) AMD鱗形状の長さスケールにおいて、その横幅は粘性底層の低速幅と一致する。また、その縦横比は $R_*$ に比例して増加する。一方その縦方向(流れ方向)周期は、従来のburst周期の値とはほぼ一致する。

(3) 可視化と流速計測( $u$ のみ)の同時併用により、鱗の先端で低流速変動、その中間で高流速変動を示す。

(4) AMD鱗形状と水素気泡膜形状はかなりの類似性を示す。AMD鱗形状の発生は、高速流体のはいり込みによって達成され、それに派生した斜めの対になったまき込み渦によって特徴づけられ、また鱗形状の末端部分では比較的小さい流体塊の上昇が観察された。

(5) AMD鱗形状は個々には規則的な組織性を有しながら、空間的にランダムに出現し、しかもそれぞれの鱗形状が相互作用を受けながら存在している。

以上の結果は、従来のbursting現象に関する理解といずれも定性的には矛盾しないであろう。今後、2.3に示した(III)~(IV)の課題を系統的に究明してゆくつもりである。

最後に、実験およびデータ整理に協力して頂いた徳山工業高等専門学校卒業生、本名 元、古城 適、および在校生、温品誠二、渡辺勝利、広兼新一、高松一久、福田誉行の諸氏に謝意を表します。

#### 参 考 文 献

- 1) 中川博次;第30回応用力学連合講演会論文集, 1980.
- 2) Kline,S.J.,Runstadler,P.W.;Trans.ASME,1959.
- 3) Kline,S.J.,Reynolds,W.C.,Schraub,F.A.,Runstadler,P.W.;J.Fluid Mech.,vol.30,1967.
- 4) Kim,H.T.,Kline,S.J.,Reynolds,W.C.;J.Fluid Mech.,vol.50,1971.
- 5) Offen,G.J.,Kline,S.J.;J.Fluid Mech,vol.70,1975
- 6) Rao,K.N.,Narasimha,R.,Narayanan,M.A.B.;J.Fluid Mech.,vol.48,1971.
- 7) Will marth,W.W.,Lu,S.S.;J.Fluid Mech.,vol.55,1972.
- 8) Brown,G.L.,Thomas,A.S.W.;Phys.Fluids.vol.20,1977.
- 9) Brodkey,R.S.,(訳)中村育雄;日本機械学会誌,第83巻,1980.
- 10) 佐賀孝徳,大成博文;徳山工業高等専門学校研究紀要,第4号,1980.
- 11) 佐賀孝徳,大成博文,斎藤 隆;徳山工業高等専門学校研究紀要,第5号,1981.
- 12) 浅沼 強;流れの可視化ハンドブック,1977.
- 13) Cantwell,B.,Coles,D.,Dimotakis,P.;J.Fluid Mech.,vol.87,1978.
- 14) 林 泰造,大橋正和,魚谷 忠,志水 毅;第9回流れの可視化シンポジウム,1981.
- 15) 宇民 正,上野鉄男;京都大学防災研究所年報,第20号,1977.
- 16) Cantwell;J.Fluid Mech.Annual Review.vol.13,1981.
- 17) 中川博次,瀬津家久,富永晃宏;土木学会論文報告集,第312号,1981.
- 18) Falco,R.;AIAA.80-1356,1980.
- 19) Perry,A.E.,Lim,T.T.,Teh,E.W.;J.Fluid Mech.,vol.104,1981.